

This volume was digitized through a
collaborative effort by/ este fondo fue
digitalizado a través de un acuerdo
entre:

Biblioteca General de la
Universidad de Sevilla

www.us.es

and/y

Joseph P. Healey Library at the
University of Massachusetts Boston

www.umb.edu







Got.
1219

~~305 36~~
~~166~~

LA THEORIE ET LA PRATIQUE
DE LA
**COUPE DES PIERRES
ET DES BOIS**

POUR LA CONSTRUCTION DES VOUTES

Et autres Parties des Bâtimens Civils & Militaires ,

O U

TRAITE DE STEREOTOMIE

A L'USAGE DE L'ARCHITECTURE,

Par **M. FREZIER**, Chevalier de l'Ordre Militaire de Saint Louis ,
Ingenieur ordinaire du Roy en Chef à Landau.

TOME TROISIEME,

Auquel on a joint une Dissertation sur les Ordres d'Architecture.



A STRASBOURG,

Chez **JEAN-DANIEL DOULSEKER** le Fils, Marchand Libraire
à l'entrée de la Ruë dite Flader-Gafs.

A PARIS,

Chez **CHARLES-ANTOINE JOMBERT** Libraire , Rue St.
Jacques , au coin de la Ruë des Mathurins.

M DCC XXXIX.

TABLE DES TITRES DU TROISIEME TOME.

SECONDE PARTIE DU IV. LIVRE.

Des Voûtes coupées de deux ou de plusieurs Surfaces.

	<i>pages.</i>
CHAP. I. D ES Enfourchemens qui se font à la rencontre des Berceaux tra- versez par d'autres Berceaux.	4
PROBL. I. Former en pierre ou en bois l'enfourchement de deux Berceaux de niveau, qui se pénètrent perpen- diculairement ou obliquement.	6
2. ^e Maniere par demi équarrissement.	12
3. ^e Maniere par Panneaux.	13
COR. I. Des VOUTES en ARCS-de-CLOITRE.	14
Des mêmes sur un Polygone de côtez en nombre impair.	15
COR. II. Des VOUTES d'ARETES.	16
Des Voûtes d'Arêtes incomplètes.	20
Des Berceaux croisez qui rachètent des Platfonds.	<i>ibid.</i>
Aplication sur le Bois pour la CHARPENTE & la ME- NUISERIE.	21
Des Voûtes d'Arêtes Gothiques.	24
Remarques sur les Voûtes Gothiques.	30
Des Voûtes Persiennes.	31
Des Voûtes à doubles Arêtes.	32
Des mêmes rachétant un Platfond circulaire ou un Cû-de- four.	35
De la terminaison d'un Berceau qui en termine un autre d'inégale hauteur, ou Lunette droite ou biaise de niveau dans un Berceau de niveau.	37
Explication démonstrative.	41
De la rencontre des Berceaux horifontaux avec les verti- caux, comme Porte droite ou biaise en Tour ronde ou en Tour creuse.	43
Premier Cas, de la Porte Droite en Tour creuse.	45
Premiere Disposition, où l'Arc Droit est pris pour cintre primitif.	<i>ibid.</i>



T A B L E.

	<i>Pages.</i>
2. ^e <i>Disposition</i> , où le Cintre primitif est pris à la face courbe, ronde ou creuse pour former des têtes égales,	47
Remarque sur l'usage.	51
Porte biaise en Tour ronde ou creuse.	<i>ibid.</i>
Explication démonstrative.	53
<i>Deuxième Cas</i> , de la rencontre des Berceaux inclinez avec les verticaux, ou Descente droite ou biaise en Tour ronde ou creuse.	54
Explication démonstrative.	58
2. ^e <i>Disposition</i> , des Descentes en Tour ronde ou creuse, où le cintre primitif est de niveau & l'Arc-Droit ram- pant.	59
Explication Démonstrative.	62
De la rencontre des Berceaux inclinez à l'horison avec des horizontaux.	<i>ibid.</i>
PROBL. II. Faire un Berceau en Descente, qui en rache- te un autre de niveau.	<i>ibid.</i>
<i>Premier Cas</i> . Lunette rampante en descente Droite, rache- tant un Berceau de niveau.	63
Remarque.	68
Explication démonstrative.	69
2. ^e <i>Cas</i> . Descente Droite sur le Diametre de face, qui ra- chete un Berceau de niveau obliquement.	70
Explication démonstrative.	74
3. ^e <i>Cas</i> . Descente biaise par son entrée de niveau, rachetant un Berceau de niveau obliquement.	75
Remarque & explication démonstrative.	80
4. ^e <i>Cas</i> . Lunette rampante biaise, faite par un Berceau biais en descente, qui en rachete un autre par le bout.	81
COROLLAIRE.	84
5. ^e <i>Cas</i> . Lunette ou berceau en descente, qui en rachete un de niveau par le bout suivant la même direction.	85
Explication démonstrative.	87
<hr/>	
CHAP. Des Rencontres des Voûtes Cylindriques avec les Côniques.	89
II. PROBL. III. Faire l'Arête de rencontre d'un Berceau quel- conque avec un mur ou une Voûte Conique.	<i>ibid.</i>
<i>Premier Cas</i> . Porte Droite ou biaise en Tour ronde ou creuse & en talud.	<i>ibid.</i>
Par équarrissement.	93
Par Panneaux.	94
2. ^e <i>Situation</i> . Lorsque le Berceau est incliné à l'horison.	

T A B L E.

	page.
Descente Droite ou biaise en Tour ronde ou creuse & en talud.	95
Explication démonstrative.	101
3. ^e <i>Situation</i> . Lorsque les corps cylindriques sont verticaux.	102
PROBL. IV. Faire une Voûte conique dans une Tour aplomb.	
<i>Première espece</i> ; Canoniere ou Trompe en Tour creuse.	103
2. ^e <i>Espece</i> , Trompe en Tour ronde & de Montpellier.	106
Explication démonstrative.	110
2. ^e Trompe conique rampante en Tour ronde ou creuse.	111
Remarque sur cette construction.	112
3. ^e <i>Cas</i> . Trompe conique rampante par son axe & par ses impostes, dont la base est renversée en situation horizontale ou inclinée, rachetant une Tour creuse.	113
Explication démonstrative.	116
2. ^e <i>Espece</i> , de Trompe renversée, lorsque la tête est rampante.	117
Remarque sur l'usage.	118
<i>Troisième situation</i> , des Voûtes coniques à l'égard des cylindriques, lorsque les axes des deux Voûtes sont horizontaux. Lunette ébrasée, trompe ou abajour, qui rachete un Berceau de niveau.	119
Explication démonstrative.	123
Usage.	124
<i>Quatrième situation</i> , lorsque les axes sont inclinez à l'horison, Trompe Conique biaise dans un angle obtus, rampante par une imposte & de niveau à l'autre, rachetant un Berceau en descente.	125
Explication démonstrative.	128

CHAP. Des rencontres des Berceaux avec les Voûtes Sphériques.	129
III. PROBL. V. Faire un Berceau en situation quelconque, qui rencontre une Voûte sphérique.	<i>ibid.</i>
<i>Premier Cas</i> , Berceau Droit ou Biais de niveau, qui rachete un Cû-de-four.	<i>ibid.</i>
Remarque.	132
2. ^e <i>Cas</i> , Berceau en descente droite ou biaise, qui rachete une Voûte sphérique.	133
Explication démonstrative des deux Traits.	137
COROL. de la rencontre des Berceaux avec les Cû-de-fours surhaussez ou surbaissez.	138
2. ^e <i>Espece</i> , des rencontres des Voûtes cylindriques avec les	

T A B L E

	sphériques, dont les poles sont dans le plan de leur imposte.	<i>pages</i> 139
	Premiere Combinaison, Voûte sphérique ou niche en Tour ronde ou creuse.	140
	Deuxieme Combinaison, lorsque le Berceau est horizontal, Niche sphérique dans un Berceau de niveau.	148
	Explication démonstrative.	151
CHAP.	De la rencontre des Voûtes Coniques entre elles.	152
IV.	PROBL. VI. Faire la jonction de deux Voûtes ou Corps coniques en situation quelconque.	<i>ibid.</i>
	Premier Cas, Canoniere ou embrasure à mettre du Canon dans un mur en talud ou aplomb.	153
	2. ^e Cas, Porte biaise en forme de Corne de Vache double adossée, dont la doële est coudée en angle saillant, qui s'ouvre de plus en plus, depuis les impostes à la clef, dont le milieu est en ligne droite.	157
	Usage.	160
	Idée d'une Corne de Vache double.	161
	COROL. Voûte d'Arête Conique.	162
	Explication démonstrative.	<i>ibid.</i>
	2. ^e Combinaison, où les axes des Cônes ont des situations différentes, porte ébrasée, Trompe ou Canoniere en tour ronde ou creuse en talud.	164
	Remarque sur l'erreur de l'ancien trait.	167
	Explication démonstrative.	168
CHAP.	De la rencontre des Voûtes Coniques avec les sphériques.	169
V.	PROBL. VII. Faire une Voûte conique quelconque, qui rachete une Voûte sphérique. Lunette ébrasée ou resserrée Droite, biaise ou rampante dans une Voûte en Cû-de-four sphérique ou sphéroïd.	<i>ibid.</i>
	Explication démonstrative.	173
	2. ^e Exemple, Abajour en O Biais ébrasé & rampant, tombant dans une Voûte sphérique.	
	COROL. I. & II.	177
	COROL. III.	178
	Explication démonstrative.	<i>ibid.</i>
CHAP.	Des rencontres des Voûtes cylindriques, coniques & sphériques avec les Annulaires.	180
VI.	Premiere Combinaison, des Berceaux avec les Voûtes sur le noyau.	<i>ibid.</i>

T A B L E.

	<i>pages.</i>
PROBL. VIII. Faire l'enfourchement d'un Berceau en situation quelconque à l'égard d'une Voûte sur le noyau.	180
2. ^e Cas, Berceau de niveau, qui fait Lunette Droite ou biaise dans une Voûte sur le noyau.	<i>ibid.</i>
Explication démonstrative.	181
3. ^e Cas, De l'enfourchement du Berceau en descente, qui rachete une Voûte sur le noyau.	182
Usage.	183
2. ^e Combinaison, De la rencontre des Voutes coniques avec les Annulaires.	184
PROBL. IX. Faire une Voûte conique, qui rachete une annulaire: Lunette Droite ou biaise, ébrafée en dehors ou en dedans d'une Voûte sur le noyau.	<i>ibid.</i>
Premier Cas.	185
Deuxieme Cas, où la Lunette est ébrafée en dehors ou en dedans.	186
Troisième Combinaison, De la rencontre des Voûtes sphériques avec les Annulaires.	188
Explication démonstrative.	191
<hr/>	
CHAP. VII. Des Voûtes composées de surfaces régulières & irrégulières.	191
PROBL. X. Faire une Trompe en Tour ronde érigée sur une ligne droite.	192
Explication démonstrative.	198
COROL. I. II. & III. avec remarque.	201
COROL. IV.	202
2. ^e Espece de Trompe en Tour ronde érigée sur un mur droit dont la Doële est creuse d'une cavité de sphéroïde irrégulier.	<i>ibid.</i>
Remarque sur l'usage.	206
De la rencontre des Conoïdes irréguliers horisontaux avec les cylindres verticaux.	207
PROBL. XI. Trompe Conico-sphéroïde courbe sous la clef, & droite sur les impostes rachetant une Tour ronde.	<i>ibid.</i>
Explication démonstrative.	212
Deuxieme Espece de Trompe droite sur les Impostes & courbe sous la clef, rachetant une portion de Tour ronde, lorsque la trompe est rampante.	213
Explication démonstrative.	217
Des Voûtes composées de surfaces cylindroïdes inclinées à l'horison; De la Vis St. Giles quarrée, ou sur tel Polygone qu'on voudra.	218

T A B L E.

		page
	PROBL. XII. Faire une vis S. Giles sur un Polygone quelconque.	220
	Section horifontale du noyau.	224
	Remarque sur l'usage de cette section.	226
<hr/>		
CHAP.	<i>Des Voûtes composées de Coniques & de Cylindroïdes.</i>	231
VIII.	PROBL. XIII. Faire un Escalier suspendu & à repos, porté par des Trompes ou des Voûtes en Arcs de Cloître.	232
	Remarque.	243
	Explication démonstrative, & remarque sur l'usage.	244
<hr/>		
CHAP.	<i>Des Voûtes composées d'Annulaires & de Conoïdes qui les croisent</i>	
IX.	Voûte d'Arête sur le noyau.	245
	PROBL. XIV. Faire une Voûte d'Arête sur le noyau.	246
	Explication démonstrative.	252
<hr/>		
CHAP.	<i>De la rencontre des Voûtes Hélicoïdes avec les Sphéroïdes & Cylindriques.</i>	254
X.	Trompe en Niche rampante rachetant une vis S. Giles ronde.	254
	Démonstration.	262
	De la rencontre des Voûtes hélicoïdes avec les conoïdes.	
	Lunette ébrasée dans une vis S. Giles ronde.	264
	COROL. De la Voûte d'Arête tournante & rampante.	268
	Explication démonstrative.	271
<hr/>		
CHAP.	<i>De l'Apareil des Escaliers considerez seulement dans leurs apuis, Limons & Coquilles.</i>	273
XI.	I. Du Racordement des Apuis & Limons des Rampes droites aux angles de leur rencontre faillans ou rentrans, extérieurs ou intérieurs.	ibid.
	Lemme. Deux parallelogrames de differentes directions inclinez à l'horifon suivant un de leurs côtez, & de niveau par l'autre, ne se coupent pas suivant la diagonale de la projection de l'angle, qu'ils font entre eux, mais se croisent seulement en un point des côtez qui se touchent.	274
	COROL. de pratique.	275
	COROLLAIRE.	277

T A B L E.

	pages.
Des Escaliers tournans à vis.	278
PROBL. XV. Faire un Escalier à vis quelconque, 1. ^o de la vis à noyau plein & aplomb.	279
Explication démonstrative.	282
2. ^o <i>Variation</i> , Faire une vis à noyau rampant.	283
Explication démonstrative.	286
COROL.	288
De la vis à pressoir, & pratique pour toutes sortes de vis.	289
3. ^o <i>Variation</i> , De la vis à jour ou à noyau vuide.	291
Premiere <i>Espec</i> e de vis à jour.	292
Remarques sur l'usage des Escaliers à vis à jour, & des autres à noyau plein.	294
2. ^o <i>Espec</i> e de vis à jour, où les têtes des Marches forment un Limon propre à porter une rampe de fer.	295
Observation sur le trait de M. de la Ruë.	299
3. ^o <i>Espec</i> e de vis à jour, où les Limons sont détachés des marches, & s'étendent sur plusieurs têtes: autrement de la <i>Courbe Rampante</i> . 1. ^o De la circulaire d'une seule piece, à l'usage de la Charpente & Menuiserie.	300
4. ^o <i>Espec</i> e de vis à jour, lorsque le vuide est sur une base horizontale.	307
2. ^o <i>Construction</i> , de la Courbe rampante, lorsqu'elle est faite de pierre de plusieurs pieces.	314
Explication démonstrative.	320
Remarque.	321
COROL. du quartier de vis suspendu.	324
5. ^o <i>Espec</i> e de vis, lorsque la base est une spirale, & l'Hélice en Limace, telles sont les Volutes, les Colimaçons & les Colonnes torfes.	329
2. ^o <i>Espec</i> e de Limace Cylindroïde, des colonnes torfes quelconques.	333
Démonstration de l'irrégularité de l'ancien trait de la Colonne torse de Vignole.	338

CHAP. XII.	<i>Apendices concernant le dispositif de la construction des Voûtes.</i>	
	Premierement, de la Poussée des Voûtes.	342
	Des différentes Hypotheses, qui ont servi à la recherche de la poussée des Voûtes.	344
	PROBL. I. L'épaisseur d'une Voûte Cylindrique, & la hauteur de ses piedroits étant donnez, trouver l'épaisseur	

T A B L E

	pages.
qu'ils doivent avoir pour en soutenir la poussée.	345
<i>Premiere solution</i> , pour la premiere hypotese d'un seul Coin, comprenant le quart de la Voûte vers la clef.	<i>ibid.</i>
Résultat suivant des mesures données.	347
Observation sur l'expérience.	348
De la poussée des Voûtes en Cintres Elliptiques.	
Premierement, des surhaussées extradossées.	349
Secondement, des surbassées.	<i>ibid.</i>
Troisièmement, des Arcs rampans.	350
Comparaison & Remarque importante sur les Régles des Auteurs, qui ont traité de la poussée des Voûtes.	351
Démonstration de la Construction.	352
PROBL. II. La hauteur des Clavaux d'une Platebande, & celle de leurs piedroits étant donnez, trouver sans calcul l'épaisseur des piedroits.	353
Remarque sur l'utilité de la Theorie, prouvée par des faits.	354
2. ^e Hypotese pour la recherche de la poussée des Voûtes.	356
LEMME.	357
PROBL. III. Un poid sphérique étant soutenu par deux plans, trouver l'impression que chacun reçoit de la pesanteur de ce poid.	358
2. ^e <i>Solution</i> , du premier Problème.	359
3. ^e <i>Solution</i> , Autre maniere, tirée du même principe.	365
Construction du Cintre en courbe de Chainette, pour trouver la poussée d'une Voûte, formée sur cette Courbe.	366
Par un point donné à la circonference de la Chainette lui mener une tangente.	368
PROBL. IV. La direction de la poussée d'une Voûte & la hauteur des piedroits étant donnez, trouver son épaisseur.	369
Autre solution du même Problème.	370
3. ^e <i>Hypotese</i> , Que les Voussoirs sont des Coins Grenus, qui ne peuvent glisser les uns sur les autres, mais qui tendent seulement à rouler.	372
4. ^e <i>Solution</i> . PROBL. V. Déterminer la poussée horisontale d'une Voûte, dont l'Intrados & l'Extrados sont circulaires & concentriques, sans calcul avec la Règle & le Compas.	373
Démonstration.	374
PROBL. VI. Dans l'hypotese des voussoirs Grenus, trouver sans calcul la base du Piedroit, telle que l'effort composé du poid de la Voûte, de la poussée horisontale & de la pesanteur du même piedroit, soit dirigée vers un point quelconque donné de ladite base.	375

T A B L E.

	<i>pages.</i>
Recherche pour une nouvelle solution sans aucune hypothese, mais seulement par des conséquences tirées de l'expérience des fractures des Voûtes, composées de voussours assemblez sans aucune liaison, que celle de leur coupe, posez sur des piedroits trop foibles.	380
PROBL. VII. Trouver l'épaisseur nécessaire aux piedroits, d'une Voûte qui ne doit se fendre qu'en quatre endroits désignez par l'expérience.	
COROL. I. & II.	388
Dela poussée des Voûtes composées, & de plusieurs simples, qu'on peut considerer comme composées.	<i>ibid.</i>
De la poussée des Voûtes d'Arêtes.	389
2. ^e Cas, lorsqu'il y a deux travées de Voûte de suite sur le même alignement.	391
Remarque.	<i>ibid.</i>
3. ^e Cas, lorsqu'il y a trois travées de suite en retour d'un angle Droit.	392
Remarque.	393
4. ^e Cas, lorsqu'il y a quatre travées, ou plus, autour d'un Pilier.	<i>ibid.</i>
Remarque & explication démonstrative.	395
Remarque.	396
De la Poussée des Voûtes en Arc-de-Cloître.	398
De la Poussée des Voûtes sphériques & sphéroïdes.	401
De la Poussée des Voûtes Annulaires.	402
De la Poussée des Berceaux tournans & rampans.	404
De la Poussée des Voûtes coniques.	405
Remarque.	407
<i>Second Apendice, de la force des Cintres de Charpente, pour la construction des Voûtes.</i>	408.
PROBL. I. Trouver la pesanteur spécifique des matériaux des Voûtes sans être obligé d'en façonner quelque partie en Cube.	<i>ibid</i>
PROBL. II. La pesanteur absoluë d'une Voûte en Berceau en plein cintre & d'égale épaisseur étant donnée, trouver celle dont les cintres de Charpente sont chargez avant que la clef y soit mise.	409
Observation sur l'arangement de la composition des Cintres de Charpente.	411

T A B L E.

De la force des pieces de bois, tirée de l'expérience.	313
PROBL. III. la pesanteur absoluë d'une Voûte étant donnée, trouver la grosseur de chaque piece de bois, qui composent un Cintre suivant un arangement donné.	416

FIN DE LA TABLE.



A V E R T I S S E M E N T.

JE croi devoir repeter ici les conseils que j'ai donné au commencement de cet ouvrage, touchant l'unique moyen de remedier aux fautes d'impression, que je n'ai pû empêcher, parce qu'elle a été faite loin de moi. C'est de les corriger chacune dans leur place, suivant l'errata ci-joint, avant que de commencer à lire: faute de cette précaution la plupart des Lecteurs sont embarassez ou trompez par le changement ou le défaut de quelqu'unes de ces lettres, qui sont essentielles pour l'intelligence du discours.

QUANT au retardement de l'édition, dont on a eu raison de se plaindre, on sçait par mon avertissement, qui est à la tête du second Tome, qu'il n'y a aucunement de ma faute. La gravure y a eu quelque part dans ce troisieme, en ce qu'elle n'a été achevée, que quatre mois après l'impression: il est vrai que le nombre des planches a été augmenté de 22. au-delà de celui qui avoit été promis dans le projet de souscription, partie pour ôter la confusion de celles, qui étoient trop chargées de figures, qu'il convenoit d'agrandir, pour les rendre plus distinctes; partie pour quelques additions, que l'extreme lenteur de l'impression, m'a donné occasion de faire, lesquelles serviront à dédommager un peu les Souscripteurs d'une trop longue attente, si j'ai réussi dans le dessein, que j'ai eu d'y inserer tout ce qui étoit nécessaire pour parvenir à une réguliere & solide construction des Voûtes, qui a été le principal objet de cet ouvrage.

Fautes

Fautes à corriger avant que de lire.

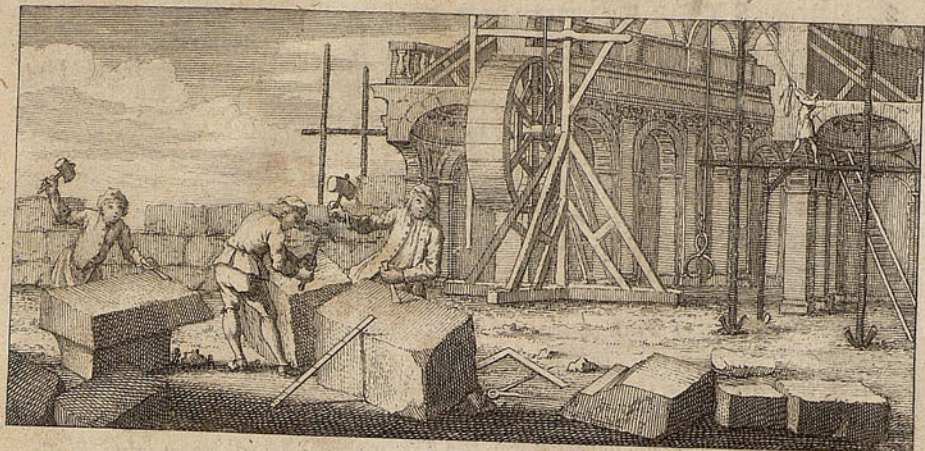
Pages.	Lignes.	Fautes.	Corrections
7	10	aux points P, p^2	$Q^2 q^3 q^4$ & des parallèles au côté AE, qui couperont le premier arc-droit aux points $Pp^2 p^3 p^4$
8	24	dessiné	désigné
9	13	D ^r	d ^r
ibid.	17	$a^1 p$	$a^1 p^1$
10	13	1 FD a^1	g EFD
16	18	g^u	g ^L
13	36	d'ef C	d'efc
14	9	12	11
18	7	x, m	Xm
ibid.	19	triange	triangle
23	18	g^c	g^e
24	15	par O	par o
26	20	cintres	centres
27	21	indefie	indéfinie
34	18	p^2 en S ₂	p^2 en S ₂
35	26	AG	FG
ibid.	32	qu'il a été dit ci- devant	qu'il sera dit ci-après
36	13	un composez	un composé
ibid.	37	AN ² , AN ³	AN ₃
37	14	furfaces	surfaces
38	18	x^1, y^2, y^2, y^3, x^4	$x^1, y^2, y^2, y^3, y^3, x^4$
39	27	x, y,	x^1, y^2
40	1	$x^d, y^x,$	x^d, y^d
ibid.	7	$x x^o,$	$x^1 x^o$
ibid.	33	$q^2 q^d$	$q^2 q^1$
42	8	3.1^2	30^3
43	en marge	73	74
46	20	NC	N ^c
ibid.	31	3.8	3.7
47	2	7 C 8	7 ^c 8
50	24	74	7 ^o 4
55	25	égale	égal
56	7	I ^r	i ^r
ibid.	10	a^3 , qui devoient	a^3 qui devoit
ibid.	15	& pour	& fert pour
ibid.	26	ESB	ESR
57	1	$1.e^4$	$1.e^4$
ibid.	22	$a^2 b$	$a^2 b^3$
ibid.	35	$1^r 2^r b$	$1^r 2^r 6$
59	derniere	BcA	BCA
61	29	P ^d	E ^d
62	24	En A	End
ibid.	25	An B	A b B
63	8	ces	ces.
64	29	q^1	q ¹
68	33 & 34	solidité	solidité
70	23	Cf E	Cf e

Pages.	Lignes.	Fautes.	Corrections.
80	4	ramarquer	reмарquer
<i>ibid.</i>	18	A & L	A & L
87	8	gl	g ^h
89	31	l'arc	l'axe
92	29	decirra	divisera
93	4	T l	T A L
97	8	2 ³	2 ³
<i>ibid.</i>	22	en F	en f
<i>ibid.</i>	23	en G	en g
<i>ibid.</i>	25	C: I	C: i
98	17	facees	faces
103	12	differe	different
107	8	Qoe	qoe
111	12	horizontale	horizonta
112	6	h 4	H 4
114	5	d'un	d'une
<i>ibid.</i>	18	ff	fad
<i>ibid.</i>	20	ed	ad
116	32	occupe	coupe
117	30	Ri	R. i
118	4	Rr	R a r
<i>ibid.</i>	5	3 ^c	3 ^e
<i>ibid.</i>	9	E y F	æ y F
<i>ibid.</i>	16	bf	b ^h R
119	5	81 & 82	81 effacez & 82
<i>ibid.</i>	30	b H	b A
120	24	7 i	7 ^e
126	6	R A	R B
<i>ibid.</i>	21	p g	B g
128	36	l'interjection	l'interfection
129	1	quent	que
130	7	centre	cintre
134	11	lesquelles	lesquels
141	20	DI	CI
143	13	VE	H b
<i>ibid.</i>	24	T ^r G	T ^r g
144	20 & 36	X	X ^s
145	8	EV	H b
<i>ibid.</i>	9	u r V	M b
150	3	F & C	F & G
153	en marge	Pl. 09.	Pl. 90.
164	25	face	base
165	penult.	5. 4	5. x ⁵
166	7	4. S	4. S
<i>ibid.</i>	8	NV	R 4 f
175	12	q Y	b Y
<i>ibid.</i>	14	Y i ²	Y i ^c
180	en marge	Pl. 93.	Pl. 94.
181	27	ou g i	ou g P
184	en marge	Pl. 94.	Pl. 95.
185	<i>idem</i>	94.	95.
188	9		Z Y
192	en marge	9 5	96.
<i>ibid.</i>	30	scat	soit

<i>Pages.</i>	<i>Lignes.</i>	<i>Fastes.</i>	<i>Corrections.</i>
193	en marge	Pl. 95.	Pl. 96.
<i>ibid.</i>	35	& point D	& du point D
195	33	& élever	& élevé
196	1	seroient	serviront
<i>ibid.</i>	8	p 6	p 16
197	en marge	fig. 124.	fig. 129.
198	19	servant	se servant
200	18	& 31	& 21
<i>ibid.</i>	28	LD	LD
205	22	le point	le joint
209	11	la clef S ¹	la clef S ^h e
<i>ibid.</i>	24	en Ch	en Ch ^u
212	25	un quatrième	une quatrième
213	21	que les prendre	qu'en les prenant
214	en marge	Pl. 97.	Pl. 98.
224	35	AG	Ag
225	21	du point I	du point 1
<i>ibid.</i>	23	du point V	du point v
<i>ibid.</i>	penult.	mixte	curviligne
229	13	que l'axe	qu'à l'axe
232	2	convient	conviennent
236	32	TR	T ^r
<i>ibid.</i>	penult.	vuide	côté
244	26	CM ¹	CM ^e
247	12	op ofez	opofées
250	8	p ¹ p ³	p ¹ 4, p ³ 3
<i>ibid.</i>	23	1 ⁴	1 ¹
<i>ibid.</i>	31	n ¹ f n ² g	n ⁴ f n ³ g ou bien n ¹ F, n ² G
251	15	v n	v v ²
<i>ibid.</i>	23	RE	R ³ E
252	2	u i	V ² i
<i>ibid.</i>	5	u v	V ² V
255	27	ce	C ^e
258	1 & 2	4°	7 ¹
260	31	G a	G ^a
<i>ibid.</i>	en marge	169	170
265	3	a ¹ , a ² , a ³ , a ⁴	o ¹ , o ² , o ³ , o ⁴ ;
271	22	qui lui est intervalle	qui la croise
277	8	lei	les
<i>ibid.</i>	25	M P E	M P ^e
280	26	gl à son extrémité	faite en q i
281	31	O b	O o
283	10	2 r a 3	2, m, 3
286	3	la centre	le centre
296	23	porte le mur	porte dans le mur
302	26	g d & l 4 ^r	4 ^r d & l g
<i>ibid.</i>	30	4 ^r L d g	g L d 4 ^r
303	penult.	4 ^r b ²	V b ²
305	26	4° o, 5° o, 6° o	4°, 5°, 6°
320	22	a ^r b n	a ^r b ² s
321	2	a ^r S l b n	a ^r b ² & s F
<i>ibid.</i>	7	g ^r E ^r	g ^r F ^r
322	2	a p	a ^r p ^r

Pages.	Lignes.	Fautes.	Corrections.
326	6	s^1, m^2, t^3	r^1, m^2, r^3
350	5	T à la ligne	T perpendiculaire à la ligne
354	18	celles	celle
355	1	de, peur	de peur
ibid.	34	à un	& à un
356	29	confiderons	confiderant
358	24	en B	en b
361	8	A V	a V
369	8	ce point	ce joint
ibid.	23	on aura—LT effacez—	ib. AF lis. TF
371	3	triangles—semblab. effacez—	
374	Après le mot Démonstration on a oublié l'explication des noms, qu'il faut suppléer ainsi :		
Soit l'arc N M de l'intrados $\equiv a$, sa hauteur MO $\equiv d$, le rayon MC $\equiv r$ l'épaisseur AM $\equiv m$, on aura AC $\equiv r + m$, soit aussi P le centre de gravité de la demi-voûte A N M.			
387	10	l'équerre	le quarre
ibid.	11	$6^2 6^4 6^4$	$b^2 b^4 b^4$
389	10	P H I	P H B
ibid.	en marge		Pl. 112.
392	12	rondes	ronds
ibid.	32 en mar.		fig 246.
397	16	du quart de	du quart du quart de
ibid.	36	A x b	A f x b
398	26	A D S B	A D S b
400	6	nécessaire	nécessaires
406	30	perpendiculaire	parallele
407	21	en q, qu'on	en q, & qu'on
409	23	tufe	Tuf
ibid.	36	d'égal	d'égale
413	3	50 degrez	30 degrez
415	15	• K	• k





Wois Arg. del. et sc. 1738.

TRAITE DE STEREOTOMIE.

SECONDE PARTIE DU QUATRIEME LIVRE.

DES
VOUTES COMPOSEES,

De deux ou de plusieurs surfaces.



PRES avoir parcouru toutes les especes de surfaces, des doëles des Voutes, que j'appelle *Simple*, parce qu'elles ne sont interrompues par aucun changement de direction, il nous reste à voir comment on peut rassembler quelques parties de ces surfaces, pour en former une seule Voute, *Composée* de figures semblables ou différentes, faisant entr'elles des angles faillans ou rentrans.

Si l'on a fait quelque attention à ce qui a été dit à la seconde Partie du premier Livre, touchant le Pénétration des corps, on concevra facilement, quelles doivent être les interfections des surfaces des Voutes, qui se rencontrent, ou qui se croisent en angle faillant ou rentrant, & l'on connoitra la nature des lignes courbes, qui se for-

Tom. III.



ment aux arêtes de ces angles lorsqu'ils sont saillans, ou dans leur creux, lorsqu'ils sont rentrans, ce que nous apellons les *Angles d'enfourchemens*, en quoi consiste toute la difficulté des *Voutes composées* de plusieurs surfaces.

Si ces lignes courbes sont planes, on trouvera le moyen de les décrire par les Problèmes de la première partie du second Livre.

Si elles sont à double courbure, on verra par la troisième partie du même Livre, que pour parvenir à les décrire, il faut s'y préparer non seulement par la voye de la projection, mais aussi par la formation d'une des surfaces courbes, que donne une de leurs projections.

De quelque nature que soient ces Courbes d'intersection des surfaces de deux Voutes qui se rencontrent, il est clair qu'elles déterminent les extrémités des directions de chaque doële, ou de l'extrados, par conséquent, qu'elles fournissent les moyens de les développer, pour connoître l'étendue de chaque partie, que peut comprendre un Voutsoir de grandeur donnée, soit qu'on rectifie les arcs de ces Courbes mécaniquement, soit qu'on se contente d'en prendre les cordes, pour la formation des surfaces planes inscrites, que nous apellons doèles plates; Ainsi tout ce que nous avons à dire des *Voutes Composées*, de deux ou de plusieurs surfaces égales ou inégales, semblables ou différentes, qui aboutissent les unes aux autres, pour former une seule Voute de plusieurs parties, n'est qu'une application des principes de Théorie, & de pratique du premier Tome, compris dans le premier, second & troisième Livre, auquel nous pourrions renvoyer le Lecteur, pour y trouver les démonstrations des Traits de chaque Voute, & abréger ainsi le discours.

POUR montrer plus sensiblement la conformité de ce troisième Tome, avec la seconde partie du premier Livre, qui concerne la pénétration mutuelle des corps ronds, de même ou de différente espèce, comme Sphères, Cônes, Cylindres, Anneaux & Hélices, nous suivrons à peu près le même ordre de combinaisons des Voutes qui leur ressemblent, que nous avons observé à l'égard de ces mêmes corps, avec cette différence, que nous les apellerons des noms consacrés à l'Architecture.

J'AI dit *à peu près*, parce qu'il ne convient pas de s'affujétir précisément au même ordre, en ce que le plus régulier étant d'aller du simple au composé, on ne peut regarder dans la pratique des Traits, la formation des corps les plus simples, comme la plus facile.

QUOIQUE dans la Théorie la Sphère soit le corps le plus simple,

& ensuite le cône, il n'en est pas de même pour le Trait des Voutes des mêmes figures.

LES Traits des Sphériques sont plus composez que ceux des coniques, & les coniques plus que les cylindriques; c'est pourquoi nous avons arrangé différemment les matieres de ce dernier Tome, que nous diviserons en dix Chapitres.

Dans le premier, nous traiterons des rencontres, & des pénétrations des Berceaux entr'eux, en quelque situation qu'ils puissent être les uns à l'égard des autres, ce qui répond au fixième Chapitre du premier Livre.

Dans le second, nous traiterons des rencontres des Berceaux avec les Trompes & Voutes coniques.

Dans le troisième, des rencontres des Berceaux avec les Cu-de-Fours ou Voutes Sphériques.

Dans le quatrième, des Voutes coniques entr'elles.

Dans le cinquième, des Coniques avec les Sphériques.

Dans le sixième, des Cylindriques, Coniques & Sphériques avec les Annulaires.

Dans le septième, des Voutes composées des surfaces irrégulieres, & des régulières Cylindriques, Coniques & Sphériques.

Dans le huitième, des Annulaires Hélicoïdes avec les irrégulieres.

Dans le neuvième, nous traiterons de l'Appareil des Escaliers, considerez en eux - mêmes, sans aucune Voute; mais seulement par leurs *Limons* & *Coquille*.

A ces neufs Chapitres, nous en ajouterons un dixième, divisé en deux *Appendices*, concernant les dispositifs à la construction des Voutes.

Le premier, traitera de la *Poussée des Voutes*, & des moyens de trouver l'épaisseur des piédroits, nécessaire pour en soutenir l'effort.

Le second, traitera de la charge des Cintres de Charpente, avant que les Voutes soient fermées par leur Clef.

ENFIN nous terminerons ce troisième & dernier Tome par cet hors d'œuvre, que nous avons promis dans le programme touchant l'examen de la vraie beauté, & du bon & mauvais usage de ce genre de Décoration, qu'on appelle les *Ordres* d'Architecture.



CHAPITRE PREMIER.

Des Enfourchemens , qui se font à la rencontre des Berceaux , traversez par d'autres Berceaux.

LORSQUE nous avons parlé au premier Livre des interfections des surfaces cylindriques , nous n'avons eu aucun égard à leurs situations relatives à l'horison , parce qu'il ne s'agissoit que de la Theorie des Courbes. Il n'en est pas de même pour la pratique du Trait , il faut considerer les demis Cylindres , que nous apellons Berceaux en trois situations differentes , comme nous avons fait en traitant des Voutes simples.

PREMIEREMENT , *de Niveau* , c'est-à-dire , lorsque les impostes & la Clef sont en situation horizontale.

SECONDEMENT , *à Plomb* , lorsque les axes sont verticaux , telles sont les Tours rondes , qu'on ne considere pas comme des Voutes ; mais qu'on doit compter comme des Berceaux *debout* ; parce qu'il s'y fait des enfourchemens , lorsqu'ils sont rencontrez , ou traversez par d'autres Berceaux de niveau ou en rampe , dont les arêtes d'interfection sont des Courbes de la même espece , que celles des autres rencontres de Berceau , suivant les angles d'interfection des axes entr'eux , & le urs positions relatives.

LA *troisième* situation des Berceaux , est celle où leurs axes & leurs impostes ne sont ni de niveau ni aplomb , mais en *Rampe* , ou *Descente*.

Composition des Voutes de la première Situation , de la Rencontre des Berceaux horizontaux entr'eux.

UN Berceau de niveau n'en peut rencontrer un autre de même situation , que de deux manieres , ou perpendiculairement , ou obliquement , c'est-à-dire , en termes de l'Art , que leurs directions sont nécessairement d'équerre ou de biais , sans descente.

Mais si l'on considere la position relative de certaines parties , com-

me des clefs & des impostes, chacune de ces rencontres peut encore être subdivisée en differens cas.

1°. LORSQUE les *Clefs*, c'est-à-dire, les rangs de Vouffoirs les plus élevez, & les impostes qui sont les rangs de leurs naissances, se rencontrent à même hauteur, comme on voit au profil de la premiere figure, où le point B de l'imposte est commun au Berceau BDC² & BHC, & où la Clef D rencontre la Clef H. Pl. 70.
Fig. 1.

2°. LORSQUE les impostes se rencontrent comme en A, & que les clefs ne peuvent se rencontrer, parce qu'elles sont d'inégale hauteur, comme à la même figure, la clef *d* qui aboutit en I au dessous de H.

3°. LORSQUE au contraire les clefs se rencontrent, & que les impostes étant à des hauteurs inégales ne peuvent se rencontrer, telles sont les clefs H & D, de la figure seconde, qui se rencontrent, & les impostes E & B, qui ne se rencontrent pas. Fig. 2.

4°. ENFIN lorsque les clefs & les impostes ne se rencontrent point, comme la clef *d*, qui tombe au dessous de H en F, & l'imposte G, qui est au dessus de A.

Au premier cas, où les clefs & les impostes se rencontrent, l'arête d'enfourchement des doëles est toujours une demi-Ellipse, soit que les directions des Berceaux soient Droites, c'est-à-dire, perpendiculaires entr'elles, ou qu'elles soient obliques; cette verité a été démontrée au Theoreme 17 du premier Livre.

Au second cas, si les Berceaux se rencontrent perpendiculairement, la Courbe de l'arête d'enfourchement est un Cicloïmbre, suposant que les deux Berceaux soient en plein cintre, comme il a été démontré au Theoreme 18 du même Livre;

OR parce que cette Courbe n'est pas plane, mais à double courbure, on n'en peut former le cintre, ni la cerche sur des planches, comme pour les autres Voutes du cas précédent.

Au troisiéme & quatriéme cas des rencontres de Berceau, les Courbes des arêtes d'enfourchement sont des Ellipsimbres, lesquelles sont à double courbure, comme les Cicloïmbres,

PROBLEME I.

Former en Pierre, ou en Bois, l'enfourchement de deux Berceaux de niveau, qui se pénètrent perpendiculairement ou obliquement.

CE Probleme renferme deux cas differens.

1°. LORSQUE les impostes & les clefs se rencontrent.

2°. LORSQU'ELLES ne se rencontrent pas.

LE premier cas comprend deux especes de Voutes, l'une de celles où les angles de rencontre des doëles font faillans ; on appelle celles-ci *Voutes d'Arêtes*.

L'AUTRE, de celles où les angles de rencontre des doëles font rentrans, qu'on appelle *Voutes en Arc de Cloître* ; ces deux cas se trouvent rassemblez dans l'enfourchement de deux berceaux, qui se rencontrent sans se croiser.

LE second cas comprend toutes les rencontres des Berceaux inégaux, qui forment dans le plus grand une ouverture qu'on appelle *Lunette*.

Fig. 13. PREMIER Cas représenté en Perspective à la figure 13.

De la rencontre de deux Berceaux de Niveau, d'égale ou inégale largeur, mais d'égale hauteur, qui aboutissent l'un à l'autre, sans se croiser, perpendiculairement ou obliquement.

SOIT, figure 5. le trapeze AEKB, le plan d'un Berceau elliptique, ou si l'on veut en plein cintre, & AFGB celui d'un autre Berceau égal, ou plus large, ou plus étroit, mais d'égale hauteur sous clef, dont l'axe \propto S fait avec l'axe SX, du précédent un angle quelconque, Droit, obtus ou aigu ; nous le suposerons ici obtus.

IL faut commencer par se déterminer au choix du cintre primitif, qu'on peut prendre en deux ou trois endroits differens à chaque Berceau, & par conséquent en six sur les deux ; sçavoir, 1°. perpendiculairement à un des axes, comme en ER ou en Dr ; 2°. à une des faces qui peut être biaise comme EK ; 3°. obliquement & parallèlement à l'axe du second Berceau, comme en EB ou DB. Au premier cas l'arc Droit est le cintre primitif, aux deux seconds il est secondaire.

Nous prendrons pour cintre primitif dans cet exemple le cintre

BHE, que nous ferons circulaire ou elliptique, il n'importe pour la construction.

AYANT divisé ce cintre en ses Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaissé de ses divisions des perpendiculaires sur son diamètre BE, suivant l'usage ordinaire, qui le couperont aux points f, g, i, k , on mènera par ces points des parallèles à la direction du Berceau, qui rencontreront la diagonale AB, aux points a^1, a^2, b^3, b^4 , par lesquels on mènera d'autres lignes parallèles au côté AD du second Berceau, qui couperont le diamètre oblique DB aux points o, n, m, l , & le diamètre perpendiculaire du second arc Droit Dr, aux points P, p^2, p^3, p^4 .

Les divisions correspondantes à celles du cintre primitif, étant ainsi trouvées sur tous ces diamètres de différentes sections, il sera aisé de trouver les points des Courbes des cintres, qui conviennent à chacune de ces sections & positions de leurs diamètres, parce qu'elles sont toutes des demi-Ellipses, plus ou moins alongées sur leur diamètre horizontal, mais dont toutes les ordonnées sont d'égale hauteur.

AINSI, il ne s'agit que de transporter la hauteur de la retombée de chaque division du cintre primitif, sur les projections correspondantes dans chacun de ces diamètres, où l'on a toujours marqué le même chiffre.

PAR exemple, la hauteur 1 égale à $k4$, sera portée sur AB en $a^1 1^d$ & $b^4 4^d$; la même sera portée sur le diamètre ER en $p 1^r, p 4^r$, pour le premier arc droit, la même hauteur sera encore portée sur le diamètre DB en $o 1^u, l 4^u$, enfin la même sera portée sur Dr en $Q 1^r, q^4 4^r$, pour le second arc Droit, la seconde hauteur $g 2$ égale à $i 3$, sera aussi portée sur tous les mêmes diamètres aux projections correspondantes, où se trouvent les mêmes chiffres; ainsi l'on aura tous les points des Ellipses, qu'on doit tracer à la main, ou avec une règle pliante, les unes alongées comme ATB, les autres racourcies, comme RVE & D $''$ r.

Au lieu de porter toutes ces hauteurs en particulier, on peut élever des perpendiculaires indéfinies, sur tous les points de projections trouvées, & avec la hauteur sous clef donnée, & commune à tous les différents cintres, on peut tracer chaque Ellipse, par le Problème 7, du deuxième Livre; la trace de son contour coupera ces perpendiculaires en des points, qui détermineront ceux de leurs divisions; cette méthode convient mieux que la précédente lorsque les Vouffoirs sont un peu larges, & les Ellipses petites, parce qu'alors ils comprennent des parties sensiblement courbes, dont il faut trouver le point du milieu par une subdivision, que font les Auteurs de la coupe des pier-

res, laquelle devient inutile par cette méthode, en ce qu'elle donne l'arc tout d'un coup, sans qu'il soit nécessaire d'en chercher la fleche, ce qui rend l'épure moins embrouillée de lignes.

IL peut arriver qu'on n'a pas besoin de tracer tant de cintres pour la rencontre de deux Berceaux, comme lorsque chaque Berceau est terminé par une face, ou un *formeret* contre un mur qui est d'équerre sur sa direction, parce qu'alors, l'arc Droit, & l'arc de face sont confondus; mais s'ils sont inégaux, on ne peut se dispenser de tracer cinq cintres, deux à chaque Berceau, pour l'arc de face ou de *Formeret* & l'arc Droit, & un cinquième ATB, qui est la commune intersection des deux doëles, où se fait l'angle d'enfourchement, lequel est rentrant en dehors depuis A jusqu'en T, & saillant en dedans depuis B jusqu'en T, ce qui forme deux sortes de Voutes dans une seule, sçavoir, la Voute en *Arc de Cloître*, pour la partie à angle rentrant de A en T, & une *Voute d'Arête* de B en T; c'est dans ces angles que consiste proprement le Trait dont il s'agit; car chaque Berceau en particulier doit être formé comme nous l'avons dit à la première partie de ce Livre sur les cintres donnez.

IL ne reste plus à présent qu'à trouver le biveau de l'angle, que font les doëles plates des deux Berceaux entr'elles à leur rencontre, ce qui est aisé suivant nos Principes de Goniographie, expliquez au troisième Livre, page 384, dont nous allons faire l'application au cas présent.

SUPPOSONS qu'il s'agisse de trouver le biveau des doëles plates du second rang de Voussiors, qui forment l'enfourchement dessiné sur la projection AB, par l'intervalle $a^1 a^2$, & sur l'élevation du cintre de rencontre ATB, par la corde $1^a 2^d$.

ON prendra au cintre primitif BHE, la hauteur $t 2$, de la retombée $\# 1$ ou gf , pour la porter perpendiculairement sur AB, de a^2 en x , d'où l'on tirera la ligne xa^1 , à laquelle on fera une perpendiculaire xy , qui rencontrera AB au point y ; par ce point y on menera une seconde perpendiculaire sur AB, qui rencontrera les projections des premiers joins de lit de chaque Berceau $a^1 P$, $a^1 Q$ prolongée aux points 8, 9, ensuite ayant transporté la longueur $y x$ en yz sur AB, on menera du point z aux points 8, 9, des lignes droites qui comprendront l'angle 8 z 9, qui est celui du biveau que l'on cherche.

Où il faut remarquer, que quoique cet angle soit rentrant dans la moitié de l'enfourchement de A en S, & saillant dans l'autre de B en S, il est toujours le même dans les rangs de Voussiors d'égale hauteur sur l'imposte de part & d'autre; la seule différence qu'il y a, c'est qu'au
rentrant

rentrant SA, on applique le dos du biveau qui est saillant, & à l'arête SB, on applique le dedans du biveau qui est rentrant; ce que l'on peut connoître sensiblement en jettant les yeux sur les figures 7 & 9, qui représentent les deux premiers Voussoirs d'enfourchement, l'un (7) destiné pour être mis en A, l'autre qui est marqué 9 pour l'arête à la naissance B.

Ces préparations supposées, il sera facile de rassembler tout ce qui est nécessaire pour tracer & tailler la pierre.

PREMIEREMENT, les panneaux de tête sont donnez à l'arc de face de chaque berceau, & à son arc Droit, comme il a été dit pour toutes les Voutes en berceau simples, Droites ou biaises, suivant la direction de la face sur son axe, par exemple sur l'arc droit ER en $5^{\circ} 1' 2'' 6''$, au grand berceau, & sur l'arc droit Dr, le même pour le petit.

Secondement, on formera les panneaux de doële plate, comme nous l'avons dit pour les berceaux simples biaises, par le moyen de la projection pour les longs côtez, & par les cordes de l'élevation pour les têtes.

AINSI on formera un trapeze ou rectangle au joint de tête, composé des deux côtez parallèles $a^2 p^2 a^1 p$, dont les mesures seront prises sur les mêmes lignes du plan horizontal, & avec la corde $1^r 2^r$ de l'arc droit EVR, pour intervalle perpendiculaire de ces deux parallèles: le quatrième côté qui leur est oblique, sera égal à la corde $1^d 2^d$ du cintre de rencontre ATB.

Le panneau de doële de l'autre berceau sera fait de même, supposant, par exemple que la branche de l'enfourchement au second berceau soit terminée au point 8, on fera $8^r q$ perpendiculaire sur la projection du joint $a^1 Q$, puis on formera un trapeze rectangle en 8, dont les deux côtez qui doivent marquer les joins de lit, seront pris sur le plan horizontal en $a^1 8$, & $a^2 q$, & leur intervalle perpendiculaire sur l'arc droit Dur, en $1^r 2^r$, le quatrième côté qui marquera l'arête de rencontre des doëles plates, sera égal comme au panneau précédent à la corde $1^d 2^d$ de l'arc ATB.

Troisièmement, les panneaux de lit se feront de la même manière que ceux de doële, avec lesquels ils ont déjà deux côtez communs, qui sont les joins de lit à la doële; l'intervalle de ces deux côtez sera pris à volonté, suivant l'épaisseur de la Voute, ainsi on formera de même un trapeze rectangle d'un côté avec les trois donnez, le quatrième se trouve déterminé par les extrémités des deux parallèles.

MAIS comme on peut se passer de panneaux de lit, en opérant par

équarrissement ou par demi-équarrissement, nous ne nous arrêterons pas à en donner un exemple.

Quatrièmement, il est clair que les biveaux de lit & de doële sont donnez à l'arc-droit de chaque berceau, comme si la Voute étoit simple, les uns sur l'arc RVE en $2^r 1^r 5^r$ & $1^r 2^r 6^r$, & les autres sur l'arc Dur en $D 1^r 5^n$, $5^n 1^r 2^r$, $1^r 2^r 6^n$ &c.

ENFIN les biveaux de rencontre des doëles plates, qui forment l'enfourchement des deux Voutes, ont été trouvez ci-devant par l'angle obtus 82.9 , ainsi rien me manque pour tracer & tailler la pierre.

Application du Trait sur la Pierre.

PREMIEREMENT, par équarrissement pour la partie d'enfourchement AS, qui est en angle rentrant.

Fig. 7.

AYANT dressé un parement $1 FD^a$ (fig. 7) pour servir de lit horizontal, supposé qui s'agisse du Couffinet, on y tracera avec le biveau l'angle rentrant DAE, de la figure 5 en $d Ae$ de la figure 7, & sur les lignes Ae , Ad , on en tracera d'autres à l'équerre pour les joins montans de doële, ou suivant l'angle AEB, ou ADB, s'il s'agissoit d'une tête biaise (fig. 5) sur ces lignes qui se rencontrent par exemple en gu , on formera deux paremens d'équerre au premier DFE (fig. 7) qui feront les surfaces aplomb go , gm , sur les arêtes desquelles on portera de d en g , la retombée DQ de la figure 5, & de e en p , (à la fig. 7) la retombée Ep de la fig. 5.

PAR les points p & d on tracera des parallèles aux lignes eA , Ad , qui se croiseront en a par les points p & g , on tracera aussi des parallèles à l'arête Lg , qui est la rencontre des deux seconds paremens aplomb, puis par les trois points donnez $p a q$, $g a k$, on fera par le Probleme I. du IV. Livre, Tome 2. passer deux surfaces planes, qui se rencontreront en angle rentrant, suivant une ligne ai , c'est-à-dire, que l'on emportera toute la pierre, qui forme le parallélepède gi .

CES deux nouvelles surfaces en angle rentrant, ne sont faites que pour y placer les lignes d'arêtes des lits avec les doëles des deux berceaux, par le moyen de la hauteur de la premiere retombée $1f$ du cintre primitif, ou de tout autre cintre, parce qu'elle y est toujours égale. Ainsi on portera cette hauteur sur les nouvelles arêtes $p q$, $g k$, & dans l'angle rentrant ai , pour tracer sur les deux surfaces les lignes $1^r x$, $1^n x$, qui feront les arêtes des joins de lit à la doële.

ON tracera aussi avec le biveau d'aplomb & de coupe, l'angle Q $x' 5''$, qui donnera, à la figure 5, l'inclinaison du joint 8 $1'' 5'$, égale à celui de l'autre côté $p 1'' 5'$, & par les trois points donnez $x 1'' 5'$ d'un côté, & $x 1'' 5''$ de l'autre, on fera passer deux surfaces planes, qui se rencontreront suivant la ligne $x 5'$ en angle rentrant, & les lits seront formez.

Il ne reste plus qu'à creuser la doële, par le moyen du biveau mixte formé sur la tête de l'arc droit de chaque berceau, comme $E 1' 5''$, pour le grand, & $D 1'' 5''$, pour le petit; la rencontre de leurs deux doëles cylindriques, faites suivant leur direction à la règle, sera l'angle rentrant de l'enfourchement, *qu'il falloit former.*

Pour en vérifier le contour, & le rectifier des fautes qu'on auroit pu y faire dans l'exécution, on pourra lever une cerche sur l'arc $A 1'$, du cintre de rencontre ATB , la position de laquelle est déterminée à ses extrémités sur les points A & x , & pour la direction suivant la Diagonale $g A$, qu'on a pu prolonger au lit de dessous, pour en bien diriger la position.

L'EXEMPLE qu'on vient de donner pour le Couffinet, doit aussi servir pour les Vouffoirs au dessus; car quoiqu'ils n'aient pas un lit horizontal, il faut toujours en supposer un, comme nous l'avons dit en parlant de la taille des Vouffoirs des Voutes simples par équarrissement; ainsi à ceux qui sont au dessus du Couffinet, il y a une opération de plus qui est celle de la coupe du lit de dessous, qui se fera en abattant la pierre par le moyen du biveau mixte, dont une branche, qui est la courbe, coulera sur la doële, & l'autre indiquera la pierre qu'il faut abattre; ou bien plus simplement, ayant tracé avec le biveau la coupe (par exemple $d 7$ figure 7) on fera passer une surface plane par les trois points donnez $A d 7$ (par le Prob. I. du quatrième Liv. Tome second) on en fera de même sur l'autre joint montant $e o$, sur laquelle ayant tracé la tête du lit de dessous, par exemple $e 6$, on fera passer une surface par les trois points donnez $A e 6$, laquelle rencontrant la précédente, formera à l'intersection une arête saillante, qui doit se placer dans l'angle rentrant, que font les deux du lit de dessus du Vouffoir inférieur.

Sur quoi l'on peut remarquer, que le premier lit horizontal n'a servi qu'à y placer les deux lignes droites, qui sont les arêtes du lit de dessous avec la doële; le reste de cette surface ayant été enlevé en dedans pour former la doële, & en dehors pour former le lit.

Secondement, pour la partie de la Voute en Arête saillante.

DE la maniere de tailler un Vouffoir d'enfourchement en angle rentrant, il fera aisé de tirer celle d'en tailler un de la partie BS, qui est au contraire en angle faillant, & qui fait ce qu'on appelle la *Voute d'Arête*; en effet il ne s'agit dans celui-ci que d'enlever toute la pierre qu'on avoit laissé dans l'autre, comme on peut le connoître sans un plus long discours, par la comparaison des Vouffoirs dessinez en Perspective aux figures 7 & 9, où l'on voit que les retombées sont transportées du dedans de l'angle DAE, au dehors de l'angle RB r ou KBG (figure 5) au reste l'opération est en tout la même, comme on va le voir.

Fig. 5.
& 9.

AYANT dressé un parement pour le lit horizontal, qui sera permanent au Couffinet, & de suposition aux Vouffoirs au dessus, on y tracera avec la fausse équerre l'angle $q\ 6^+ p^+$, des premieres retombées, & son parallele au dedans, qui est celui des piédroits r BR, suivant les distances $p^+ R$, $q^+ r$.

ON abattra ensuite la pierre en retour d'équerre au premier parement, suivant les lignes $q\ 6^+$, $p\ 6^+$, pour les faces de suposition, & suivant les lignes qO , pO d'équerre à ces faces pour les paremens des têtes qu'on y tracera, puis avec les biveaux d'aplomb & de coupe $Q\ 1^+ 5^+$, $p\ 1^+ 5^+$, on abattra la pierre pour former les lits, qui se rencontreront en angle faillant sur la Diagonale $8^d\ 4^d$, faisant couler l'angle rentrant du biveau sur les horizontales $4^r\ 4^d$, $4^r\ 4^d$, qu'on a dû y tracer par la hauteur des retombées, comme on a fait au Vouffoir rentrant, dont nous venons de parler, & on achevera le reste de même.

Seconde Maniere par demi équarrissement.

POUR opérer par équarrissement, il faut avoir une pierre bien pratiquée, où l'on puisse faire des paremens verticaux de suposition, qui soient à vive-arête entr'eux, & avec l'horizontal; de sorte qu'on ne peut faire usage d'une pierre, qui n'est pas assez pleine pour recevoir cette préparation, quoiqu'elle soit de grandeur suffisante, pour contenir le Vouffoir qu'on se propose de faire.

EN ce cas, après avoir formé le lit horizontal, on y tracera l'angle des piédroits DAE, pour le rentrant ou r BR, pour le faillant, puis avec le biveau de l'angle de l'horison avec la doële plate $e\ E\ 1^+$, & $a\ D\ 1^+$, on abattra la pierre en angle obtus le long des lignes droites, qui font les côtez de l'angle donné; ces deux surfaces se rencontreront en ligne droite, qui fera le fond d'un angle rentrant du côté de SA, & en angle faillant du côté de SB, on tracera sur chacune une ligne parallele à l'arête du lit à distance de la corde $D\ 1^+$, ou $E\ 1^+$, qui fera

Parète de lit & de doële, par le moyen de laquelle avec le biveau rectiligne de la doële plate, & de coupe $D 1^{\text{re}} 5''$, $E 1^{\text{re}} 5''$, on formera les lits; nous supposons les têtes faites, comme dans la maniere précédente.

Troisième Maniere par Panneaux.

LES Apareilleurs font rarement les Vouffoirs d'enfourchement, c'est-à-dire, de concours rentrant ou saillant de deux Berceaux par la voye des panneaux, c'est une espece d'usage de les faire par équarrissement, pour diminuer le soin de l'exécution, parce que les tailleurs de pierre, qui en ont fait un ou deux sont en état de les continuer d'eux-mêmes sur les hauteurs de retombées, & les retombées mêmes, dont on leur donne les mesures, sur-tout lorsque l'un des berceaux est en plein cintre; cependant l'usage des panneaux, quoique un peu plus embarrassant a bien son mérite pour menager la pierre: le voici.

Fig. 6.

AYANT dressé un parement pour servir de doële plate d'un des berceaux, on y appliquera le panneau qui lui convient, par exemple $abcd$, pour en tracer le contour; puis on prendra le biveau de l'angle des deux doèles plates, qui a été trouvé sur l'épure, par exemple l'angle $82^{\circ}9'$, de la figure 5, qu'on appliquera perpendiculairement au côté ed , pour abattre la pierre suivant ce qu'indiquera une des branches, tenant l'autre appliquée sur la premiere doële plate; l'angle de ce biveau sera saillant pour les Vouffoirs vers A, & rentrant pour ceux qui sont de f en B. Ainsi au premier cas, ce sera le dos extérieur du bras qui servira, & pour le second ce sera l'intérieur. Or comme dans le premier, il faut creuser en angle rentrant, l'usage du biveau est moins commode, que lorsqu'il faut abattre en angle saillant: en ce cas, il n'y a pas grand avantage sur la précédente méthode, parce qu'il n'y a point de pierre à épargner.

LA doële plate étant faite, on abattra la pierre pour former les lits avec les biveaux de lit & de doële plate, & les têtes se feront en faisant passer une surface plane par les angles, & par un retour d'équerre sur la direction du Vouffoir, s'il s'agit d'un joint transversal, ou suivant l'angle du biais, si le Vouffoir fait une portion de face biale.

LA figure 6 fait voir un Vouffoir d'enfourchement renversé, dessiné en Perspective pour y montrer ses doèles $abcd$, $defC$, qui font un angle saillant ou rentrant le long du côté dc , secondement les lits rentrants du dessus $blmdeg$, les lits de dessous $acfbik$, qui font un angle saillant en i , & une tête $fegh$.

DES VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

Nous avons déjà dit qu'on apelloit Voute en arc de Cloitre, celle qui étoit composée de proportions de Berceaux, dont les doëles se rencontroient en angle rentrant.

D'où il suit, que si l'on repète en sens contraire, la partie de Voute de la figure 5, dont le triangle DAE est la projection, suposant que DE passe par S, on aura une Voute en arc de Cloitre de quatre côtez, dont l'extrados est représenté à la figure 12, & la projection horizontale à la figure 8 en AD *ae*, & si plusieurs berceaux se croisoient de même, il se formeroit une Voute en arc de cloître de plus de quatre côtez en nombre pair; si au contraire ce n'étoit qu'une rencontre de demi berceau, il se formeroit une Voute en arc de Cloître en nombre de côtez impair, tels sont par exemple les Voutes des Chapiteaux des Guérites des fortifications, qui sont sur des Pentagones.

D'où il suit, que si la Tour voutée étoit d'un grand nombre de côtez, chaque portion de berceau deviendroit aussi très étroite, & la Voute aprocheroit d'autant plus de la Sphérique, que le nombre se multiplieroit, de sorte qu'on pourroit considerer une Voute Sphérique, comme un arc de cloître d'une infinité de côtez.

LORSQUE les côtez de la Tour à Pans voutez sont égaux entr'eux, il est évident que la Voute n'est qu'une répétition d'un même segment de Cylindre, pour le Trait duquel il n'y a que deux cintres à décrire, sçavoir, l'arc Droit, & celui d'enfourchement dans l'angle rentrant des doëles qui se rencontrent;

MAIS lorsque les côtez & les angles sont inégaux, comme à la figure 8, il faut tracer plusieurs, cintres differens, sçavoir;

Fig. 8. 1°. LE cintre du milieu de direction sur le diametre oblique, comme M *m*, ou son égal *ae*, qu'on a tracé en *a He*, pour trouver les projections des joins de lit sur toutes les arêtes, comme en *a' a''* sur la Diagonale A *a*, & *p' p''* sur la Diagonale D *e*, par la reproduction des points des projections *f, g, i, k*, conduits parallelement au côté A *e*, jusqu'à la Diagonale a A, & de là parallelement au côté DA, jusqu'à la Diagonale D *e*.

2°. LE cintre de direction transversale aussi oblique *n N*, on peut se passer de celui-ci.

3°. LE cintre de l'arc Droit sur les petits côtez, comme T *t*, ou son égal DR.

4°. CELUI sur le grand côté comme $r^n R^n$, ou son égal $D r$.

5°. LE cintre de Diagonale courte $a A$, qui est l'arc $ab A$.

6°. ENFIN le cintre de Diagonale longue $D e$; il est visible que si les côtés sont inégaux, & en nombre impair, il faut opérer à part pour chaque pan de Voute, comme nous allons le montrer.

Des Voutes en Arc de Cloître, sur un Polygone de côtés en nombre impair.

SOIT (figure 15, de la Pl. 71) le triangle scalene ABD, sur lequel on veut élever une Voute en Arc de Cloître. On commencera par di- Fig. 15.
viser ses angles, chacun en deux également par les Diagonales AC BC, PL. 71.
DC, qui se rencontreront en C, où sera le centre de l'arc Droit CEb, lequel fera un quart de cercle, où d'Ellipse formé sur une ligne CE, perpendiculaire à un des côtés AB du Polygone, n'importe lequel.

CET arc fera le cintre primitif, qu'on divisera en ses Voussoirs en nombre incomplet, par exemple en deux & demi, cet excédent de demi est pour la moitié de la Clef.

AYANT abaissé des divisions 1 & 2, des perpendiculaires sur le rayon CE, qui le couperont aux points P & p, on mena par ces points des parallèles au côté AB, qui couperont les Diagonales AC, BC aux points $e, f; g, i$, par lesquels on reproduira d'autres parallèles aux côtés BD, AD, qui couperont la Diagonale CD aux points l, k , & la projection des joins de lit sera faite.

IL faut présentement former les cerches ralongées des cintres des angles rentrants des doëles, qui sont des quarts d'Ellipses bien faciles à tracer, parce que leurs abscisses sont données sur les Diagonales de la projection aux points $e, f; g, i$, &c. & leurs ordonnées égales aux correspondantes 1 P, 2 p; nous avons tracé pour exemple le quart d'Ellipse CDS, qui est renversé pour la commodité de la Place de la figure.

Il ne reste plus qu'à faire usage de ces lignes, pour tracer les Voussoirs d'enfourchement par équarrissement ou par panneaux, comme il a été dit ci-devant, touchant le Trait de partie ADE, de la figure 5 & de la figure 8, ce qu'il est inutile de repeter.

DES VOUTES D'ARETES.

Fig. 13.
23 5.

Si l'on revient aux figures 13 & 5, de la planche précédente, qui font l'objet de ce problème, on reconnoitra que si l'on joint ensemble quatre fois la moitié de la figure 13, marquée *ru SVR*, on aura une figure de deux berceaux, qui se croisent en angle faillant, comme il est représenté à la figure 10, ce qu'on appelle *Voute d'Arête*, ainsi la Voute d'arête tracée en projection à la figure 4, n'est qu'une répétition de la moitié DBE de la figure 5, ce qui fait de la Clef une espece de croix, telle qu'on la voit à la figure 3.

D'ou il suit qu'on peut établir une Voute d'arête sur une base rectiligne en Polygone d'un nombre de côtez quelconque, sans que le Trait & la construction en devienne plus difficile, mais seulement plus composé.

ON observera seulement que si l'on tient les clefs de niveau, & que le cintre primitif soit circulaire, pris sur une des Diagonales, plus il y aura de côtez, plus les cintres des formerêts seront surhaussés, parce que leur diametre horizontal se raccourcit pendant que le demi diametre vertical est permanent.

Et au contraire, si le cintre primitif étoit pris sur un des côtez, & en plein cintre, plus le nombre des côtez augmenteroit, plus la Voute s'abaîsseroit, & si leur nombre étoit infini, elle deviendroit enfin plane.

L'EXEMPLE que nous avons donné pour la moitié de la figure 5 & 13, à la figure 4, montre le Trait des Voutes d'arêtes sur des Polygones en nombre de côté Pair. Il suffira d'en ajouter un pour les impairs, ou il y a un peu plus de difficulté, ou plutôt de variété.

Des Voutes d'Arêtes sur des Polygones impairs.

DANS les Voutes en *Arc de Cloître*, nous avons toujours établi la clef à l'interfection des Diagonales, qui divisent chacun des angles du Polygone en deux également, parce qu'il convient de prendre pour rayon, ou pour un des axes du cintre primitif, celui d'un cercle inscrit dans le Polygone donné, lequel est perpendiculaire à chacun des côtez (par la quatrième du 4^e. Livre d'Euclide), & par conséquent l'Arc Droit commun à tous les demi-berceaux, qui composent l'Arc de Cloître; ce qui rend la doële autant régulière qu'il est possible, car

Si le milieu de la clef est plus près d'un côté que de l'autre, comme on peut le faire si l'on veut, il y aura autant de differens arcs Droits, qu'il y aura de demi-Berceaux, lesquels seront les uns en plein cintre, les autres surmontez ou surbaissiez suivant l'inégalité de ces distances variables, qui seront un des axes des cintres, celui de hauteur restant permanent & commun à tous.

On ne doit pas opérer de même pour les Voutes d'arêtes, parce que ces rayons perpendiculaires ne tombans pas sur les milieux des côtés du triangle isoscele ou scalene, les cintres des Formerets élevez sur ces côtés deviennent *Corrompus* (en terme d'Architecture,) c'est-à-dire, composez de deux arcs de Courbes inégales, sçavoir d'un quart de cercle AR, & d'un quart d'Ellipse RB, dont le rayon gA est égal à Sg , comme le P. Deran fait ceux de la Voute d'arête, établie sur un triangle rectangle isoscele; tels sont les arcs $ARnB$ & $ArND$ de la figure 17, ou bien de deux quarts d'Ellipses différentes, ce qui est aussi désagréable à la vue. Or il est clair que l'on doit avoir dans ce genre de Voute plus d'attention à la régularité de ces cintres, qui en fait la beauté, qu'à la position de la clef dans l'intersection des Diagonales, qui partagent les angles en deux également; d'où il suit que le Trait de cet Auteur doit être rejeté, parce qu'il fait des irrégularitez difformes sans aucune nécessité, & que l'on peut parfaitement bien éviter.

Il faut donc chercher la projection de la clef de la Voute d'arête sur un triangle, par la 5^e. Proposition du même Livre d'Euclide cité, qui est à la suite de la précédente; c'est-à-dire, qu'il faut circonscrire un cercle au Polygone donné, afin que toutes les Diagonales qui sont les projections des arêtes de la Voute deviennent égales entr'elles, & que les directions des clefs de chacun des Berceaux tombent perpendiculairement sur les milieux des côtés du Polygone, pour les diviser également, & non pas inégalement comme a fait le P. Deran dans le Trait cité, (quatrième Partie, Chap. IV.) mais cette construction a un autre inconvenient, qu'on ne peut éviter qu'en changeant la direction Droite des Berceaux obliques, comme nous le dirons ci-après.

Soit, pour exemple, le triangle ABD, qu'on veut couvrir d'une Voute d'arête; ayant divisé en deux également deux de ses côtés, comme AB en C, & AD en E, on leur tirera par ces points des perpendiculaires indéfinies EX, CX qui se croiseront en X, où sera le milieu de la clef, duquel on menera aux angles A, B, D, les Diagonales AX, BX, DX qui seront égales entr'elles, & par le même point X on tirera sur le troisième côté DB la perpendiculaire Xc.

ON voit que ce milieu de clef X est bien différent de celui que donne le Trait de la Voute en Arc de cloître, provenant de la division des angles en deux également par des Diagonales, qui se croisent en *m*.

Il suit de cette construction, 1°. que le point X s'approchera d'autant plus du point *m*, que les côtéz du triangle approcheront de l'égalité entr'eux; de sorte que ces points *x*, *m* se confondront en un seul, lorsque les trois côtéz seront parfaitement égaux.

2°. QUE ce point X, s'approchera d'autant plus d'un des côtéz, que l'angle qui lui est opposé approche du Droit, de sorte que si cet angle est Droit, le milieu de la clef, suivant cette construction, tombera sur le milieu de l'hypoténuse, parce que la profondeur du Berceau, dont elle est le diamètre s'évanouit, & se réduit à la seule ligne du cintre commun aux deux autres; ainsi au lieu de trois Berceaux, il n'en faut plus que deux pour couvrir cet espace triangulaire, ce qui paroît très singulier, mais qui est sensible en ne considérant que la moitié DBE des figures 4 & 5, de la Planche 70

Ce cas est le dernier où cette construction puisse servir; car si le triangle avoit un angle obtus, il est évident que le point X tombant aux dehors de la figure, le plan ou mur du formeret du grand côté couperoit les deux Berceaux réunis au dedans du concours des Clefs; ce qui formeroit une courbe composée de deux arcs, dont l'intersection seroit arquée en *contrebas*, & feroit un angle curviligne d'arête, qui ne pourroit se soutenir.

Il faut donc conclure de toutes ces observations, qu'il ne convient pas toujours de mettre le sommet de la clef dans l'intersection des Diagonales en *m*, ni dans l'intersection des perpendiculaires sur les milieux des côtéz en X; mais qu'on peut placer à volonté le milieu de la clef, par exemple en S, sans autre inconvénient, que celui du changement des directions Droites XE, XC en obliques SE, SC, ce qui ne cause aucune difformité à la Voute.

CELA supposé, pour former le Trait de la Voute d'arête sur le triangle scalene ABD, on choisira tel côté que l'on voudra pour diamètre du cintre primitif, par exemple AB, sur lequel on tracera un demi-cercle AHB, ou une demi-Ellipse surhaussée ou surbaissée, comme on le jugera à propos, puis l'ayant divisé en ces Voussloirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaissera à l'ordinaire des perpendiculaires sur ce diamètre, qui le couperont aux points P_p, Q_q.

ON placera ensuite à volonté le milieu de la clef en S hors des règles, ou en *m* suivant la règle des Arcs de cloître, ou en X suivant celle des Voutes d'arêtes, tout comme on le jugera à propos.

DE ce sommet S, on tirera des lignes aux milieux C, E, *e*, des trois côtéz, & aux trois angles ADB, ensuite par les points P & *p*, on tirera les paralleles PN, *p**n*, à la ligne DB, qui couperont le côté AD, aux points N & *n*.

DE même par les points Q & *q*, on tirera des paralleles au côté AD, qui couperont DB aux points O & *o*.

PAR les points N & *n*, on mènera les lignes N*f*, *n**g*, paralleles à la direction ES, & P*f*, *p**g*, paralleles à la direction CS, qui se rencontreront sur la fausse Diagonale AS en *f* & *g*; on tirera de même O*i*, *o**k* paralleles à la direction S*e*, qui couperont la fausse Diagonale SB en *i* & *k*; ainsi de même pour les demi-côtéz restans DE, D*e*, CB, & l'on aura toutes les projections des divisions des Vouffoirs, tant sur les diametres des Formerêt, que sur les vraies ou fausses Diagonales, par le moyen desquelles projections & des hauteurs des retombées du cintre primitif AHB, on fera les cintres des formerêts A*b*D, B*b*D, & même ceux des arêtes SA, SB, SD, si l'on veut; ce qui est trop facile pour s'y arrêter.

ON voit à la figure 17, ou le triangle donné est rectangle isoscele; la convenance de notre construction, parce que 1^o. si l'on fait les directions CX, *m*X des Berceaux, qui ont pour diametre les côtéz AB & AD, qui comprennent l'angle Droit, perpendiculaires à ces côtéz, la position de la clef tombe en X sur le côté BD, & fait évanouir le troisième Berceau, qui étoit ci-devant exprimé par la projection DSB.

2^o. Si l'on met le sommet de la clef en S, sur le point d'intersection des Diagonales AS, BS, DS, & que l'on veuille (comme le P. Deran) faire les deux Berceaux ASB, ASD, de direction Droite sur AB & AD, il résulte qu'on ne peut les faire ni elliptiques, ni circulaires, mais d'un contour irrégulier, comme sont les Courbes ARB, ArD, parce que les sommets R & *r* tombent aplomb des points *g* & G, produits par les perpendiculaires tirées du point S; donc il faut changer ces directions Droites S*g* & SG en obliques SC & S*m*, pour avoir un milieu *h* au sommet d'un demi cercle, ou de la demi-Ellipse, prise pour cintre primitif.

IL faut encore remarquer qu'on pourroit prendre si l'on vouloit, une direction oblique comme SC, & une Droite comme SG, en fai-

fant le cintre AKD corrompu ; ce que nous observerons en passant sans en conseiller la pratique.

L'APPLICATION du Trait de ces Voutes est visiblement la même, que celle des berceaux d'égale hauteur, qui se rencontrent perpendiculairement ou obliquement, dont ces cas ne sont que des Corollaires.

Des Voutes d'Arêtes incomplètes.

J'APPELLE ainsi celles dont les arêtes ne sont qu'un quart de cintre, telles sont par exemple celles de la plupart des chevets de nos anciennes Eglises, qui sont à *Pans Coupez*, dont la clef est sur le milieu du cintre, qui rachète la Voute de la nef; il est visible qu'une telle Voute est la moitié d'une Exagone de même espèce, dont on a retranché l'autre moitié suivant un de ses diamètres, ainsi il n'est pas nécessaire d'en parler en particulier, après ce qui a été dit en général.

IL faut seulement observer que de telles Voutes demandent à être bien appuyées à la clef pour subsister, parce que les arêtes pousseroient au vuide au delà de l'arc doubleau, s'il n'y avoit pas une Voute au-devant.

Des Berceaux Croisez, qui rachètent des Plat-fonds.

LE Pere Deran dans le Chap. XIX. de sa quatrième partie, annonce le Trait d'une *Voute d'Arête sur un quarré, ayant un Plat-fond quarré au milieu*, il n'est pas difficile de montrer, qu'il propose une chose impossible, s'il prétend racorder la Voute avec le plat-fond; car puisque les directions des côtes du quarré du plat-fond sont perpendiculaires aux axes des Berceaux, qui se croisent pour former la Voute d'arête, elles ne peuvent être que les cordes ou les tangentes des sections transversales de ces Cylindres, lesquelles sont essentiellement des lignes courbes circulaires ou elliptiques, par conséquent les côtes du quarré ne peuvent se racorder avec le milieu de la croisée de la Voute, que par le moyen de la saillie du quadre, qu'il y demande pour *la beauté de l'ouvrage*; il auroit dû dire pour en cacher un peu le défaut & la discordance, parce que les angles de ce quadre seront plus bas que la clef, de toute la hauteur de la flèche de l'arc, que ce côté de quarré comprend, auquel la bordure se termine par une saillie inégale, depuis son milieu à ses angles, laquelle sera d'autant plus difforme que le plat-fond sera grand.

IL n'en est pas de même pour les Voutes en arc de cloître, on

peut fort bien y pratiquer au milieu un plat-fond, si grand que l'on voudra, en voici la raison.

LES joins de lit de chaque assise des Voutes d'arête, sont des lignes droites horisontales paralleles aux impostes de chaque Berceau; par conséquent on peut pratiquer au milieu de cette espece de Voute une surface plane d'autant de côtez que le nombre des impostes; quarré sur une Voute de deux Berceaux, qui se croisent en angle Droit, exagone sur trois; ainsi du reste.

J'AI dit qu'on pouvoit faire ce plat-fond si grand que l'on veut, mais à condition qu'il servira d'étreffillon, pour contenir les Vouffoirs qui poussent au vuide entre les angles rentrans, car il n'y a que ceux des angles qui se contiennent mutuellement par le concours des deux diametres de leurs côtez.

DE ces deux observations, il suit que le Trait du même Auteur, au Chap. XX. à la suite du précédent, est partie bon, partie mauvais, comme nous le dirons en parlant des Voutes à doubles arêtes.

Aplication du Trait sur le Bois.

POUR LA CHARPENTE, OU POUR LA MENUISERIE.

ON ne peut pas toujours, ni par-tout faire des Voutes de Pierres ou de Briques; on a souvent des raisons de les faire en Charpente, ou du moins de revêtir de Lambris de Menuiserie, celles qui sont faites de Pierre, ou de Briques.

LES raisons que l'on peut avoir de faire des Voutes de Charpente sont.

1°. LA rareté, ou la cherté de la pierre dans le lieu où l'on bâtit, lorsqu'il est auprès d'une forêt.

2°. LA foiblesse des murs, sur lesquels on veut établir une Voute; dont la Poussée pourroit les renverser, si on la faisoit de pierre ou de briques.

3°. LA crainte des secousses des tremblemens de terre, dans les Pays qui y sont fort sujets. Par cette raison toutes les Eglises de Lima, grande Ville Capitale du Perou, où j'ai été, sont faites de Charpente recouverte d'un Lattis de Cannes, & de Mortier; j'en ai vû plus de

soixante si bien faites , que je ne les jugeai pas telles du premier abord , étant ornées d'ordres d'Architecture , de pilastrs , corniches , arcs doubleaux , &c. tout comme les Voutes de maçonnerie , comme je l'ai dit dans la relation de mon voyage imprimé en 1716. à Paris , en Hollande , & en Angleterre , où il a été traduit dans la Langue du Pays.

On a aussi quelquefois raison de revêtir en Lambris de Menuiserie des Voutes , qui ne sont pas agréables à la vûe , & qu'on ne veut pas démolir , soit pour en changer le contour , comme du Gothique au plein cintre , ou pour en cacher quelques imperfections , ou pour les rendre plus susceptibles des Ornemens de Sculpture , Dorure & Peinture.

Soit que l'on se propose de faire en bois une Voute en Arc de cloître , ou une Voute d'arête.

On fera l'épure comme pour les Voutes de pierres ; les cintres étant tracez pour les formerêts & arcs doubleaux , les ouvriers ne trouveront non plus de difficulté à les exécuter en bois , qu'à faire une demi - rouë de plusieurs jantes , parce que ces pieces sont directement tranversales.

Il n'en est pas tout à fait de même pour les cintres des Diagonales , creusez en angle rentrant pour les Arcs de cloître , ou débillez en angle saillant , pour les *arêtes* des Voutes , qui en portent le nom , il y faut un peu plus de façon.

Soit (figure 4 ,) le parallelograme DBE*b* , le plan horizontal d'une Voute d'arête biaise , dont l'arc surbaissé DTE est le cintre d'arête , formé sur la plus grande Diagonale DE , pour axe horizontal , & la hauteur ST donnée égale à CH , du cintre primitif DH*b*.

On commencera par déterminer la longueur de la piece de bois sur l'épaisseur de celle qu'on veut employer , considerant la flèche , & la profondeur de l'arc qu'on y peut creuser , & ajoutant à cette longueur , celle des Tenons nécessaires pour l'assemblage avec les pieces suivantes , & la sabliere , sur laquelle elle doit être posée.

Pl. 70.
Fig. 4

SUPPOSONS qu'il s'agisse d'un cintre de Diagonale d'une Voute d'arête DTE , (figure 4 ,) on y inscrira une corde par exemple D*3*^d , égale à la longueur du bois donnée , laquelle fera avec la Diagonale ED , prolongée vers *k* , l'angle obtus *3*^d D*k* , qu'on prendra avec la fausse équerre pour couper en *gras* le bout inférieur de la piece de bois aux deux côtes du Tenon , qui doivent s'appuyer sur les bords de la mor-

toise de la *sabliere* * (qui est la piece de bois , où est la naissance de la Voute.)

* Ce mot vient du Latin *Subligare* , lier par dessous.

ON levera ensuite la cerche ou le panneau du segment d'Ellipse $D 4^e 3^e$, avec laquelle on tracera sur les côtez de la largeur le creux de la piece de bois qu'on coupera cylindriquement , comme si l'on vouloit en faire une simple portion de Berceau , comme l'on voit à la figure 14, la partie de g en G . Pl. 71. Fig. 14.

SUR le milieu de cette surface concave , on tracera avec un *Trusquin*, ou en trainant le compas ouvert de la moitié de l'épaisseur , ou seulement un *Echantillon* , la ligne du milieu $D b 3$, qui marquera l'arête que l'on doit former.

ON tracera ensuite sur l'épure de la figure 4 *, une ligne ig , perpendiculaire à DE , sur laquelle on portera de part & d'autre la moitié de l'épaisseur du bois de D en i , & de D en g , par où on menera des paralleles à DE ou $D k$, qui rencontreront les côtez BD prolongé en a , & bD prolongé en e . * Pl. 70.

ON portera les longueurs ia , sur un côté de la hauteur ou largeur du bois, & gc de l'autre , pour tracer par ces deux points des lignes courbes paralleles aux arêtes ikl (figure 14) & gfG , comme crn & son opposée, que le dessein ne peut représenter, parce qu'elle est cachée par l'épaisseur du bois. Pl. 71.

ENFIN par la ligne du milieu $D b 3$, & cette dernière crn , on débillerà , c'est-à-dire , on abattra le bois en chanfrin , comme il est représenté en $brn 3$, & de même de l'autre côté , ce qui formera l'arête qu'on voit en Perspective au bout $n 3 o$, laquelle sera celle d'une des croisées de la Voute d'arête qu'on veut faire.

L'AUTRE arête de croisée se formera de même sur le cintre de même hauteur , qui a pour diametre la Diagonale bB , ou si l'on veut revenir à la figure 5 , qui est la primitive , d'où cet exemple est tiré, ce sera le cintre ATB .

ON operera de même pour chacune des pieces de bois , qui doivent s'assembler avec les autres , à peu près comme les jantes d'une rouë.

Si au lieu d'une Voute d'arête , il s'agit de faire un arc de cloître ; il est visible qu'il faut operer en sens contraire de ce qu'on vient de faire , c'est-à-dire , creuser en angle rentrant le bois qui formoit un angle saillant.

AINSI ; (figure 8,) ayant tiré comme ci-devant la perpendiculaire ig , sur la Diagonale De , on menera par les points i & g , donnez pour l'épaisseur du bois des parallèles ik , go à la Diagonale De , qui couperont les côtes AD , & aD en k & o , & donneront des longueurs ik & go , inégales si la Voute est biaise ou *Barlongue*, c'est-à-dire, plus longue que large.

Si l'épaisseur du bois est peu considérable par rapport à la Diagonale, qui croise la première, on pourra se servir pour tracer les arêtes par o & par k , de l'arc du cintre fait sur De , comme en DTE, de la figure 4, parce que la différence de ce cintre à ceux qu'on y doit faire passer dans la rigueur, peut être négligée sans erreur sensible.

MAIS si cette épaisseur de bois & l'obliquité, ou l'inégalité des côtes de la Voute est considérable, alors il faut tracer des arcs d'Ellipses particuliers, un pour l'arête passant par k , l'autre pour celle qui passe par o .

IL faut de plus observer que s'il s'agit d'une pièce de charpente, qui doit être couverte d'un latis & de plâtre, les deux côtes Dk & Do , doivent être inégaux dans les Voutes biaises & barlongues. mais s'il s'agit d'un revêtement de Menuiserie, ces côtes devenant les largeurs des bâtis, doivent être égaux entr'eux ; quoiqu'il en soit.

On tirera par les points k & o des parallèles à la Diagonale De , par exemple, par o la ligne of , qui coupera ae en f , & la diagonale Aa au point x , où on élèvera sur Aa une perpendiculaire xy , qui coupera le cintre abA en y ; la ligne of fera l'arc horizontal d'une Ellipse, dont xy fera la hauteur verticale ; avec ces deux mesures on tracera une demi-Ellipse, que fera le cintre de chacune des arêtes, quoique l'une comme k avance plus que l'autre o .

LES arcs de ce cintre étant tracés chacun sur une face de hauteur du bois, on le creusera de l'un à l'autre en portion de berceau biais ; sur laquelle ayant tracé l'arc du milieu, on y creusera le bois en angle rentrant kDo , suivant la cerche du cintre formé sur la diagonale De , comme DTE de la figure 4, & la pièce sera achevée.

Des Voutes d'Arêtes Gothiques.

Fig. 20. ON appelle Voutes *Gothiques*, ou selon le P. Deran, Voutes *Modernes*, & à *Anglais*, celles dont les cintres perpendiculaires à leurs directions sont

sont composez de deux arcs de cercles, tracez de differens centres, faisant un angle rentrant à la clef.

LA mode de ces Voutes que nous tenions des Gots, ou plutôt selon quelques Antiquaires des Maures, est tellement abolie qu'on n'en fait plus de cette espece dans les nouveaux Bâtimens; mais comme dans les réparations des anciens Cloîtres, Eglises, ou autres Edifices, il se présente des occasions d'en rétablir quelques parties, il est nécessaire d'en connoître le Trait.

IL faut premièrement, remarquer que les doëles des Voutes d'arêtes Gothiques, sont très rarement des portions de surfaces de Cylindres, comme à nos Berceaux & Voutes d'Arêtes Antiques, qui sont usitées dans l'Architecture Moderne; mais chaque Pandantif est une portion triangulaire d'une espece de Sphéroïde irrégulier, dont la surface se courbe depuis sa naissance insensiblement, suivant la direction de la clef, à mesure qu'elle en approche, de sorte que chaque Pandantif est une surface à double courbure, dont nous devrions renvoyer le Trait au rang des surfaces irrégulières, cependant nous lui donnerons place ici par plusieurs raisons.

PREMIEREMENT, à cause de leur grande conformité avec les Voutes d'arêtes régulières.

SECONDEMENT, parce que leurs Nervures en sont le principal objet pour la coupe des pierres, en ce qu'il n'est presque jamais question d'Apareil pour les Pandantifs que ces nervures terminent, à cause que leur peu d'épaisseur rendroit la coupe presque insensible dans chaque Vouffoir; c'est pourquoi on se contente ordinairement de les faire de petites pierres, sans coupe, qu'on appelle *Pandans*, pour lesquelles le mortier mis un peu plus épais à l'extrados qu'à la doële, fait l'office de la coupe d'un Vouffoir.

LES principales de ces nervures, sont les *Arcs Doubleaux* AB, ED, & les *Angives*, AD, EB; les premières les traversent diametralement, & les secondes en diagonales qui se croisent; c'est pourquoi on dit ordinairement *Croisée d'Angives*. Fig. 21.

LES Courbes de ces cintres sont arbitraires, cependant on n'y emploie jamais que des *Arcs de Cercles*. Ceux des *Arcs-doubleaux* sont toujours tracez de differens centres, pris ordinairement aux impostes opposées, alors ils sont de soixante degrés; quelquefois le centre est en dedans, quelquefois en dehors; on en voit même aussi, (mais mal à

propos,) dont les centres sont au dessus ou au dessous de la ligne des impostes : le P. Deran le met au dessus.

LES Arcs des Augives, sont quelquefois tracez aussi de deux centres, mais souvent d'un seul qui fait un demi-cercle ; ce qu'on ne pratique jamais aux arcs doubleaux, dans l'Architecture Gothique.

Fig. 21. SORT le parallelograme rectangle ABDE, (figure 21,) le plan horizontal de la Voute d'arête Gothique, dont les diagonales AD, BE, sont les projections des Augives ; les côtez AB, DE, celles des arcs doubleaux, de même que AE, BD, si la Voute étoit dans une croisée ouverte ; mais si elle est fermée de ces côtez, ces arcs doubleaux prennent le nom de *formerets*.

ENTRE ces principales nervures on en place souvent d'autres, comme MG & MH, & leurs opposées MF, MI, qui sont les projections des *Liermes* ; & les lignes BG & BH, & leurs lignes semblables qui sont celles des *Tiercerons*.

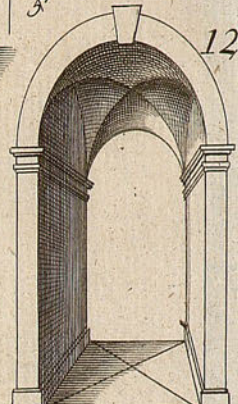
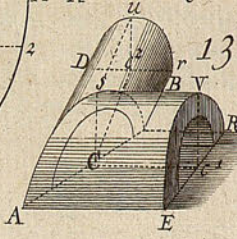
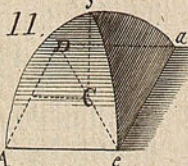
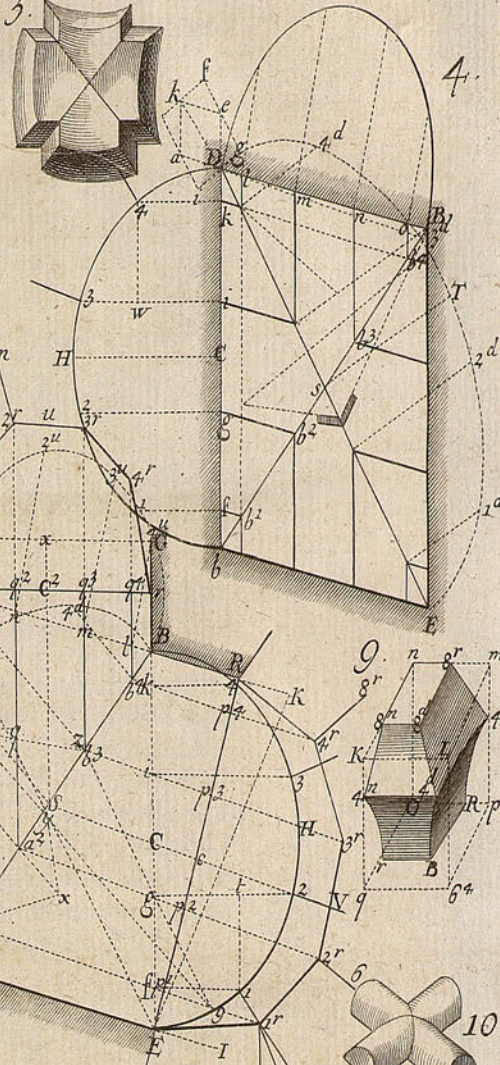
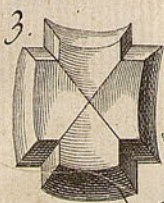
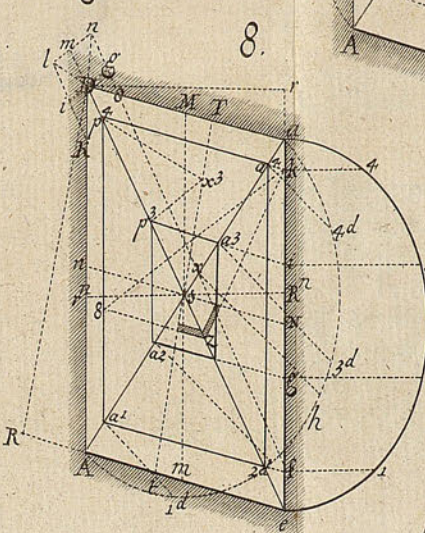
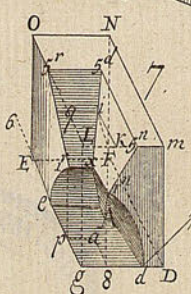
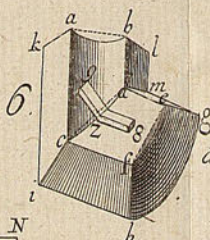
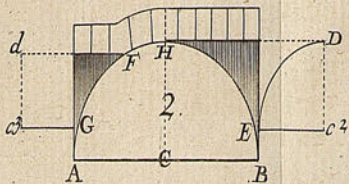
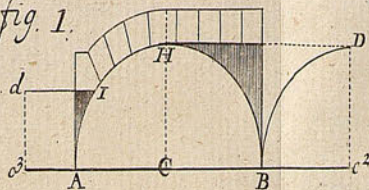
IL s'agit présentement de tracer les arcs de cercles, dont ces lignes sont les projections horizontales, c'est-à-dire, les *Plans*, suivant le Lançages des Apareilleurs.

AVANT divisé AB en deux également en m , on prendra à volonté, & à distance égale de ce point les cintres C & c, pour ceux des arcs doubleaux AS, BS, selon qu'on voudra la Voute plus ou moins surmontée 'en S', où ils se croisent. Le P. Deran prend ces centres au dessus de la ligne d'imposte AB, & dit qu'on en use ainsi, ce qui est très mauvais, parce que une telle naissance commence par un arc renversé en talud.

POUR tracer ensuite les arcs d'Augives, on portera la projection BM en B p sur BA, où l'on élèvera une perpendiculaire $p m^2$, qu'on peut faire égale à MB, si l'on veut l'augive en plein cintre, ou plus haute, si on la veut de deux arcs de moins de degréz que le quart de cercle, comme on a fait aux arcs doubleaux.

DANS ces deux cas, le point m^2 fera plus haut que le point S, le point p fera le centre de l'arc B m^2 ; si l'augive est d'un seul arc en plein cintre ; si elle est de deux, le centre sera plus près de A, mais toujours sur l'horizontale AB ; la maniere de trouver ce nouveau centre, est de tirer une corde du sommet donné au dessus de m^2 , par exemple, z au point B, la diviser en deux également, & lui mener une perpendiculaire, qui coupera AB en un point, qui sera le centre qu'on cher-

fig. 1.



che, comme nous allons le faire pour trouver les arcs des autres nervures.

Premierement, pour l'arc de *Lierne*, il faut considerer qu'il doit passer au sommet m^2 , qui est le milieu de la croisée d'augive, dont la projection est le point M, & par le sommet S de l'arc doubleau, dont la projection sera si l'on veut le point L ou m . On menera par le point S une ligne OR, parallele à AB, qui coupera la verticale $p m^2$, au point O, d'où l'on prendra OR égale à ML, & par les points m^2 & R donnez, on tracera un arc, dont le centre est sur la verticale $m^2 p$, prolongée au point Q, qu'on trouvera en tirant une corde de m^2 en R, & faisant sur son milieu une perpendiculaire qui coupera cette verticale en Q, ce qui n'est pas exprimé dans la figure, pour éviter la confusion des lignes; l'arc $m^2 R$ tracé de ce centre Q, fera la moitié d'une lierne, dont la projection est ML ou M m , si ABDE est un quart; mais comme par cette disposition de figure des projections des nervures, cet arc ne descend pas jusqu'en L, finissant en G ou H, il faut porter la distance MH, sur le profil OR en O g , & mener gh verticale, qui coupera l'arc $m^2 R$ en h ; l'arc $m^2 h$ sera celui que l'on cherche, dont MH étoit donné pour sa projection.

Secondement, pour avoir l'arc du *Tierceron* BH ou BG, on portera la longueur de la projection BG en B k , où l'on élèvera la verticale $k K$ indéfinie, puis on tirera par le point trouvé b une horizontale $b i$, qui coupera cette verticale au point K, par lequel & par le point B, on tirera la corde KB, qu'on divisera en deux également en n , ou l'on fera une perpendiculaire à cette corde, qui coupera l'horizontale AB au point y , où sera le centre de l'arc KB du Tierceron, qu'on veut former sur la doële du Pandantif; ainsi on aura tous les arcs des nervures tracées en projection, suivant la figure comprise dans le quarré ABDE.

IL est aisé de tirer de cette pratique la maniere de trouver les arcs des nervures de tant de compartimens differens que l'on voudra en tracer au plan horizontal.

PAR exemple, si l'on prolongeoit les Tiercerons AF, DI, &c. jusqu'aux augives en T & t , & qu'on tirât les lignes F u , I u , I V, HV, qui formeroient des compartimens de lozanges F u IT, HVI t , il est déjà clair que la hauteur des points F, H, I, est donnée au Profil, que nous venons de faire au point b , & que les points T & u ou t & V, sont déterminez dans l'augive par la projection; ainsi si l'on porte la longueur D t sur AB en B, & qu'on élève la verticale $t x$, elle rencontrera l'arc $m^2 B$, de l'augive au point x , qui sera plus bas que le point b .

Ensuite ayant tiré par x l'horizontale xq , & une verticale par le point b , qui la coupera vers x , on portera la longueur $H\frac{1}{2}$ de la projection en xq , (suposant x à l'intersection de la verticale & de l'horizontale,) & par les points donnez b , q , on tracera un arc, dont le centre doit être sur la verticale passant par b .

Si l'on avoit cherché l'arc, dont VH est la projection, on l'auroit trouvé de même; mais au lieu que le point b est ici le plus élevé, ç'auroit été le plus bas dans le profil.

On peut remarquer dans les anciennes Eglises & Cloîtres Gothiques, une variété admirable de ces compartimens; ce que j'ai vû de plus beau & de mieux exécuté dans ce genre, est au Monastere de Bethlehem, auprès de Lisbonne en Portugal, tant à l'Eglise qu'au Cloître, où la plupart des nervures sont de Marbre.

Fig. 18.

Il paroît dans nos anciennes Eglises beaucoup de bizarrerie dans ces compartimens; quelquefois les arcs-doubleaux sont supprimez entre les croisées d'augives, pour les traverser par des nervures, passant par les clefs des formerets, parallèlement aux augives; de sorte que leur projection horizontale donne une figure de reticules en quarré ou en lozanges, comme on voit à la fig. 18; ce qui fait que ces liernes poussent de part & d'autre au vuide contre le milieu des Reins des augives; quelquefois les nervures sont détachées de la Voute au milieu de la croisée, où la doële s'élève au dessus en forme de cu-de-four irrégulier comme en *M*, duquel pendent du *Cu-de-Lampes*, des *Guimberges*, & autres ornemens de l'Architecture Gothiques, suspendus par des barres de fer, lesquels sont présentement universellement rejettez par les Architectes, comme étant dans des situations forcées & de peu de solidité.

Il est visible par ces constructions, que les directions des doëles à la clef étant courbes, les pendants ne sont pas des portions de Cylindres, puisqu'ils sont terminez par trois côtes courbes circulaires, sçavoir, par l'arc-doubleau, par celui de l'augive & par celui de la lierne, (s'il y en a une,) ou à sa place par l'angle courbe & rentrant, qui est au long de la clef; ainsi suposant, ce qui n'arrive presque jamais, qu'on fit les pendants en pierre de taille, il faudroit avoir recours à ce que nous avons dit des Voutes Sphériques, ou plutôt des Sphéroïdes irrégulières; car les pendants ne sont pas des triangles exactement Sphériques, quoiqu'ils puissent l'être.

Il est encore visible que si l'on fait d'autres nervures de plus, en

façon de rose , d'étoile , &c. que les parties des pendants compris entre les nervures circulaires , sont des surfaces qui ne feroient pas d'une suite uniforme , si ces nervures étoient enlevées , parce que les sections d'une surface irrégulière ne sont pas des arcs de cercles étant coupées en tous sens ; elles feroient au contraire souvent des Courbes à double courbure , dont l'exécution demanderoit une grande attention ; mais on assujettit le vuide des compartimens aux terminaisons des nervures , & non pas les nervures à la surface de la voûte.

UNE des principales difficultés des Voutes Gothiques , est celle des intersections & des naissances des nervures. A l'égard des intersections de celles qui se croisent , il est visible qu'elles doivent être d'un même profil de moulures égales , afin que les angles rentrants soient exactement dans le plan des diagonales de leurs projections

Pour trouver l'alongement , c'est-à-dire , la cerche ralongée de leur contour , il n'y a qu'à faire un angle BAD , égal à celui de la croisée d'augives , dont le côté AB , représente par exemple la Lierne , & AD l'augive ; on tirera sur AB la perpendiculaire BD , & autant de parallèles que l'on voudra avoir de points au contour de la moulure , qui coupera AD aux points *o* , *o* , *o* , D , par lesquels on mena des perpendiculaires sur AD , qu'on fera égales aux petites lignes *ad* , *ad* , &c. comme *ox* , *ox* , &c. dont les extrémités détermineront les contours des moulures ralongées , dans l'angle rentrant de l'intersection de deux nervures. Fig. 22.

QUANT à la naissance des nervures au dessus d'un pilier , ou d'un *Cu-de-Lampe* , laquelle est souvent même sans imposte sur le nud d'un mur.

IL faut en faire la projection , comme l'on voit en N , au dessous de la figure 22 , où NF est celle du formeret , NT du tierceron , NO de l'Augive , Nt d'un autre tierceron , & Nd d'un arc doubleau , où les principales nervures NE , No , Nd , couvrent une partie des intermédiaires NT , Nt.

PRESENTEMENT , pour connoître à quelle hauteur elles se dégagent , il faut porter les retombées données de chacun des arcs de ces nervures sur les lignes NO , NT , NF , prolongées , & y retracer de nouveau les mêmes profils de nervures ; supposant par exemple , que la hauteur de la pierre donnée pour former une partie de la nervure , soit BN de la figure 21 , sa retombée sera égale à dN , qui montre que la projection de la nervure doit être avancée de cet intervalle , ainsi en refaisant à cette distance les profils des moulures des nervures qui

s'écartent, on reconnoitra si elles sont toutes dégagées à cette hauteur, ou s'il reste encore quelques parties des intermédiaires couvertes par les principales des Augives, & des formerêts & arcs doubleaux.

La même pratique servira à trouver les lits des nervures, dont les naissances sont prises sur des points écartez, & qui se croisent ensuite un peu au dessus pour être continuées, chacune à leur destination; ce que l'on ne voit point à celles qui prennent leurs naissances sur des piliers, mais assez souvent à celles qui naissent sans apuy d'imposte du nud d'un mur; comme ces sortes d'ouvrages ne tombent en pratique, que dans les cas de réparations des anciens édifices, nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Remarque sur les Voutes Gothiques.

Si les doëles des Voutes Gothiques n'étoient pas en quelque façon brisées, & interrompues au milieu sous la clef, par un angle rentrant qui est désagréable à la vûe, elles seroient sans doute préférables à nos nouvelles Voutes, par plusieurs raisons.

La première, est que la grande inclinaison de leurs pendantsifs, qui est encore considérable à leur sommet vers la clef, permet qu'on les fasse extrêmement minces & legeres, de-là suivent plusieurs avantages.]

1°. QU'ELLES consomment beaucoup moins de matériaux.

2°. QU'ELLES sont d'une plus facile & plus prompte exécution; parce que les matériaux étant plus petits sont plus faciles à transporter, & à mettre en œuvre.

3°. DE-LA suit qu'elles coutent beaucoup moins en dépense de consommation, & en journées d'ouvriers.

4°. QU'IL y a moins de sujétion pour la taille des Vouffoirs, où l'on n'est asservi à aucune coupe pour les lits; parce que leur épaisseur n'étant que d'environ 5 à 6 pouces, on n'y a pas d'égard à la coupe, à laquelle on peut suppléer par un peu de mortier, plus épais à l'extrados qu'à la doële; de sorte qu'on y emploie des petites pierres taillées à l'équerre, qu'on appelle des *Pandans*.

La seconde raison qui leur donne un grand avantage sur les nôtres, c'est qu'étant beaucoup plus legeres & inclinées, elles sont beaucoup

moins d'effort pour renverser les murs, sur lesquels elles sont élevées, par conséquent elles épargnent une grande épaisseur, qu'il faut donner aux piédroits, qui soutiennent des Voutes en plein cintre, ce qui est une forte raison de diminution de dépense.

IL n'est donc pas étonnant que la mode de ces Voutes ait duré si long-tems, & qu'on en voye encore aujourd'hui un si grand nombre en Cloîtres, en Eglises, & autres Bâtimens publics, lesquels n'auroient peut être pas été bâtis, si l'objet de la dépense avoit été aussi grand qu'il est aujourd'hui, suivant notre Architecture massive; il est vrai aussi, que celle-ci l'emporte sur la Gothique en beauté & en solidité.

ON voit à la fig. 20 l'effet d'une Voute Gothique avec ces nervures.

Des Voutes Persiennes.

QUOIQUE nous regardions comme une difformité l'angle rentrant, qui se fait à la doële des Voutes Gothiques sous la clef, les *PERSES* n'en jugent pas de même, ils y font un angle encore plus marqué, en ce qu'il est précédé de deux petites portions d'arcs convexes, comme on voit en *d & e*, à la figure 19; nous voyons dans les Estampes du voyage de Chardin, que les cintres généralement de toutes leurs Voutes, même jusques aux Arcades des fenêtres & Boutiques, sont contournées à peu près dans le goût du profil des *Combles à l'Imperiale*, ou plutôt comme les pointes des anciens Ecussons renversez composez de deux parties concaves *a d*, *b e*, & de deux convexes en *d & e*, qui se joignent en S. Fig. 19.

UNE figure si extraordinaire pour une Voute, nous prouve bien que la beauté n'est ordinairement qu'un préjugé de l'éducation, & de l'habitude que l'on a de voir les choses approuvées, par la mode du Pays que l'on habite.

IL est cependant vrai, à juger des choses sans prévention, que de toutes les courbes des cintres usitez pour les Voutes, celle dont nous parlons est la moins propre à leur solidité, par conséquent qu'elle doit être intrinséquement difforme, en ce qu'elle n'est point conforme aux moyens d'en assurer la durée.

LA raison en est bien plausible, en ce que les parties convexes auprès de la clef, pousseroient infailliblement au vuide, si les Vouffoirs étoient taillez suivant la coupe qui est naturelle à cette figure, laquelle coupe seroit divergente du dehors au dedans, au lieu qu'elle doit être convergente; de sorte qu'il n'y a pas lieu de douter qu'elle n'y soit pratiquée intérieurement en sens contraire.

D'où il suit, que les parties convexes doivent être composées de

Vouffloirs, dont les queue's soient plus longues que les autres, qui sont concaves, ce qui augmente considérablement la charge de la Voute, à l'endroit où elle cause une plus grande *Poussée*.

EN second lieu que les arêtes des Vouffloirs contigus, sont de forces inégales, l'une en angle obtus, l'autre en angle aigu; il y a apparence que de telles Voutes ne s'exécutent gueres en Pierres de taille.

Fig. 19.

TOUTES ces conséquences font voir qu'il est étonnant qu'une Nation aussi spirituelle que les Perses, qui passent pour avoir du goût dans les ouvrages d'ornemens, aient adopté un contour de cintre qui nous paroît ridicule; je ne m'arrêterai pas à en chercher le Trait, parce que je ne crois pas que nous adoptions jamais un tel goût en France: je dirai seulement en passant, qu'il me paroît autant que j'en puis juger par les Estampes de Chardin, que chaque côté du cintre est composé de trois arcs de cercles, sçavoir, celui de la naissance, qui monte environ à 30 ou 45 degrés, dont le centre est pris sur le rayon opposé, par exemple, pour l'arc *af* ou *ab* entre *m* & *b* en 1; ensuite sur le rayon *1f*, ils prennent un second centre vers le milieu en 2, pour former l'arc *bg*, & enfin sur le rayon *g2*, prolongé en dehors, un autre centre en 3, pour tracer l'arc *gS*. Et comme ces centres peuvent être pris plus près ou plus loin de *M* & de *b*, il en résulte des cintres surhaussez ou surbaissez; comme il n'y a pas d'apparence que ce Livre passe en Perse, je ne crains pas d'être repris sur cette conjecture.

ON pourroit trouver quelques autres Courbes Géométriques ou Mécaniques, qui donneroient de tels contours sans le secours des Arcs de cercles, telle seroit la *Compagne de la Roulette* de Mr. de Roberval, répétée & tournée en sens contraire, qu'on pourroit faire croiser pour diminuer les parties convexes de doële autant que l'on voudroit; mais en voilà assez sur une observation de simple curiosité, qui ne doit pas être mise en pratique.

Des Voutes à doubles Arêtes.

ON appelle Voutes à *Doubles Arêtes*, celles dont les angles faillans sont émouffez par des Pans cylindriques angulaires, dont la pointe est sur l'imposte à la naissance de la Voute.

Pl. 72.
Fig. 27.
E 29.

AINSI suposant une Voute d'Arête formée par la rencontre de deux
berceaux

berceau, qui se croisent à angle droit, recoupée à ses angles faillans par deux Berceaux, qui croisent les précédens à angle de 45 degrés, on aura une Voute à doubles arêtes, qui fera un composé de huit portions de surfaces cylindriques en p andantif, terminées au sommet par une surface plane qui forme un plat-fond. Fig. 27.
29.

LA raison de cette terminaison à leur sommet, vient de ce que les quatre demis berceaux, qui se croisent suivant les Diagonales des quatre premiers berceaux, se coupent mutuellement parallèlement à leurs axes, par le Theor. 16, du premier Liv. par conséquent suivant quatre lignes droites horizontales, qui peuvent être les quatre côtes d'une surface plane quarrée, si la Voute est établie sur des directions perpendiculaires, des premiers Berceaux égaux en diametres, ou en Rhumbe, si les directions sont obliques, ou les diametres inégaux.

LE P. Deran au lieu d'un plat-fond en parallélograme, en propose un en Octogone, mais il est clair, parce que nous avons dit ci-devant de son erreur à l'égard des plat-fonds quarez sur les Voutes d'arêtes simples, que la figure d'un Octogone ne peut se raccorder avec la surface des Voutes à doubles arêtes, en ce que des huit côtes du plat-fond, il n'y en peut avoir que quatre, qui soient établis sur des lignes droites communes à la doële de la Voute, sçavoir, les pans *st, ux, op, qr*, qui sont parallèles à la direction des Cylindres, dont les pans *AGF, BGI, DIK, EKF*, sont des parties; les quatre autres côtes de l'Octogone *tu, xo, pq & rs*, coupant obliquement ces mêmes portions de Cylindre, ne peuvent être qu'au dessous de leur surface dans des plans verticaux, dont les sections sont des Ellipses, qui ont pour cordes ces mêmes côtes, suposant, les quatre premiers côtes à la surface de chacune de ces portions de Cylindre. Fig. 28.

AINSI le raccordement d'un plat-fond octogone ne peut se faire, que par le moyen d'une bordure faillante au dessous de la doële dans les côtes, qui la coupent obliquement, ou pour mieux dire, il ne peut point être raccordé avec la Voute.

Voute à doubles Arêtes ratchetant un Plat - Fond Quarré, ou en Lozange.

SOIT ABDE, le plan horizontal de la Voute d'arête, dont les quatre naissances sont aux angles A, B, D, E; ayant tiré les diagonales d'un de ces angles à l'autre & les lignes du milieu *cN, CL*, qui s'entre-couperont aussi bien que les Diagonales au milieu M, on déterminera la demie largeur ou longueur du plat-fond sur une de ces lignes *MG* ou *ME*. Fig. 28.

MF; & par ces points G & F, on tirera des paralleles aux diagonales MA, ME, qui donneront les points K & I, à leur intersection avec les lignes de milieu CL, cN, & par conséquent tout le Rhumbe FGIK, du plat-fond.

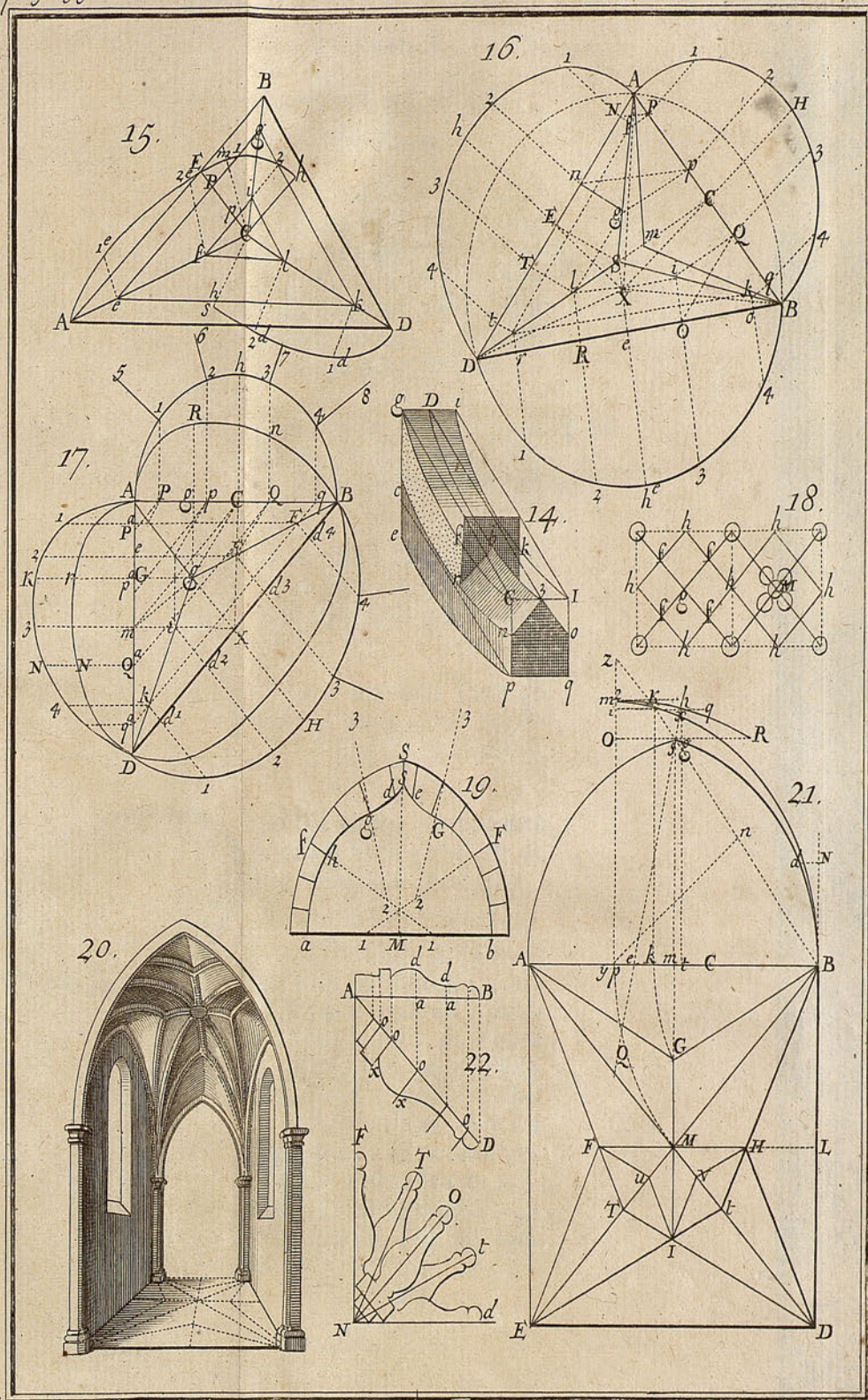
PAR les mêmes points F, G, I, K, on tirera aux angles des naissances les lignes GA, FA; FE, KE; KD, DI, &c. qui seront les projections horisontales des arêtes de la Voute, dont il faut tracer les cintres; suposant, qu'on se détermine à faire sur AB, le cintre primitif en demi-cercle AHB, on le divisera à l'ordinaire en ses Vouffoirs 1, 2, 3, 4, 5, 6, d'où l'on abaissera des aplombs sur AB, qu'on prolongera jusqu'à ce qu'ils rencontrent la premiere arête AG aux points q^1, q^2, q^3 , par lesquels on menera des paralleles à la diagonale EM, qui rencontreront l'arête suivante AF aux points r^1, r^2, r^3 , par ceux-ci on menera des paralleles au côté AB, prolongées indéfiniment aude-là de AE, qu'elles couperont aux points f^1, f^2, f^3 .

SUR ces indéfinies on portera aude-là de AE, les hauteurs correspondantes des retombées du cintre primitif, comme p_1 en f^1_1 , p^2 en f^2_2 , p_3 en f^3_3 , & par les points $1^f, 2^f, 3^f$, &c. on tracera l'Arc Elliptique A b E, qui fera le cintre du petit côté.

IL faut présentement chercher les cintres des Arêtes, dont AG & AF, sont les projections; on portera la longueur AG sur AB en Ag, & AF en AR sur AE, de même que toutes leurs divisions Aq & Ar, en AQ & AR, desquelles on élèvera des perpendiculaires, qu'on fera égales aux correspondantes du cintre primitif p_1, p_2 , & l'on aura pour le cintre de l'arête AG, l'arc elliptique A x X, & pour l'arête AF, l'arc Ay Y.

LA projection horisontale des joins de lit, & les cintres des côtez, & des arêtes de la Voute étant donnez, les Vouffoirs se feront dans chacune de ses parties de la même maniere qu'aux Voutes d'arêtes simples, dont nous avons parlé sans aucune difference, ce qu'il est inutile d'expliquer plus au long.

POUR donner une idée de la figure de cette Voute, nous en avons dessiné une moitié en Perspective à la figure 27, où nous avons marqué les angles des mêmes lettres qu'au plan horisontal, & aux élévations de la fig. 28.





Voute à doubles Arêtes ratchetant un Plat-Fond Circulaire, ou un Cu de-Four.

IL semble par les Descriptions que l'on nous fait de la Voute de la fameuse Eglise de S. Paul de Londres, qu'elle est de l'espece dont il s'agit ici, quoique exécutée en Charpente, telle que nous en avons dessiné une moitié à la figure 29; quoiqu'il en soit, il est certain que si elle n'est pas tout-à-fait semblable à celle dont nous allons donner le Trait, elle a pu l'être sans inconvenient de solidité, ni de difformité; & de plus être bâtie en pierre de taille jusqu'au plat-fond. Fig. 29.

SOIT ABDE (figure 30) le plan horisontal d'une travée ou partie de la nef, comprise entre deux pilastres, laquelle est effectivement dans la proportion de celles de St. Paul, suivant le plan que j'en ai. Fig. 30.

SOIT aussi le cercle FGIK, de grandeur prise à volonté pour le plat-fond du milieu. On tirera comme à la Voute à doubles arêtes, les projections AG, AF, EF, EK, DK, DI, &c. & le plan horisontal sera tracé.

PRESENTEMENT, il faut considerer qu'on peut faire cette Voute de deux manieres, l'une qu'on pourroit nommer à *triples Arêtes*, qui seroit composée de surfaces régulières, l'autre dont les pendants du milieu seront des portions de Sphéroïdes irréguliers.

POUR la premiere, ayant tiré la corde FG, on fera premierement le pendent AFG, de la même maniere qu'à la Voute précédente de la figure 28, où il est une portion de Berceau régulier cylindrique.

ENSUITE on y ajoutera la lunette, dont FmG est le cintre; ainsi ayant divisé la corde AG en M, & ayant formé le cintre du milieu de ce pendent sur AM, comme on a formé ceux des arêtes AG & AF. On mettra ce cintre à part, comme aTM' ; puis ayant tiré la droite $m'M'$, parallèle à aM' , & égale à mM du plan horisontal, on menera (par le Prob. 3, du deuxième Livre, la tangente Tm' , qui fera l'ébrasement supérieur de la lunette au milieu, & suivant ce profil, on achèvera son Trait de la maniere qu'il a été dit ci-devant pour celui des lunettes Droites ou biaises, la seule difference qu'il y a ici ne consistant, que dans la position, parce que dans le Trait cité, c'est un Berceau horisontal qui en pénètre un autre de même situation; ici c'est un vertical, qui en pénètre un horisontal; ainsi prenant la ligne $m'M'$, pour une horisontale, on retombera dans le même cas.

LA seconde maniere, qui fait le pendantif d'une surface irréguliere, devroit être renvoyée au Chapitre où nous traitons de la rencontre de ces surfaces, si les côtes des arêtes n'étoient pas donnez; mais puisqu'ils le sont, la rencontre des surfaces est connue & réguliere.

PREMIEREMENT, ce pendantif pourroit être une portion triangulaire d'une Sphère réguliere, si les cintres des arêtes n'étoient pas déterminez en portion d'Ellipses, par la suite nécessaire du cintre primitif AHB, & par la hauteur égale aussi donnée au cintre du Formerêt ABE; car faisant un arc de cercle sur chacun des rayons donnez AG & AF des Courbes des cintres des arêtes, on auroit un tirangle Sphérique, dont le troisiéme côtéseroit FmG; mais il arriveroit que les cintres de l'arc doubleau AB & du formerêt AE, ne feroient pas d'une seule Courbe en demi-Ellipse; mais un composez de deux arcs, qui feroient un angle à la clef comme les Voutes Gothiques; parce que les plans verticaux passans par les arrêtes AG & AF, ne sont pas tangens au cercle FGIK en G & en F, puisqu'ils ne sont pas perpendiculaires aux rayons du plat-fond, par conséquent la section de la Sphère par AF ne fera pas un arc de 90 degrés, non plus que AG, qui fera d'un nombre de degrés plus grand que AF, parce que l'angle AGK approche plus du droit que AFL.

IL ne reste donc de moyen de racorder toutes ces portions de berceaux avec le plat-fond, que de former le pendantif du milieu en surface Sphéroïde irréguliere.

AYANT trouvé les projections des divisions des joins de lit aux arêtes, comme dans la Voute précédente (fig. 28.) aux points q & r , on prendra les distances du centre C' du plat-fond aux points q , & q^2 de l'arête AG la plus éloignée, & portant les pointes du Compas ouvert de cet intervalle successivement aux points q & r , de ces deux points pour centres, on fera des sections en z , ou feront les centres des arcs qnr , &c. qui feront les projections des joins de lit du pendantif du milieu, & qui serviront à tracer autant d'arcs que l'on voudra entre les deux arêtes AG, AF: nous n'en donnerons qu'un vers le milieu, pour exemple, en z , dont l'arc est q^2nr .

Du point A au point m , pris à volonté sur l'arc FmG, on menera une ligne qui coupera les arcs transversaux qr , qr , aux points n , n ; on portera ensuite sur AB les longueurs A n^2 , A n^3 , A m , en AN², AN², AN³, AQ pour élever sur ces points N² N³ Q, des perpendiculaires égales aux correspondantes du cintre primitif $p_2 p_3$, CH, puis par les points 1, 2, 3, on menera des horizontales qui couperont ces perpendiculaires aux points x_1 x^2 x^3 V, par lesquels on tirera

la Courbe du ceintre, dont $A m$ est la projection, ainsi des autres lignes de sections qu'on pourroit tirer par d'autres points, par exemple $A d$.

Les projections des joins de lit, & les profils des aplombs étant donnez, cette Voute se tracera sur la pierre, comme les Voutes d'arêtes simples, ayant seulement égard aux différences des angles, qui feront mixtes lorsque les Vouffoirs seront achevez; mais qu'on peut ébaucher en prenant les cordes des arcs, comme s'ils étoient rectilignes; la conformité de cette Voute avec la précédente nous dispense d'entrer dans un plus grand détail, qui ne feroit qu'une répétition de ce qui vient d'être dit, observant seulement qu'à celle-là, la doële étant cylindrique, peut se faire à la règle, & celle-ci étant à double Courbure ne peut se creuser qu'avec plusieurs cerches, comme toutes les surfaces concaves irrégulières, suivant ce que nous avons dit au commencement du quatrième Livre.

*De la Terminaison d'un Berceau, qui en pénètre
un autre d'inégale hauteur.*

En termes de l'Art,

*Lunette Droite ou biaise de niveau dans
un Berceau de Niveau.*

On appelle *Lunette* la rencontre de deux berceaux, dont l'arête d'enfourchement fait un contour, qui enferme un espace semblable à celui du croissant, de la Lune * d'où elle tire son nom; ce qui n'arrive que lorsqu'un des Berceaux est moins élevé que l'autre, parce que lorsqu'ils sont tous deux de même hauteur depuis l'imposte, cette rencontre fait deux courbes planes, qui se croisent en angle saillant, au lieu que la Lunette fait une Courbe à double Courbure continuë, sans interruption d'aucun angle; cependant on applique quelquefois ce nom aux parties des voutes d'arêtes, mais improprement. Pl. 73.
Fig. 282.

SOIT (fig. 302) le parallélograme ABDE le plan horizontal d'un Berceau $A m B$, & FGIK, celui d'un autre Berceau de moindre hauteur, qui le pénètre obliquement, ou si l'on veut perpendiculairement comme $ifg k$ de l'autre côté, ce qui fait une Lunette *Biaise* ou *Droite*; nous nous attacherons au Trait de la biaise, parce qu'il comprend celui de la Droite. Fig. 302.

ON menera par un point K , pris à volonté sur un côté KG , une perpendiculaire à ce côté, laquelle rencontre l'opposé FI prolongé en L .

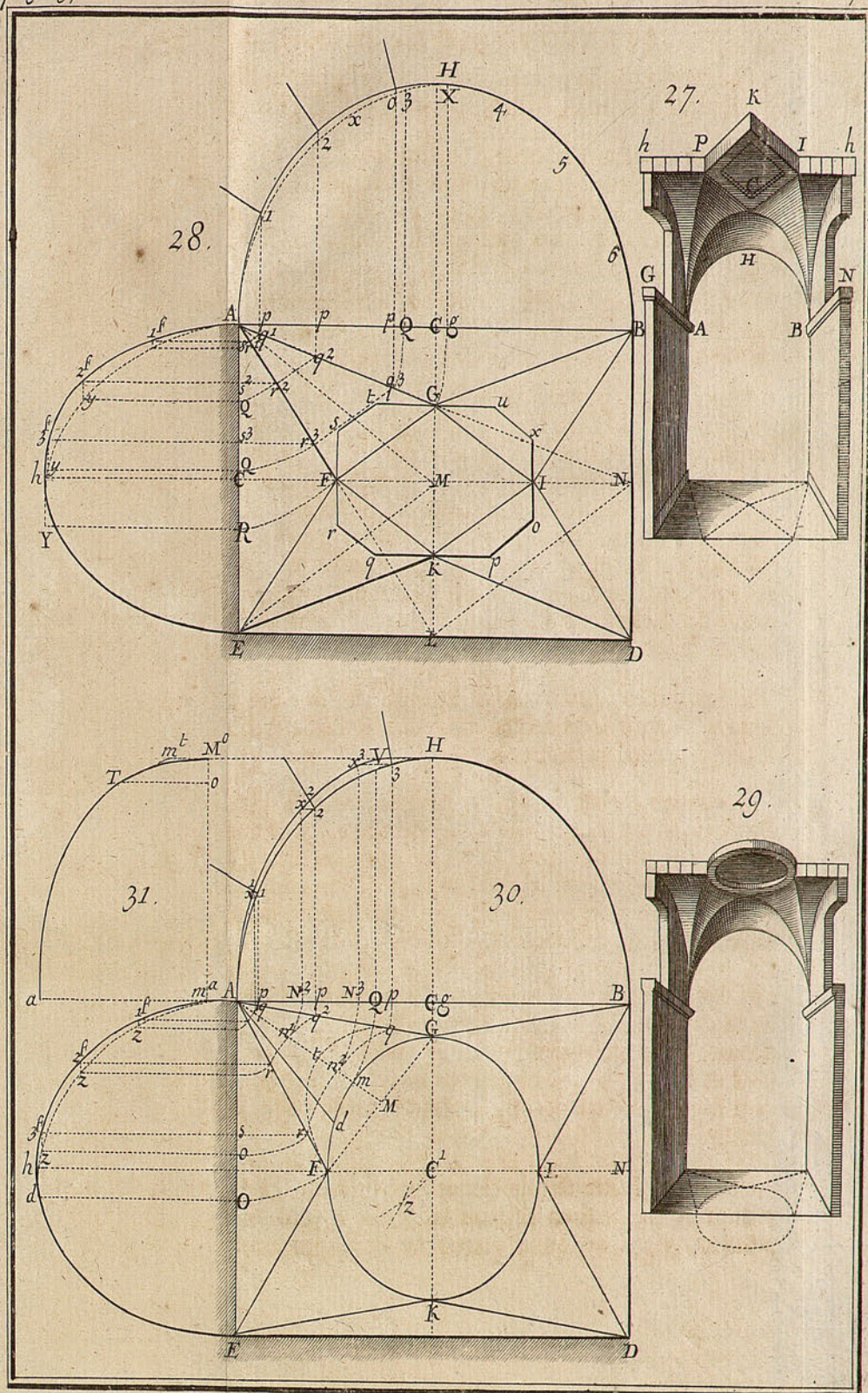
SUR KL , comme diamètre ; on fera un demi-cercle KHL , qui fera l'Arc-Droit de la Lunette, & le cintre primitif, qu'on divisera en ses Vouffoirs aux points $1, 2, 3, 4$, par lesquels on menera des parallèles à la direction des piédroits FI ou GK , prolongées indéfiniment de part & d'autre des divisions, qui couperont le diamètre de l'arc Droit LK , aux points $p^1 p^2 p^3 p^4$, & les projections des rencontres des joins du grand Berceau AmB , en des points que l'on va chercher.

AYANT fait Bb , perpendiculaire sur AB , on y portera les hauteurs des retombées du cintre KHL de la Lunette, sçavoir $1 p^1$ en Bf^1 , $2 p^2$ en Bf^2 , & la hauteur du milieu CH en Bb ; par les points $b f^2 f^1$, on menera des parallèles à AB , qui couperont le cintre du grand Berceau AmB , aux points s, y, x , desquels on abaissera des perpendiculaires, qui rencontreront les projections des divisions du Berceau, qui fait Lunette aux points x^1, y^3, S, y^3, x^4 , que l'on cherche ; on menera par ces points des lignes droites $F x^1, y^2 y^2 y^3, x^4, x^4 G$, qui donneront les terminaisons des doëles plates des deux Berceaux. Nous ne faisons pas mention du milieu S , parce qu'il est hors de la doële plate de la clef.

Il faut présentement chercher l'étendue de ses doëles plates, qui sont référées par la projection dans l'une & l'autre Voute ; ce qui se fait par le développement.

Premièrement, pour former les panneaux de doële plate du petit Berceau, qui fait dans le grand cette échancrure, qu'on appelle *Lunette*, *Fig. 29^a* on menera à part une ligne $K^d L^d$ (*fig. 29^a*) ou bien si la place le permet, on prolongera le diamètre KL , de l'arc-droit indéfiniment vers L^d , sur laquelle ligne prolongée, ayant pris un point K^d , à volonté, on portera de suite toutes les cordes des divisions de l'arc-Droit $L 1, 1^2 2, 2^2 3, 3^2 4, 4 K$ en $L^d, d^1 d^2 d^3$, &c. par où on menera des perpendiculaires à la directrice $L^d K^d$, prolongées indéfiniment, sur lesquelles on portera successivement les distances horizontales du diamètre KL , aux lignes KI ou GF , prises sur les projections des joins de lit $p^1 q^1, p^2 q^2$, &c. pour avoir les points $I^d, q^1 q^2 q^3$, &c. de la *fig. 29^a*, ce qui donnera le biais des têtes du côté de l'entrée de la Lunette.

POUR avoir l'autre tête de chaque panneau à l'enfourchement, on prendra les longueurs ou distances horizontales du diamètre KL , aux points x^1, y^2, y^3, x^4 , qu'on portera sur les perpendiculaires à la di-





rectrice $L^d K^d$, pour avoir les points F^d , 1^d , 2^d , 3^d , 4^d , G^d , par lesquels on menera des lignes droites de l'un à l'autre, qui donneront le biais demandé à l'arête d'enfourchement.

Si au lieu de ces lignes droites, on en tire une courbe $G^d a 4^d b 3^d c$, &c. on aura le développement de l'arête à double Courbure de l'enfourchement, qui est dans ce cas celui de l'Ellipsimbre, suposant que les cordes prises à l'arc-droit soient si petites & en si grand nombre, qu'elles ne diffèrent pas sensiblement de l'arc droit, laquelle Courbe de développement pourroit servir à tracer cette arête, sur la doële du petit Berceau creusée en cylindre, si l'on faisoit les panneaux sur une matière flexible, comme du carton, du fer-blanc, des lames de plomb, &c.

On a pu remarquer que dans ce développement de la fig. 29², on a pris la partie du Berceau biais, comprise dans l'épaisseur du mur $FIKG$, qu'on pouvoit omettre, parce que ne s'agissant ici que de la Lunette, il suffisoit seulement de la partie $FGSF$.

L'EXEMPLE de cette Lunette biaise servira aussi pour la Lunette Droite fbg , dont le Trait étant moins composé, sera par conséquent beaucoup plus facile, parce que le cercle fbg est non seulement le ceintre de l'arc-Droit, mais aussi celui de la face de la Lunette sur le parement du mur; ce qui n'est pas de même à la Lunette biaise, où ce ceintre est différent de l'arc Droit LHK .

Il sera facile de tracer ce ceintre elliptique par le Probleme VIII. du deuxième Livre.

Secondement, pour faire le développement des panneaux de doële plate de la partie de la grande Voute, dans laquelle la Lunette fait une échancre.

On menera par tous les points trouvez F , x , y , y^3 , x^4 , G , de la projection de la Lunette des perpendiculaires à la direction BD , en dedans ou en dehors du Berceau, comme à la fig. 30³, prolongées indéfiniment, auxquelles on menera à distance prise à volonté une perpendiculaire $F^o G^o$, qui les coupera aux points $x^o y^o$, Y^o , X^o ; cette ligne représentera la naissance de la Voute $ABDE$, dans la partie FG de son imposte BD , si la Lunette prend sa naissance sur la même imposte; mais si elle la prennoit plus haut comme en TV , il faudroit qu'elle fût au-dessus de B , de la longueur de l'arc BT rectifié; ainsi en ce cas la ligne de l'imposte du grand Berceau devroit être plus bas en $f^o g^o$.

SUPPOSANT F^o , pour le point de la naissance, on portera la corde Bx en $F^o x^d$, & ensuite la corde xy du même profil, en $x^d y^d$, & par

les points $x^d y^*$, on menera des paralleles à $F^o G^o$, qui donneront par leurs interfections avec les lignes, provenant de la projection de la Lunette, tous les points du développement qu'on veut faire; la plus haute passant par y^d , donnera les deux points $y^2 y^3$, communs à la doële plate de la clef & des affises collaterales; la plus basse $x^d x^4$, donnera les points $x^1 x^*$, des lits de dessus des premiers vouffoirs, & de dessous des seconds, par les interfections des lignes x^o , & $x^4 X^o$, comme le montre la figure 30.

PAR le moyen de ce développement, on a les angles des têtes des doëles plates du grand Berceau, qui aboutissent à celles de la Lunette, par exemple, $x^1 x^1 F^o$, pour le premier qui doit se joindre à la tête $F^d I^d$, du premier panneau de doële plate de la figure 29², ainsi des autres de suite, comme l'angle $y^d y^2 x^1$, pour la tête de la seconde doële plate du Berceau, qui doit se joindre à la tête du second panneau de la Lunette $I^d 2^d$, de la fig. 29².

ON remarquera que nous ne parlons ici que des têtes des doëles plates, qui ne sont jamais que des lignes droites, parce que si l'on prenoit les développemens de l'arête à double Courbure des deux doëles du Berceau, & de la Lunette, on ne pourroit faire joindre ces deux Courbes que dans l'enveloppement qu'on en pourroit faire par des panneaux flexibles inutiles à la pratique, comme on le reconnoitra par l'application du Trait sur la Pierre.

Application du Trait sur la Pierre.

Fig. 31.

AVANT dressé un parement pour servir de lit horizontal de suposition, on prendra le biveau de l'angle que forme la direction du joint de lit de la Lunette, avec celui de la voute pris au plan horizontal; par exemple, suposant qu'on veuille faire le second Vouffoir vers B, on prendra l'angle $p^1 x^1 I^o$, avec une sauterelle ou la fausse équerre, & on l'appliquera sur le lit fait, ensuite avec le biveau de la doële de la lunette, & de l'horison $O I^2$, on abattra la pierre le long de la ligne $p^1 x^1$, sur laquelle on tiendra toujours ses branches à l'équerre; ainsi on formera une surface, sur laquelle on appliquera le panneau de doële $I^d 2^d q^2 q^d$, dont on tracera le contour de la tête & le reste, s'il en est besoin.

ENSUITE on prendra le biveau de la doële, & de l'horison de la Voute au même lit $f^1 x^1 y$, avec lequel on abattra la pierre suivant la ligne $x^1 I^o$, aussi quarriment sur cette ligne, d'où resultera une seconde surface, qui fera avec la première une arête saillante, qu'on dirigera

en appliquant sur la surface de la lunette, le panneau de doële plate de la voute $x^d x^i y^2 y^d$, posant sur cette arête le côté $x^i y^2$, & $x^d x^i$, sur l'arête du lit horizontal, & l'on tracera le contour de ce panneau du moins pour le lit de dessus $y^d y^2$, parce que le côté $y^d x^d$ peut être plus avancé ou plus reculé, suivant la longueur de la pierre, & de la liaison qu'elle doit faire.

Les doëles plates étant tracées, on abattra la pierre avec les biveaux de lit & de doële, pris à l'Arc - Droit à l'ordinaire sur chaque Berceau, comme L 1. 5, pour le lit de dessus à la lunette au premier Vouffoir 5. 1. 2, pour le lit de dessous du second, 1. 2. 6, pour celui de dessus du même, &c.

De même pour la branche du Vouffoir qui entre dans la voute, on abattra les lits avec le biveau Q $x y$, pour le lit de dessous, & $u y x$ pour celui de dessus. La rencontre de ces lits formera un angle, & une arête saillante au lit de dessus, & un angle rentrant à celui de dessous, comme aux Voutes d'arêtes dont nous avons parlé :

A l'égard des têtes, on les abattra toujours quarrément sur le lit horizontal avant que de former les lits.

TOUTES les surfaces planes, qui comprennent le Vouffoir étant finies, il ne s'agira plus que de creuser la doële suivant la recherche de l'Arc de la Voute qui convient, par exemple, pour la branche qui entre dans la lunette, on la formera sur l'arc 1. 2, & pour celle de la Voute sur l'arc $x y$, & le Vouffoir sera achevé.

REMARQUE.

IL est bon de faire attention à cette maniere d'appliquer ce Trait sur la pierre, parce qu'elle est le modele de notre Méthode, de tailler tous les enfourchemens, dont on aura les panneaux de doële plate des deux branches du Vouffoir ; c'est pourquoi nous renverrons souvent le Lecteur à la lunette Droite ou biaise pour l'Aplication du Trait.

Explication Démonstrative.

PUISQUE l'arête d'enfourchement de la lunette, dont il est question, est une Courbe à double Courbure, elle ne peut jamais être exprimée par une ligne droite ; cependant comme on peut inscrire des prismes dans chacune des Voutes cylindriques qui se rencontrent, les intersections de leurs angles se feront dans des points communs à cette ligne Courbe, & les lignes d'intersection de chacun des plans des prismes

pourront être considérées, comme des especes de cordes des arêtes. Je dis des especes de cordes, parce que les cordes, proprement dites, sont des Soutendantes des arcs des Courbes planes; quoiqu'il en soit, en creusant ces prismes en creux cylindriques, cette Courbe à double Courbure se forme d'elle-même, par la rencontre des deux segmens cylindriques.

PRESENTEMENT, si l'on considère le grand Berceau $A m B$, comme un prisme, on verra par la construction que la figure 31^2 , en est un développement depuis le point S , où se termine le sommet du petit Berceau, qu'il pénètre jusqu'au point B , où est l'imposte, qu'on peut supposer commune aux deux Berceaux, si le petit prend sa naissance à même hauteur; ainsi le polygone $F^o x^1 y^2 y^3 x^4 G^o$, fera le trou que le petit prisme fait dans le grand par sa pénétration, & si par ses angles on trace à la main une ligne courbe, elle représentera l'arête d'intersection de deux cylindres: il est aussi visible par notre construction que la fig. 29^2 , est le développement exact du petit prisme compris entre un mur aplomb & la surface du grand, & qu'en inscrivant toutes les lignes $1^d q^1 q^2 q^3, q^4 K^d$, dans un demi-cercle KHL , d'où elles sont tirées, elles se rangeront toutes sur une même surface plane, quoique dans le développement, elles soient rangées en ligne courbe; parce que nous avons montré au troisième Livre, page 330 & 331, que le développement d'un cercle sur un cylindre scalene, étoit une Courbe de cette espece.

IL n'est pas moins clair, que la terminaison des surfaces du petit prisme à celle du grand a été bien trouvée, parce qu'ayant supposé sa direction horizontale, les projections des divisions de ces surfaces, qui sont celles, des angles des plans, leur seront parallèles, par conséquent égales en longueur; il n'en est pas de même de leur largeur, qui est inclinée à l'horizon inégalement dans chacune.

D'où il suit, que si l'on tire une ligne courbe par les points trouvez de ce développement $F^d 2^d G^d$, on aura celui de la Courbe à double Courbure sur la doële du petit Berceau; laquelle étant pliée se rejoindra avec la précédente $F^o y^2 G^o$, pliée sur le grand, quoique leur différence paroisse très grande; ce qui est cependant évident, puisque chacune représente l'arête commune aux deux Berceaux.

A l'égard de la justesse de l'Aplication du Trait, pour trouver l'inclinaison des doèles plates; il est clair qu'elle est très simple & très exacte en ce qu'elle rapporte différentes inclinaisons au plan horizontal, qui est toujours constant, & commune à leurs naissances.

D'où il suit, que les inclinaisons des lits sont aussi déterminées; puisqu'elles dépendent de celles des doëles; & parce que cette Méthode donne les deux points des angles de leur tête, & une ligne de leur côté, qui est le joint de lit, il est évident, que toute leur surface est donnée, par conséquent, que suivant cette Méthode on peut se passer de faire les panneaux de lit, qui sont indispensables suivant celle des Auteurs; ainsi elle a un grand avantage sur l'ancienne.

*De la Rencontre des Berceaux horisontaux,
avec les verticaux.*

E X E M P L E.

*Porte Droite ou Biaise en Tour ronde,
ou en Tour creusée.*

COMME il s'agit dans ce Trait de former des arêtes à double courbure; il n'y a pas de moyen plus exact dans son Principe que celui de l'ope- Pl. 73.
ration, qu'on appelle *par équarrissement*, par laquelle on forme ces Cour- Fig. 32.
bes sans en connoître autre chose que leurs projections.

ON peut aussi exécuter ce Trait par panneaux, avec une exactitude suffisante à la pratique, en passant par dessus les difficultez Geometriques, qui s'y rencontrent, (dont quelques-unes sont insurmontables,) parce que la grossièreté des ouvrages de la main ne peut atteindre à la perfection, où le raisonnement voudroit les conduire.

IL me paroît cependant à propos d'exposer ces difficultez, pour éclairer l'esprit des Apareilleurs, & leur montrer à quel degré de perfection ils peuvent operer par la voye des panneaux.

LA première difficulté est celle de la rectification de la circonference du cercle, qu'il faut étendre en ligne droite dans cette partie de l'arc horisontal de la Tour ronde ou creusée, qui est comprise entre les jambages de la Porte, & diviser cet arc en même raison qu'il l'a été, lorsqu'il étoit Courbe, par les aplombs des divisions des Vouffoirs du ceintre de face de la Porte, tracé sur une surface plane tangente à la Tour.

CETTE difficulté qui est comme l'on sçait, Geometriquement insurmontable, ne tire à aucune conséquence pour la pratique, où il suffit de prendre de suite plusieurs petites cordes, qui different peu des arcs,

& les ranger sur une ligne droite, ou si l'on veut mécaniquement prendre le contour courbe avec un fil qu'on déploie.

La seconde difficulté consiste dans la Description de la Courbe formée par la circonférence du cintre primitif déployé sur une surface plane, par le moyen des ordonnées du cercle, élevées perpendiculairement sur les abscisses, dont les rapports changent à chaque division, suivant que l'arc déployé s'écartoit, ou se rapprochoit du parallélisme du diamètre d'un cintre tangent à la Tour; laquelle Courbe ne peut être décrite qu'à la main, ou avec une règle pliante appuyée sur plusieurs points trouvez.

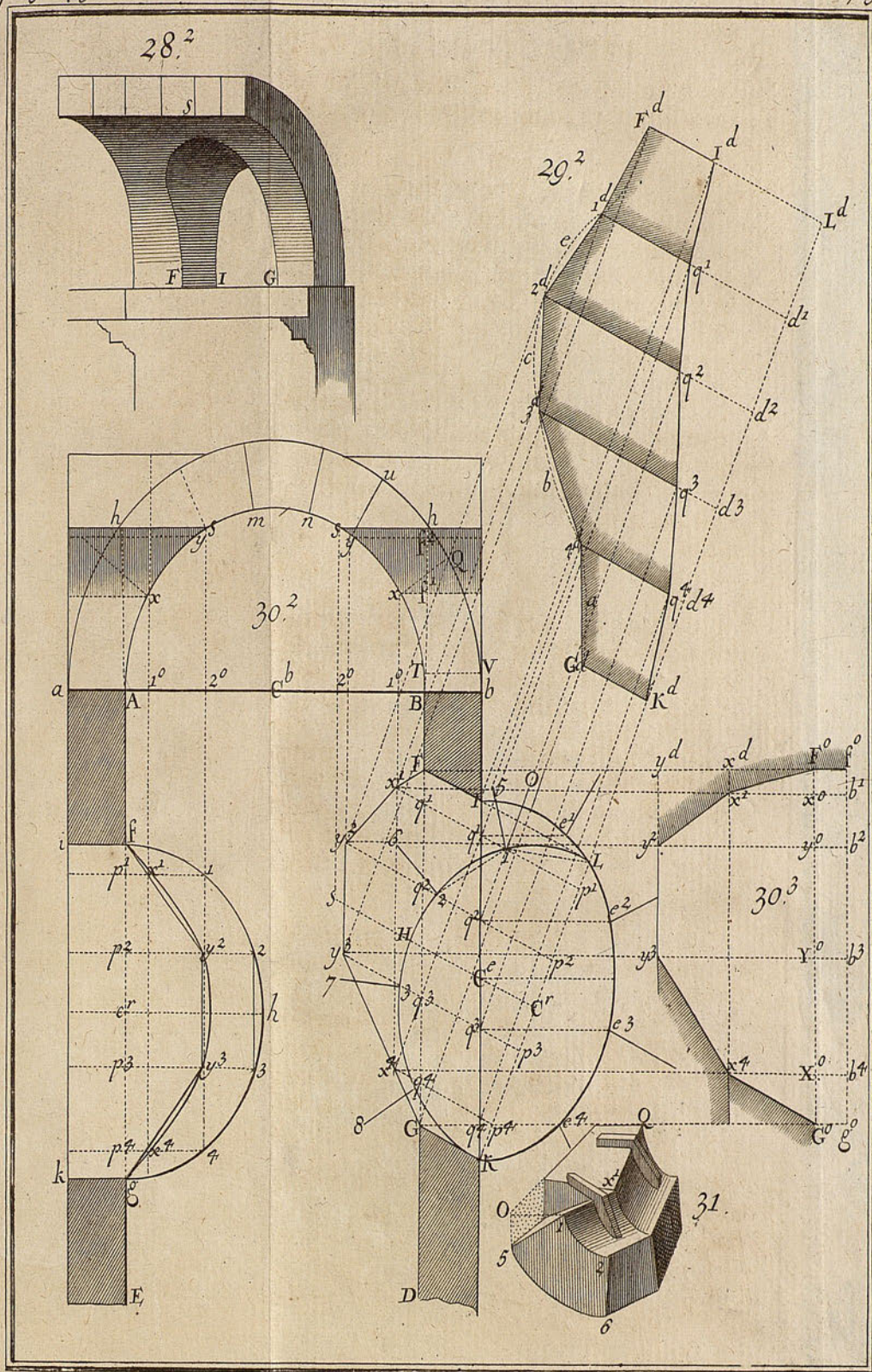
La troisième difficulté consiste dans la Courbure, qu'il faut donner aux têtes des panneaux de lit & de doële plate; laquelle n'est pas circulaire comme les Auteurs des Livres de la Coupe des Pierres, le supposent par leur opération des *trois points perdus*; mais elliptique, dans les Tours sans talud, parce que les cordes des arcs de ces têtes sont dans un plan incliné à l'axe du cylindre de bout, qui est la Tour concave ou convexe.

J'ai dit dans les Tours sans talud, parce que dans celles qui en ont, cette Courbe devient souvent un arc de Parabole ou d'Hyperbole, la Tour étant alors un Cône tronqué, qui peut être coupé par les plans des lits, suivant l'inclinaison qui forme ces Courbes.

QUANT à la Courbe de l'arête, que forme la rencontre de la doële de la Porte, avec le parement creux ou rond de la Tour, elle ne peut être une section conique, parce qu'elle est à double Courbure, savoir, un *Cicloïmbre*, lorsque la porte est Droite & en plein cintre, & un *Ellipsoïmbre* dans les autres cas, comme il a été démontré au sixième Chap. du premier Liv.

PL. 73.
Fig. 33. La connoissance de ces choses étant supposée, on va donner les moyens d'exécuter ce Trait. Soit (Pl. 73 fig. 33) une portion de Tour, qui sera appelée *Ronde*, si on suppose sa face BATO en dehors, & *Creuse*, si elle est vûe par dedans en FGDE, dans laquelle nous supposerons deux bayes de Portes, dont l'une comme BA est *Droite*, en ce que ses piédroits BF, AG, sont parallèles à la direction d'une ligne du milieu Cm, qui passe par le centre C de la Tour, & le milieu m de la corde BA, qu'elle coupe perpendiculairement.

Fig. 37. L'AUTRE (fig. 37,) dont la direction du milieu KL est oblique sur la corde BA, en sorte qu'elle ne passe pas par le centre, sera appelée *biaise*.





PREMIER CAS.

De la Porte Droite en Tour ronde ou creuse.

ON commencera par se déterminer aux choix du cintre primitif, qu'on peut prendre à l'Arc-Droit, ou à l'arc de face courbe; il est plus commode de choisir ce premier, parce qu'il peut être décrit sur une surface plane, & que le second ne le peut être que par le développement; cependant si l'on veut affecter une parfaite égalité dans les têtes des Voussiors, on ne le peut en choisissant l'Arc-Droit pour cintre primitif, parce qu'il en résulte des divisions un peu inégales sur les têtes de la face, qui se rétrécissent depuis les impostes jusqu'à la clef; la raison est que les arcs horizontaux de la Tour approchent d'autant plus du parallélisme de l'Arc-Droit, qu'ils s'éloignent des naissances de droite & de gauche, comme on le voit à la figure 33, où l'arc $X^4 X^3$ est plus grand à l'égard de la droite $r d$, que l'arc $X^3 n$ ne l'est à l'égard de $d r$. Cette raison fait que les Architectes choisissent souvent le cintre de face courbe pour primitif, & alors ils appellent le Trait. *Porte Droite en Tour Ronde, ou Creuse par têtes égales.*

Premiere Disposition, où l'Arc-Droit est pris pour Cintre Primitif.

SUR la corde BA, largeur de la Porte, ou sur une parallele & égale ba , comme diametre pris entre les piédroits FB & GA prolongez, on tracera le cintre circulaire ou elliptique, & l'ayant divisé en ses Voussiors aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des paralleles aux piédroits, ou ce qui est la même chose à sa direction $C'c$, qui passe par le centre C' de la Tour, & par celui du cintre c ; lesquelles couperont l'arc convexe BcA aux points X^4, X^3 , &c. & le concave aux points $4^a 3^a$, &c.

ON en usera de même pour le cintre de l'extrados EHD' , & l'on aura par ce moyen les intersections de toutes ces paralleles avec les arcs horizontaux de la Tour, concaves en dedans, & convexes au dehors, lesquelles donneront les moyens de former les panneaux de lit, & les courbes de leurs joins de tête concaves & convexes, en quoi consiste principalement la difficulté de ce Trait, où le reste de la construction ne differe en rien de celle des Berceaux ordinaires.

ON peut même se passer de chercher ces Courbes de joins de tête, si l'on veut tailler chaque voussior comme s'il étoit portion d'un Berceau Droit circonscrit à la portion de Tour, que comprend la doële

de la Porte avec son extradados, comme nous allons le dire, ce qui abrège beaucoup l'opération.

1. Par l'Equarrissement.

Fig. 35.

Soit (figure 35,) un second Vouffoir au dessus de l'imposte; comme celui marqué 4' 3' 7' 8' de la figure 33, dont la projection horizontale est le Parallelograme $k p^3 V 8'$; suposant ce Vouffoir fait comme une portion de Berceau-Droit à la doële 4' 3, & au lit 4' 8' au lieu de tailler l'extrados suivant la Courbe 8' 7, on lui fera un parement comme pour un lit de niveau, suivant la ligne $N \alpha$, à l'équerre sur un parement aplomb 3 N, comme il est représenté à la fig. 35, en $a b g N$.

On levera ensuite sur l'épure un panneau du triangle mixte 9 $k X^3$; que l'on posera sur le lit horizontal de la figure 35 en $c g N$, posant le point 9 en c , le point k sur g , & le point X^3 en N .

On levera de même du côté du creux un panneau mixte 8' 3" V; qu'on appliquera sur le même lit horizontal en dedans, posant le point 8' sur le point b , le point V sur a , & le point 3" sur α de la fig. 35.

Les contours de ces deux panneaux étant tracez sur le lit ag , de la figure 35, on abattra la pierre à l'équerre sur le lit, suivant les arcs tracez, pour former au dehors la surface convexe NC 8' 4, & au dedans la concave opposée; après quoi avec le biveau mixte de doële, & de coupe du lit de dessus, posé quarrément sur l'arête, passant par le point 3, on abattra la pierre pour former le lit de dessus, & le Vouffoir sera achevé.

Je n'ai pas parlé des lignes $\alpha i, c 8$, qu'il faut tracer sur les paremens aplomb $b l$ & $a 3$, pour bien conduire les arêtes, qui doivent s'y former; pour peu qu'on ait d'habitude de couper du Trait, on sçait qu'il faut se donner pour guides, le plus de lignes que l'on peut; c'est pourquoi l'on voit qu'il faut tracer sur le parement aplomb $a 3$, une ligne αi parallele à ab , pour marquer la premiere arête de préparation, quoiqu'il faille ensuite l'enlever pour la coupe $i d, 3' 8$, de même sur l'autre parement aplomb $b l$, une ligne $c 8$ parallele à $g l$, qu'il faudra encore enlever, s'il faut former l'extrados 8' 7.

Il est visible que par la formation de ces deux surfaces circulaires concaves & conveses, on donne aux joins de tête 3' 7, 4' 8, une Courbure elliptique sans la connoître, parce qu'on forme des cylindres,

que les lits plans, passant par ces joins de tête, coupent obliquement; & que si l'on enleve ensuite la partie cylindrique mixte 7 C 8, il se formera sur les contours circulaires 3' 4 & 7' 8, des Courbes à double Courbure, qui feront de cette espece, que nous avons appellé Cicloimbre, & qui feroient des Ellipsimbres, si ces arcs 3' 7, 7' 8, étoient des portions de cintres surhaussés ou surbaisés; ainsi on forme des Courbes exactement, telles, qu'elles doivent être sans les connoître; cette maniere d'exécuter la Porte en Tour ronde ou creuse, n'a d'autre inconvenient, qu'un peu de perte de pierre, & souvent point, lorsque l'on fait les lits de niveau sur l'extrados, comme on le voit dans l'appareil de la fig. 32.

Seconde Disposition, où le Cintre Primitif est pris à la face Courbe, Ronde ou Creuse, pour former des Têtes égales.

IL est visible que la difference du diamètre BA, de l'Arc-Droit de la Porte en Tour ronde ou creuse, avec le diamètre courbe, pris sur la face en BMA, consistant dans le raport de la corde BA à l'arc B c A, elle fera d'autant plus grande que la Tour sera petite, suposant une ouverture de Baye constante; par conséquent les inégalitez qui résultent à la division de la face convexe ou concave, en prenant l'arc-droit pour cintre primitif, sont plus ou moins considerables, suivant le raport du diamètre de la Porte à celui de la Tour; ainsi lorsque la Porte ouvre une fort petite partie de la circonference de la Tour, ces inégalitez deviennent si peu sensibles qu'elles peuvent être negligées.

SUPPOSANT donc, qu'on veuille affecter de faire les têtes des Vouffoirs parfaitement égales, on rectifiera l'arc horifontal de la Tour BMA, en l'étendant en ligne droite sur la tangente, ou sur une ligne qui lui soit parallele comme ED; cette rectification donnera un diamètre $b^d a^d$ plus grand que la corde BA, ou son égale $b a$; sur ce diamètre on formera le cintre primitif en demi-cercle $b^d b a^d$, ou en demi Ellipse, si l'on veut; on le divisera, à l'ordinaire en ses Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on abaissera des perpendiculaires sur le diamètre, qui donneront les projections de ces divisions.

POUR former l'arc-Droit, qui doit provenir de ce cintre primitif de développement, il faut replier les parties de son diamètre sur l'arc horifontal de la Tour BMA, en commençant au milieu, portant la longueur droite c p² de M en n, p² P de n en q¹, il restera par conséquent q¹ A égal à P a²; par les points trouvez n, q¹, A, & leurs correspondans

de l'autre côté de M en B, on mènera des parallèles indéfinies à la direction MC, qui couperont l'arc concave F*t*G aux points *t* & *i*, & la corde FG en *o o*, sur lesquelles on portera les hauteurs des retombées 2*p*², 1*P*, *ch* en *o 2*^r, *o 1*^r, *O b*^r & par les points G, 1^r, 2^r, *b*^r, &c. on décrira l'arc-droit surhaussé G*b*^rF que l'on cherche, dont on fera usage, comme pour toutes les autres Voutes en Berceau.

Il est visible que les divisions égales du cintre développé, rendent celles de l'arc - Droit inégales.

On pourroit encore faire l'arc-Droit en plein cintre pour primitif, & le développé surbaissé Secondaire, & ensuite reprendre le Secondaire pour primitif, dans les divisions des Voussloirs en parties égales, ce que le P. Deran met en question; sur quoi je puis dire en passant qu'il n'est pas scrupuleux dans son opération, où il transporte la Droite rectifiée sur l'arc de la Tour, par des arcs de cercle, prenant ainsi pour rayon d'un côté un arc de cercle, & de l'autre une ligne droite.

Il faut présentement former les panneaux de doële & de lit.

Nous avons fait usage des panneaux de doële plate, par-tout où les faces étoient des surfaces planes; mais ici à cause que les faces sont concaves & convexes, nous ne pouvons faire usage que de panneaux flexibles en développement de la doële, parce que l'arête que fait la doële avec la tête est une courbe à double courbure, qui ne peut jamais être représentée par une ligne droite, & que la surface convexe que l'on doit faire, ne peut être ébauchée en plane, que par le moyen des tangentes, & non pas des cordes comme les concaves.

Fig. 34.

Pour faire ce développement, on tirera à part une ligne droite *f*^d*g*^d, fig. 34, qu'on fera égale à la circonférence de l'arc-Droit F*r**b*^rG, de la fig. 33, puis de son milieu H, on portera de part & d'autre, la longueur de l'arc *b*^r 2^r en 2^d 3^d; ensuite l'arc 2^r 1^r en 2^d 1^d, 3^d 4^d, & par les points *f*^d, 4^d, 3^d, H, 2^d, 1^d, *g*^d, on mènera des perpendiculaires à la droite *f*^d*g*^d indéfinies; sur lesquelles on portera les avances de la Tour sur la corde FG, sçavoir, OL de la figure 33, en H*l* de la fig. 34; *o 1*^d en 2^d 1^d, *o i* en 1^d 1^d, faisant de même de l'autre côté entre H & *f*^d, pour avoir la courbe onnée *f*^d*l*^d, en développement de l'arête concave.

ENSUITE on prendra les avances de la doële convexe, dont on fera le même usage, portant OM en H*b*^d, *o n* en 2^d N, *o q*^d en 1^d Q, & GA en *g*^d A^d, & par les points trouvez, qu'on peut multiplier autant que l'on voudra en subdivisant l'arc BM, on tirera la courbe onnée B^d*b*^dA^d,
pour

pour l'arête convexe de la face extérieure avec la doële, & le développement de la doële fera le quadriligne mixte $B^d g^d$.

POUR former les panneaux de lits on abaissera par les points de l'extrados 5, 6, 7, 8, des perpendiculaires sur son diamètre ED, qui le couperont aux points p^* & p_s , &c. & donneront pour projections développées les lignes droites $p^* p^*$ & $P p_s$, que l'on portera & repliera sur l'arc horizontal $e Md$, de la Tour en $n q$ & $q^1 S$.

PAR les points q & S on mena des perpendiculaires $q o$, $f u$, aux projections de lits $n t$, & $q^1 i$; puis ayant divisé les lignes 1. 5; 2. 6 en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de la courbe du joint de tête, par exemple, en trois aux points a & a , on divisera aussi en même nombre de parties égales les lignes de la projection $o q$ & $n S$, aux points o & o , par lesquels on mena des parallèles $z o y$, $z o y$ aux projections des joints de lit $n t$, $q^1 i$, qui couperont l'arc convexe de la Tour en z & z , & l'arc concave en y & y .

CETTE préparation étant faite, on tracera à part (figure 36,) deux lignes à l'équerre $Q i$, 1. 5; on fera 1. 5 égale au joint de tête 1. 5, de la figure 33, avec ses divisions égales a , a , par lesquelles & par le point 5, on tirera des parallèles à $Q i$, sur lesquelles on portera en avant de la ligne 1. 5, les avances $u q^1$, $o z$ & $o z$, de la projection en 1. Q , $a z$ & $a z$, & par les points $Q z z$ 5, on tracera l'arc elliptique du joint de tête convexe, dont la projection est l'arc de cercle $q^1 z z S$.

ON trouvera de même les points de la courbe du joint de tête concave, en portant sur les mêmes parallèles en dessous de la ligne 1. 5, les longueurs $o y$, $o y$, $S l$ de la projection de la fig. 33, en $a r$, $a r$, $5 l$, de la fig. 36, & par les points i , r , r , l , on tracera la courbe du joint de tête concave, le quadriligne mixte $Q 5 l i$ fera le panneau de lit que l'on demande; ainsi de tous les autres, comme on voit celui du joint de tête 2. 6 tracé à la figure 33, en $N z$ 6 $X r T$, & le suivant $e 5 l i$.

Application du Trait sur la Pierre par Panneaux.

AVANT dressé un parement de grandeur convenable, on y tracera la doële plane par deux lignes parallèles éloignées de la distance de la corde de l'arc-Droit, par exemple, pour un second Vouffoir, cet intervalle fera la longueur de la corde 4^r, 3^r, de la figure 33; ensuite ayant levé la cerche de l'arc 4^r, 3^r, dont cette ligne est la corde, on creusera une doële cylindrique indéfinie vers les deux têtes, dans la-

quelle on appliquera le panneau flexible de carton coupé sur le développement de la figure 34, en $4^x X^d T 4^d$, lequel étant enfoncé dans la doële creuse, en sorte qu'il s'y applique exactement, servira à déterminer le contour des têtes qui étoient indéterminées.

ON prendra ensuite le biveau mixte de lit & de doële de l'arc-droit $8^r 4^r f 13^r$, pour former le lit de dessous, & $4^r f 3^r 7^r$, pour celui de dessus, lesquels angles mixtes ne feront pas égaux, si l'arc-droit est elliptique.

AYANT abatu la pierre suivant ces biveaux pour former les lits, on y appliquera les panneaux qui leur conviennent, sçavoir, celui de la figure 36, pour le lit de dessous, qui passe par le joint 4^r , & celui qui est marqué à la figure 33, en $N 6 XT$, pour le lit de dessus, qui passe par le joint 3 ou 2, & l'on tracera les contours courbes de ces panneaux qui donneront sur les lits plans, les traces des joins de tête, suivant lesquelles & celle de la doële creuse, qui a été tracée ci-devant, on pourra former la projection concave ou convexe de la Tour, qui est comprise entre ces trois lignes courbes, en abatan la pierre à vûe d'œil de l'une à l'autre.

MAIS comme on pourroit manquer en quelques endroits, faute d'être suffisamment guidé; on prendra avec la faulx équerre un angle $4^r W 7^r$ d'une corde de la doële $4^r W$, avec un aplomb $W 7^r$, qu'on tracera sur la pierre, puis avec une cerche formée sur l'arc horizontal de la Tour, comme par exemple BM , on formera la tête du Vouffoir en posant cette cerche perpendiculairement à la verticale $7^r W$, ou sa parallèle $7^r 4^r$, & la faisant couler dans cette situation sur cette ligne droite, l'appuyant sur les autres courbes de tête & de doële, ou de lit & de tête, l'opération sera exacte.

ON voit par cette méthode que les panneaux de tête y sont inutiles, parce que ne pouvant être formés sur une matière flexible propre à être appliquée que sur la surface cylindrique; il ne serviroient tout au plus qu'à vérifier l'opération.

CEPENDANT on pourroit s'en servir en commençant par former une tête cylindrique, & alors si on en faisoit deux, l'un pour la convexe, l'autre pour la concave, l'on pourroit se passer de panneau de doële développée.

MAIS il faut remarquer que ces panneaux de tête seroient longs à faire, parce que quand même le cintre de face auroit été fait sur une surface plane de développement, les joins de tête $1^r 5^r$, $2^r 6^r$, &c. tirez en ligne droite à l'élevation, suivant l'usage ordinaire, seroient faux, en ce qu'ils ne donneroient pas dans l'enveloppement du cylindre de la Tour



des têtes de lits en surface plane , prenant les choses à la rigueur , parce que le plissement d'une ligne droite sur une surface cylindrique , ne peut devenir un arc elliptique , que lorsque cette ligne est perpendiculaire à l'axe , ou au côté du cylindre , comme lorsque le cylindre est Droit sur une base elliptique ; par-tout hors de ce cas , elle ne se pliera pas en arc d'Ellipse , ce qui est démontré au Probl. 7 , du troisième Livre , où nous avons parlé du développement des cercles ou ellipses , tracez à la surface des cylindres Droits & scalenes ; ainsi pour faire les panneaux de tête avec précision , il faudroit tracer les joins de tête du développement suivant les mêmes Principes , ce qui rendroit l'opération inutilement longue & embarrassante pour d'aussi petites parties que sont celles de chaque joint de tête.

Remarque sur l'Usage.

IL ne faut pas croire , que parce que la mode de faire des Tours soit presque passée , le Trait de la Porte en Tour ronde ou creuse soit devenu plus rare , il est encore très usuel ; car quoiqu'on ne fasse plus gueres de Tours entieres , on fait très fréquemment des portions de murs concaves & convexes.

DANS les Bâtimens civils , rien n'est plus ordinaire que les portions de Tour ronde & creuse.

TOUTES les ouvertures des Dômes sont des Portes ou Fenêtres en Tour creuse par dedans , & ronde par dehors ; telles sont aussi les Fenêtres d'une partie de l'Orangerie de Versailles , qui sont des modeles d'un bel Apareil ; celles que l'on fait dans les *Fers à Cheval* des grandes entrées , & en une infinité d'autres rencontres.

Porte Biaise en Tour ronde , ou creuse.

L'IRREGULARITE' de la direction du milieu d'une Porte biaise à l'égard de la Tour , consiste en ce qu'elle ne passe pas par le centre de la Tour , si elle est circulaire , ou qu'elle n'est pas perpendiculaire à la tangente à ce milieu , si la Tour est elliptique , ce qui met quelque difference entre ce Trait & le précédent , en ce que la courbe de l'arête de face avec la doële , qui étoit réguliere de part & d'autre de la clef , en Cloître , ou en Ellipsimbre , devient une Ellipsimbre plus ferrée d'un côté que de l'autre , si l'on prend l'arc-Droit pour cintre primitif ; ce qui devoit donner l'exclusion à cet arc , lorsque l'entrée de la Porte occupe un grand arc de la Tour , parce qu'elle n'est pas agréable à la vue ; & si l'on fait l'arc de face régulier , l'arc-Droit devient à son tour négal de part & d'autre de la clef.

Fig. 37.

SORT (fig. 37,) le quadriligne mixte ABDE, le plan horifontal de la Baye qu'on veut vouter; on se déterminera au choix du cintre primitif, qu'on peut prendre en trois differens endroits.

1°. SUR la corde AB, ou ce qui est la même chose sur une ligne $A'B'$, tangente au milieu m de l'arc BmA de la Tour, & égale à cette corde, à peu près comme nous avons fait ci-devant à la figure 33, en prenant l'arc-Droit pour cintre primitif, lequel arc-Droit est ici différent, parce que la corde AB n'étant pas parallèle à la ligne ER, perpendiculaire à la direction du milieu mK , elle ne lui est pas égale, mais plus courte; d'où il résulte que si le cintre sur AB est circulaire, l'arc-Droit sur ER fera surhaussé.

2°. COMME le choix de la corde AB pour diametre du cintre primitif, cause quelques inégalités de division dans les têtes des Vouffoirs à la face par la même raison que nous avons donné au cas précédent, on peut prendre le cintre primitif sur le développement de l'arc AmB , par exemple, sur la ligne $A'B'$, supposée égale à son contour rectifié, & operer comme il a été dit au cas précédent; mais alors le contour intérieur de la doële deviendra irrégulier, parce que la ligne menée par le milieu m de l'arc BA, parallèlement à la direction des piédroits BD, AE, ne coupe pas la perpendiculaire RE à son milieu c , mais plus bas en x ; de sorte que la clef de l'arc-Droit RbE , ne peut être au milieu b , mais au point K correspondant à la projection m , du milieu de la face; ce qui rend l'arc-droit couché en façon de rampant.

3°. Enfin si l'on a plus d'attention à la régularité de la doële intérieure qu'à celle de la face d'entrée, on peut choisir l'arc-Droit pour cintre primitif, & operer comme il a été dit au cas précédent; alors faisant bI parallèle & égale à RE, & touchante à l'arc horifontal de la Tour en T, on reconnoitra facilement l'irrégularité que ce choix cause au cintre secondaire de face développée bfa , en ce que les parties qui sont peu différentes du cintre primitif bfi vers l'impofte b , deviennent grandes de plus en plus, à mesure qu'elles approchent de l'impofte opposée en a .

CEPENDANT c'est la seule construction que propose Mr. de la Ruë & la premiere du P. Deran.

Le cintre de face, l'arc-Droit & la projection des joins de lit étant donnez, il sera facile d'en faire usage pour tracer les Vouffoirs, comme nous l'avons dit pour la Porte Droite en Tour ronde, soit par la voye de l'équarrissement, soit par celle des panneaux flexibles, formez sur le développement de la doële, n'y ayant aucune difference que cel-

le de l'irrégularité, c'est-à-dire de l'inégalité des panneaux des parties correspondantes de chaque côté de la clef, lesquelles étoient égales entr'elles à la Porte Droite.

Explication Démonstrative.

ON a vû par les Theoremes 18 & 20, du premier Livre, que l'arête de rencontre des surfaces de la Tour & de la doële de la Porte, est toujours une courbe à double courbure, tant dans le cas de la Porte Droite, que celui de la biaise; dans le premier cette Courbe est un Cicloïmbre, si l'arc-Droit de la Porte est en plein cintre; il sera une Ellipsimbre, si elle est surbaissée, & que la direction de son milieu rencontre l'axe de la Tour, auquel cas les parties correspondantes aux côtes de la clef sont uniformes; mais dans la porte biaise, où cette direction du milieu ne rencontre pas l'axe de la Tour, cette même courbe est inégale dans les parties équidistantes de la clef, ce qui a été démontré au Theor. 20 cité.

ON a vû aussi dans les Problemes 37 & 38, du second Livre, que pour tracer ces fortes de courbes; il falloit en trouver les ordonnées, & les arranger sur une des deux surfaces courbes, par conséquent de quelque maniere qu'on s'y prenne, il faut toujours commencer par former une de ces deux surfaces cylindriques, ou la convexe de la Tour ronde, ou la concave de la doële, & comme la doële est terminée à deux surfaces cylindriques, lorsque la Porte perce la Tour, sçavoir, à la convexe du dehors & à la concave du dedans, il est visible qu'il convient mieux de commencer par former la partie cylindrique du Berceau de la Porte, de quelque méthode qu'on se serve, d'équarrissement, ou de panneaux.

Nous avons proposé dans les autres Voutes des panneaux de doële plate, même à celles dont les arêtes de rencontre sont à double courbures & les doèles concaves; mais comme il s'agit ici de celles d'une surface concave de doële avec une convexe de face de la Tour, on n'y a pas le même avantage; c'est pourquoi nous proposons des panneaux de développement d'une des surfaces cylindriques, qui donnent autant de points que l'on veut de cette arête, au lieu que la doële plate n'en donne que deux, qui sont ceux des extrémités du joint de tête.

QUELQUES ouvriers, comme Maître Blanchard, dans son *Trait de la coupe des Bois*, suposent dans leur pratique une section plane verticale, de laquelle comme terme, il avancent des lignes droites, qui déterminent par leurs longueurs plusieurs points de l'arête à double Courbure; voici comme il opere au Chap. XIV.

APRES avoir formé le creux cylindrique de la doële, suivant le Trait de l'épure ; il y applique une règle pliante, suivant laquelle il trace un arc qui tient en quelque façon lieu de corde à l'arête à double courbure, au-delà duquel il porte en avant les faillies de cette courbe, prises sur la projection ; cette méthode est bonne ; mais elle est moins prompte, & d'une exécution moins correcte, que celle des panneaux flexibles, sur lesquels il est plus facile de tracer par des points trouvez le développement de l'arête, que sur une surface creuse, où on ne peut la tracer qu'à la main mal appuyée, & plus mal guidée.

Il faut remarquer que quoique la Tour soit cylindrique circulaire, & d'épaisseur par-tout égale, les courbes du développement des arêtes de la doële convexe en dehors, & concave au dedans, ne sont ni égales ni parallèles entr'elles, parce que les arcs AB & FG de la Porte Droite, ne sont pas semblables, c'est-à-dire, d'un même nombre de degrés, ce qui est visible, en ce que les piédroits AG & BF prolongez, ne tendent pas au centre de la Tour, si on les suppose parallèles entr'eux, par conséquent ils ne comprennent pas des parties proportionnelles du cercle intérieur FG, & de l'extérieur BA concentrique ; la chose est encore plus sensible à la Porte biaise, pour les arcs BA & DE.

DEUXIEME CAS.

De la Rencontre des Berceaux inclinés avec les verticaux.

En termes de l'Art,

Descente Droite, ou biaise en Tour ronde, ou creuse.

ON peut faire différentes dispositions pour ce Trait, à l'égard du Plan de Rampe, passant par les impostes, car si on les fait de niveau entr'elles à l'arc-Droit, ce plan sera perpendiculaire au vertical, passant par l'axe de la Descente, & si elles ne sont pas telles, il lui sera incliné.

Première Disposition, où le Plan de rampe est perpendiculaire au vertical de direction. si la descente est Droite, c'est-à-dire, que l'axe de la Voute rencontre celui de la Tour, alors les impostes de l'arc de face seront de niveau entr'elles, aussi bien que celles de l'arc-Droit ; mais si la descente est biaise, c'est-à-dire, que son axe ne rencontre pas celui de la Tour, l'arc de face devient rampant, une imposte étant plus

haute que l'autre; quoique l'arc-Droit reste de niveau, comme l'on voit à la fig. 38, dans l'un & l'autre cas le Trait fera le même pour la construction, à la réserve que celui de la descente droite est plus simple, en ce que les côtes de la clef de l'arc de face sont uniformes; c'est pourquoi nous choisissons pour exemple celui de la Porte biaise.

PL. 77.

Fig. 38.

SOIT le quadriligne mixte AMBDNE, (fig. 39,) le plan horizontal de la baye d'une descente en tour ronde, dont le centre est en C.

Fig. 39.

ON se déterminera au choix du cintre primitif, comme nous l'avons dit ci-devant de la Porte en Tour ronde ou creuse, où nous avons choisi celui de face développée; ici pour variété d'exemple nous choisirons l'arc-Droit du plan horizontal, c'est-à-dire, un cintre perpendiculaire à la direction horizontale de la Voute, qui n'est pas l'arc-Droit de la descente, en ce qu'il n'est pas perpendiculaire au plan de la descente, lequel est incliné à l'horison.

AYANT prolongé les piédroits DB, EA, on leur tirera une perpendiculaire FG, qui les coupera en F & G; sur FG comme diamètre, on décrira un demi-cercle GbF, ou une demi-Ellipse, si l'on veut, pour cintre primitif de face, qu'on divisera en ses Voussloirs aux points 1, 2, 3, 4, desquels on abaissera des perpendiculaires, qu'on prolongera indéfiniment au dedans de la Tour.

ENSUITE par le point E, on élèvera sur AE, une perpendiculaire ER, qui coupera BD prolongée en R, la ligne BR sera prise pour base du profil de la rampe, ou une autre qui lui soit parallèle, plus haut ou plus bas.

SUR cette base on fera l'angle BRP, égale à celui de la rampe avec l'horison, dont on terminera le côté RP, par la rencontre de la tangente TP, qui est une perpendiculaire au rayon C.T, tiré par le point C, parallèlement à DB.

PAR le point P on mènera P*a*, parallèle à RB, & égale à cF, demi-diamètre du cintre primitif; avec P*a* comme rayon, on décrira le quart de cercle *a*bf, sur lequel on portera les divisions de la moitié du cintre FbG en 1^f, 2^f, b^f, par où on mènera 1^fi, 2^fK, parallèle à P*a*, qui couperont TP prolongé au point i & k, d'où on mènera les parallèles à RP marquées iL, kK, b^fs, lesquelles feront les projections verticales des joins de lits, servans pour les deux côtes de la Voute depuis la clef à l'imposte; de sorte que ces lignes doivent être considérées comme doubles en quelques parties.

PRESENTEMENT, pour trouver les projections des cintres extérieur &

intérieur, qui déterminent les longueurs de ces joins de lit, il faut tirer par tous les points, où leurs projections horisontales coupent les arcs AMB, END de la Tour, des perpendiculaires à leur direction; ainsi par les points A 1^r 2^r , M 3^r , 4^r B, on elevera des perpendiculaires, qu'on terminera à l'interfection des lignes du profil, qui représentent les mêmes lits que celles du plan horisontal, comme A a , pour l'imposte, qui se terminera en a à l'interfection de RP, I a^1 , qui se terminera à la ligne Ii, au point a^1 , profil du premier joint, passant par i, ensuite 2^r a^2 , qui se terminera à la ligne K k , profil du second joint en a^2 , ainsi des autres; & par les points a , a^1 , a^2 , b^r , a^3 , qui devraient être auprès de k , a , auprès de i & b, on tracera une courbe, qui sera le profil en projection verticale de l'arc de face.

ON trouvera de la même maniere le profil de l'arc intérieur Re, e^2 b^r e^3 e^4 d, l'espace compris entre ces deux courbes, détermine la longueur inclinée des joins de lit & des doëles, & pour faire les panneaux de doële plate, & de doële développée, si l'on veut.

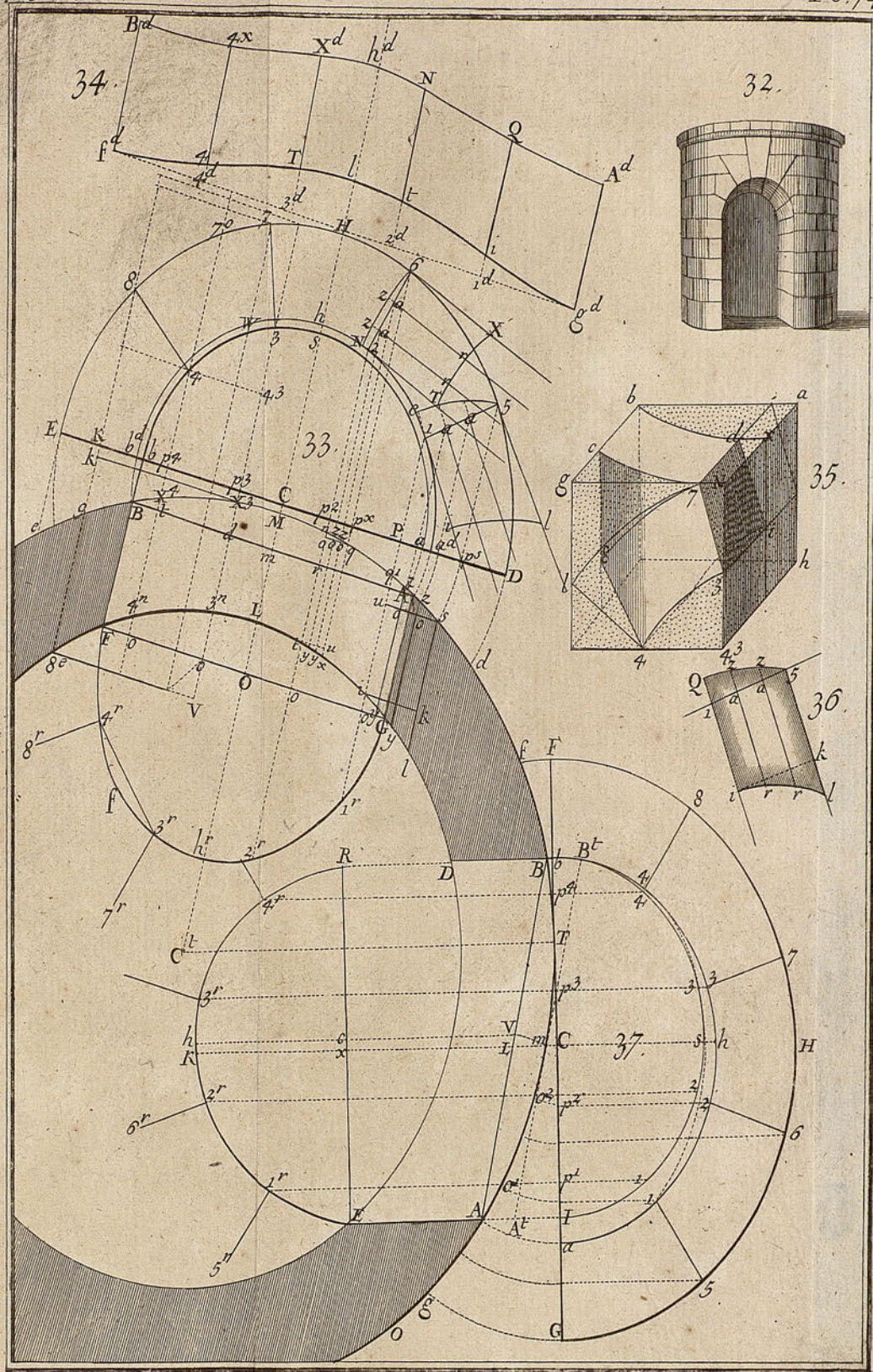
ENFIN on formera l'arc-Droit RSE, avec les perpendiculaires à la rampe RP, comprises entre les projections verticales des lits, sçavoir, RI, RK, RS, faisant q 1^r , q 4^r , égales à RI, q 2^r , q 3^r , égales à RK, &c.

Développement de la Doële.

Fig. 39. Si l'on veut faire des panneaux de doële plate, on étendra sur une
Fig. 42. ligne droite E^dR^d (fig. 42) les cordes de l'arc-Droit (de la fig. 39.)

Et si l'on veut faire des panneaux de doële creuse sur des matieres flexibles, comme il convient, on rectifiera le contour de la demi-Ellipse ESB, avec toutes ses divisions 1^r , 2^r , 3^r , 4^r , qu'on transportera sur la droite R^dE^d.

ENSUITE ayant élevé des perpendiculaires sur chacune de ces divisions rectifiées, on y portera les longueurs des avances, qui leur conviennent, prises au profil, & non pas au plan horisontal, comme nous avons fait pour la *Porte en Tour ronde* de niveau, à cause que la descente n'est pas parallèle à ce plan, & ces longueurs se mesureront depuis la ligne RS, qui est le profil de l'arc-Droit; ainsi pour joint de lit de l'imposte, on prendra R^d, qu'on portera en E^d, A^d, de la figure 42, pour le dehors convexe; ensuite pour le premier joint de lit au dedans, on portera la longueur I a^1 pour le dehors en 1^r a^1 , & I e^1 pour le dedans en 1^r e^1 , de même pour le second lit K a^2 & K e^2 pour le milieu f^r b^r en f^r b^r , puis en redescendant au profil, on prendra K a^3 & K e^3 ,





K^e , I^a , 1^e , R^b & R^d , qu'on portera, à la fig. 42, en 3^r a^3 , 3^r e^3 , 4^r a^4 , 4^r e^4 , R^d B^d , & R^d d^d .

Si l'on vouloit faire des panneaux de joint, on le pourroit par la même méthode, que nous avons donné pour la Porte ronde de niveau, car ce sont toujours des portions d'Ellipses, un peu plus ou moins concaves ou convexes, dont il suffira dans la pratique de trouver un point ou deux au milieu du joint de tête; ainsi prenant pour exemple celui qui est marqué 2' 6, on prendra à volonté un point m vers son milieu, on abaissera des points m & 6, des perpendiculaires parallèles à $2p$, lesquelles couperont les arcs AB & ED , du plan horizontal de la Tour en des points u , v , d'où on tirera des perpendiculaires aux précédentes, qui couperont la ligne de rampe RP , en des points x , x , au dessus desquels on portera les hauteurs om , $o6$ en xy & XY , la ligne courbe yYe^2 , fera le profil du joint de tête concave; on tracera de même la convexe, qui servira à trouver la courbe de la tête du joint, en prenant pour ligne de direction le joint de tête 2' 6, au lieu de ffT , que donne le profil, parce que ffT est raccourci par la projection; ainsi portant sur la directrice du développement R^d E^d (fig. 42,) la longueur 2^r T , égale à 2' 6 de l'élévation, & tirant les ordonnées TY , TY , égales à celles du profil, on aura les points e^2 , Yy pour l'arc concave de la tête du joint de lit, le convexe opposé a^2b , se trouvera de même.

On peut s'épargner cette peine en formant la tête par voye d'équarrissement, comme nous allons l'expliquer.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement, par exemple pour un second vouffoir 1^r 2, on y tracera deux parallèles à la distance de la corde de l'arc-droit 1^r 2', puis avec la cerche convexe de l'arc-droit 1^r n 2', on creusera la doële quarrément au parement, & à ces deux parallèles qui seront les arêtes des joins de lit & de doële.

On appliquera ensuite dans cette surface concave cylindrique le panneau du développement, fait sur une matiere flexible e^1 e^2 , a^2 a^1 , de la fig. 42, pour tracer le contour des têtes courbes a^2 a^1 , e^2 e^1 .

ENSUITE prenant le biveau mixte de doële & de lit qui convient, 1^r 2' b , pour le lit de dessus, 2^r 1' 8, pour celui de dessous, on abattra la pierre pour former les surfaces planes de ces lits, sur lesquelles on appliquera les panneaux de lit, si on les a fait, ou qu'on terminera par équarrissement, comme il suit.

ON tirera sur l'épure une horizontale $2'5$, sur la tête du Vouffoir; & on lui mena du point 1 une perpendiculaire 12 , puis prenant le biveau $2'12$, on posera quarrément une de ses branches sur les arêtes de la doële, & l'autre donnera une ligne sur la tête, qu'on dirigera avec le biveau de la rampe & de la tête RPk , dont on posera une branche sur l'arête du joint de doële & de lit de dessous, & l'autre qu'on fera joindre à la branche du biveau de doële & d'aplomb $2'12$; on abattra la pierre suivant ces deux biveaux pour avoir une cizelure 129 sur la tête, à laquelle on fera une perpendiculaire $2'5$, qu'on creusera avec la cerche concave de l'arc de la Tour AM , posée quarrément sur la ligne $1'9$, & sur les points donnez $5'2$, ou ce qui est le même a^2 , du profil qui a été déterminé par le panneau de doële, & le point trouvé 2 ; ainsi faisant couler cette cerche parallèlement à elle-même sur la ligne $1'9$, on fera la surface convexe de la Tour, en abattant la pierre à la règle sur les repaires, qu'aura donné la cerche, & l'on formera ainsi les têtes elliptiques des lits, sans en avoir cherché la courbure.

ON en usera de même pour la surface concave du Vouffoir au dedans de la Tour, avec cette différence, qu'il faudra poser les biveaux de doële & de tête, & de doële & d'aplomb, au lit de dessus qui avance le moins en dedans, au lieu qu'à la surface extérieure, on les posoit au lit de dessous qui avançoit le moins en dehors.

Explication Démonstrative.

LE cintre Gbf étant supposé vertical, & perpendiculaire à la direction horizontale de la descente, sera égal à toutes les sections parallèles à GF , tangente de la Tour; ainsi il peut être considéré comme posé en ER , en Ag & suivant toutes les parallèles qui passent par les points $1'2'M$, &c. $1''2''N$, &c. & toutes ces lignes seront les profils, ou projections verticales des sections égales à ce cintre, dont les diamètres sont supposez rangez perpendiculairement sur la ligne de rampe RP , de sorte que suivant les règles de la projection, ils n'y sont représentez que par des points, comme R, d, a, b , &c. ainsi toutes les hauteurs des aplombs du cintre primitif pour chaque joint de lit, ont dû être portées sur les verticales, au dessus de la ligne de rampe RP ; ce qui a été fait en menant des parallèles à la rampe par les hauteurs $1'2'bf$, du quart de cercle $a bf$, lequel doit être supposé tourné & posé perpendiculairement au plan du papier sur son rayon $P bf$.

OR parce que l'arc-Droit doit être perpendiculaire au plan de la rampe, on a tiré RT perpendiculaire à RP , laquelle est coupée pro-

portionnellement par toutes les paralleles à la ligne de rampe, qui expriment la hauteur des joins; ainsi cette ligne est la projection verticale de toutes les hauteurs des divisions de l'Arc-Droit, sur son diamètre ER.

QUANT à l'opération de l'équarrissement pour former la surface courbe de la tête des Vouffoirs, il est clair que la ligne 1' 9 étant verticale, sera dans le même plan que le joint de lit, qui passe par le point 1; par conséquent que l'angle du joint de lit avec celui de tête est égal à celui de rampe; de même l'angle de la doële 2' 1 2, est dans un plan vertical, [qui peut être considéré dans sa projection en L 1', dans la doële quarrément aux joins de lit 1' 1' & 2' 2', par conséquent il sera perpendiculaire au précédent, dont l'intersection sera la ligne 1' 9, ce qu'il falloit faire pour avoir une ligne, à la surface du cylindre, qui fût parallele à son axe, pour pouvoir y poser perpendiculairement une cerche de l'arc horizontal de la Tour, lequel est donné au Plan, par le moyen duquel on peut former la tête du Vouffoir, & les sections elliptiques de ses lits, par la même méthode qu'on forme toutes les surfaces cylindriques concaves ou convexes, en faisant couler une règle parallelement à l'axe sur deux arcs donnez.

Seconde Disposition des Descentes en Tour ronde ou creuse, où le Cintre Primitif est de Niveau, & l'Arc-Droit rampant.

DANS la précédente disposition nous avons formé le cintre primitif sur une section verticale, perpendiculaire à la direction horizontale du Berceau en descente, d'où il suit qu'elle étoit aussi perpendiculaire au plan vertical, passant par l'axe du berceau, soit qu'il fût Droit ou biais; lorsque le berceau étoit Droit ses impostes étoient de niveau, dans les points respectifs, quoique en descente suivant la direction; mais lorsqu'il étoit biais, elles étoient à différentes hauteurs, & celles de l'Arc-Droit de niveau: ici nous prenons ce cintre dans un plan vertical parallele à la corde AB de l'arc BCA de la Tour, qui est comprise entre les piédroits de la descente; lorsque le berceau est Droit Fig 41. cette disposition retombe dans la précédente; mais lorsqu'il est biais, il en résulte que les impostes de la descente sont toujours de niveau, considérées parallelement à cette corde, quoiqu'inclinées suivant la descente.

Il en résulte aussi qu'on peut même faire les têtes égales, si au lieu d'une section du Berceau, on développe sa face sur la Tour BcA en
H ij

la rectifiant sur une ligne droite GF, comme nous avons dit pour la Porte en Tour ronde par *têtes égales*.

ENFIN il en résulte, comme aux descentes biaises à faces planes, que les impostes de la face étant de niveau, celles de l'arc-Droit deviennent rampantes.

Fig. 40. Soit) fig. 41,) la corde AB de l'arc A c B; par le point c, milieu
 & 41. de cet arc, on tirera GF parallèle à AB, qui sera terminée aux points G & F, par l'intersection des piédroits DB, EA prolongez.

SUR GF comme diamètre, on décrira un demi-cercle G b F, ou si l'on veut une demi-Ellipse surhaussée ou surbaissée pour cintre primitif, lequel étant divisé en ses Voussloirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaissera sur son diamètre des perpendiculaires, qui le couperont aux points p, p, par lesquels on mènera des parallèles à la direction de la Voute, c'est-à-dire, aux piédroits DB, EA, qui couperont la surface extérieure aux points 1' 2' 3' 4', & l'intérieure aux points n' n' n' n'.

PAR tous ces points on élèvera des perpendiculaires, qui couperont les côtes du plan de la rampe R b a e, qu'on tracera au profil, comme nous l'avons dit des descentes ordinaires, au Probl. XII. du Tome précédent.

LA ligne de rampe R b, étant donnée avec sa base horizontale RB, on mènera par le point c milieu de l'arc AB, une verticale c b', qui coupera l'horizontale menée par le point b, sommet de la ligne de rampe donnée, au point o, au-dessus duquel on portera les hauteurs des divisions du cintre primitif P 1, p 2, c b en a', a', b', par où on mènera des parallèles à l'arc RB, a' a', a' a', lesquelles seront terminées de part & d'autre par l'intersection des verticales, provenant des points qui leur correspondent à la projection horizontale; par exemple l'horizontale o a, sera terminée en b & a, par les lignes A a & B b, provenant des points A & B; de même l'horizontale a' a', par les lignes 1' 4', provenant des points 1 & 4; l'horizontale a' a', sera terminée par les lignes 2' 3', provenant des points 2 & 3, & par tous les points a', a', a', a', on mènera des parallèles à la ligne de rampe R b, lesquelles couperont les lignes verticales, provenant des points E, n', n', n', n', aux points e e', e', n', e', e', d, par lesquels on tracera une courbe, qui sera la projection verticale de l'arc de face intérieure, comme la courbe a a' a' b' a' a' b, est celle de la face extérieure: les lignes rampantes qui sont dans l'intervalle de ces deux Courbes, donnent les longueurs des joins de lits, qui sont représentés au plan horizontal par

des lignes trop courtes EA, $n^1 1^1$, $n^2 2^1$, Nc, &c. à cause de l'inclinaison de la Voute.

IL ne reste plus à présent qu'à former l'arc-Droit qui doit être rampant, parce que la descente est biaise, & que le diametre de l'arc de face est de niveau.

PAR le point R, ou tout autre de la ligne Rb, on menera une ligne RS, perpendiculaire à Rb, laquelle Rf coupera toutes les paralleles à la ligne de rampe en des points g, 4, 1, 3, 2, S, qui feront les hauteurs des divisions du cintre de l'arc-droit; mais avant que d'en faire usage, il faut trouver le diametre incliné de cet arc rampant.

SUR AE prolongée on portera la longueur Rg de E en α , & l'on tirera R α qui fera le diametre rampant de l'arc-Droit, & dans le même plan que la base horizontale ER, sur laquelle on portera successivement toutes les longueurs des divisions de la ligne RS, sur les projections des joins de lit correspondans; ainsi on portera sur le premier $1^1 q$ prolongé, la hauteur R 1 de q en 1^1 , R 2 du profil en q 2^1 , RS en QS, R 3 en q 3^1 , R 4 en q 4^1 , & pour les points α , 1^1 , 2^1 , S, 3^1 , 4^1 , R, on tracera une demi-Ellipse, qui fera l'arc-droit demandé, qu'on pouvoit aussi tracer par le Probl. VIII. du deuxième Livre, par les diametres conjugez donnez αR & deux S c , avec l'angle f c α .

PRESENTEMENT, on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux.

1^o. CEUX de doële feront formez à l'ordinaire avec les joins de lit, dont les longueurs sont données au profil entre les deux courbes e n d, a b f b, leur intervalle, ou distance perpendiculaire est aussi donnée par les cordes de l'arc-droit, & l'obliquité de leurs angles se trouvera comme au premiere cas de ce Trait, par la distance de leurs sommets, au profil de l'arc-Droit RS, portée sur la directrice du developement R d P d .

POUR les panneaux de lit, à cause de la courbure de leur tête, il faut faire comme à l'exemple précédent un extrados, & quelques divisions, au moins une sur le joint de tête, pour avoir la fleche de l'arc $2^1 c$, qui est la projection horizontale de ce joint, laquelle fleche donne celle de l'arc elliptique, qui est la tête du panneau de lit pour le dehors en faillie; il en est de même de la tête intérieure $n_2 n^6$, qui est seulement un peu plus longue & creuse, au lieu que l'autre est convexe.

Les panneaux de doële & de lit étant donnez, ils serviront à for-

mer aussi la tête du Vouffoir, de la manière expliquée ci-devant pour la Porte en Tour ronde, & le premier cas de ce Trait pour la *Descente* en Tour ronde.

Explication Démonstrative.

Le diamètre GF, du cintre primitif vertical étant parallèle à AB, par la construction, & compris entre les parallèles DG, EF, ce cintre est égal à toutes les sections parallèles à AB; ainsi cette Voute est une moitié de cylindre scalene, dont la base a une double obliquité à l'égard de son axe; sçavoir une horizontale QcF ou QcG, & une verticale RbB, ou son supplément Rbhf, en quoi ce cas diffère du précédent, où le cintre primitif étant Droit sur la direction horizontale, le cylindre n'avoit qu'une obliquité à son axe, qui étoit la verticale; c'est pourquoi le plan passant par l'axe, & par le diamètre GF du cintre primitif, est incliné au plan vertical, passant par cet axe, d'où il résulte que la projection verticale de ce plan n'est pas une seule ligne droite, comme RP dans le cas précédent; mais une figure mixtiligne *eacf*, *bdnf*, composée des deux lignes droites *ea* & *bd*, qui sont les impostes de la Voute, & de deux arcs elliptiques *acf*, & *dnf*, qui sont les sections de ce plan avec les surfaces intérieure & extérieure de la Tour, & parce que les arcs AB & ED, que retranchent les piédroits ne sont pas semblables, ces sections elliptiques ne le sont pas aussi; d'où vient que la corde *ed* de l'intérieure n'est pas parallèle à la corde *ab*, de l'extérieure qui est de niveau.

Fig. 40.

De là vient aussi que le cintre intérieur *EnA* est rampant, quoique le primitif *AnB* soit de niveau.

A l'égard de l'arc-Droit il est rampant, par la même raison que nous avons donné pour les descentes biaises des Voutes simples.

De la Rencontre des Berceaux inclinez à l'horison avec les horizontaux.

PROBLEME II.

Faire un Berceau en Descente, qui en rachette un autre de Niveau.

CETTE rencontre peut se faire perpendiculairement, ou obliquement.

Premier Cas, *Lunette rampante, ou Descente Droite ratchetant un Berceau de Niveau.*

ON peut faire ce Traité de deux manieres, l'une en faisant simplement aboutir les Voussloirs de la Descente au Berceau de Niveau, sans y faire aucun enfourchement, comme fait le P. Deran, & après lui Mr. de la Ruë; enforte que les lits de la Descente percent la doële de l'autre Berceau, qui est de niveau.

L'AUTRE maniere que je préfere à celle de ces Auteurs, est de faire la rencontre des Berceaux en enfourchement par des Voussloirs à branches, comme nous l'avons dit ci-devant des Voutes d'arêtes & des Lunettes ;]

Ma raison est que l'Appareil en est plus solide & plus beau, en ce que dans la premiere methode on coupe la doële du Berceau de niveau, par des joins de tête de la descente dans la doële du Berceau, qu'on peut éviter, & dont l'inégalité entr'eux est inévitable, parce que, suposant les lits de largeurs égales, il est clair que les sections de ceux des impostes avec cette doële donnent des lignes droites paralleles, à l'axe du Berceau de niveau, & qu'à mesure qu'ils s'inclinent en aprochant vers la clef de la descente, ils se courbent de plus en plus, & forment à cette doële un arc elliptique, qui devient aussi d'autant plus grand, que la clef de la descente aproche de la tangente Tz de l'arc-Droit AHB, du Berceau de niveau, parallelement à l'axe Bc de celui de la descente, PL. 76. & qu'au-de-là de cette tangente les joins de tête sont sans terminaison à la doële, parce que la tangente Tn rentre dans l'épaisseur de la Voute AnY ; à quoi les Auteurs n'ont pas pourvû. Fig. 43.

SOIT le rectangle $ABba$, (fig. 43,) le plan horisontal du Berceau de niveau; $EGge$, celui de la descente ou Lunette, & la ligne BL , le profil de son inclinaison à l'horison.

SUR AB , comme diametre, ayant décrit le cintre du Berceau de niveau circulaire ou elliptique.

ON tracera sur Gg , comme diametre, l'arc-Droit Gbg de la descente, soit qu'il soit primitif, par l'attention que l'on a premièrement à la surface de la doële, plutôt qu'à celle de face; soit qu'il soit Secondaire, résultant d'un cintre de face primitif, comme pourroit être au profil le quart d'Ellipse cbf , parce que nous prendrons toujours dans la suite l'arc-Droit de la Descente pour cintre primitif, pour éviter les redites touchant les rapports des arcs de face de Descente, ou de montée avec

les arcs-Droits, dont nous avons traité au Probl. XII. des Descentes simples, du Tome précédent, où nous avons donné la manière de le tracer relativement à toutes les situations des faces aplomb, en talud, biaises sans talud, ou avec talud, &c.

Soit donc le demi-cercle, ou la demi-Ellipse $G b' g$, le cintre de l'Arc-Droit, divisé en ses Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, on mènera par ces points des perpendiculaires à son diamètre Gg , prolongées au de-là indéfiniment, qui le couperont aux points $t^1 t^2 t^3 t^4$.

Par un point c , pris à volonté sur le profil de la rampe BL , on lui tirera une perpendiculaire $c IK$, sur laquelle on portera les hauteurs des retombées 1 t^1 en $c a^1$, & 2 t^2 en $c a^2$; enfin $M b'$ en $c I$, par les points I, a^2, a^1 , on tirera des perpendiculaires indéfinies à $c K$, qui couperont l'arc-Droit AHB du Berceau de niveau, aux points $1'', 2'', F$, & la ligne bc , de la face de la descente, que je suppose aplomb ou en talud, (il n'importe) aux points u^1, u^2 .

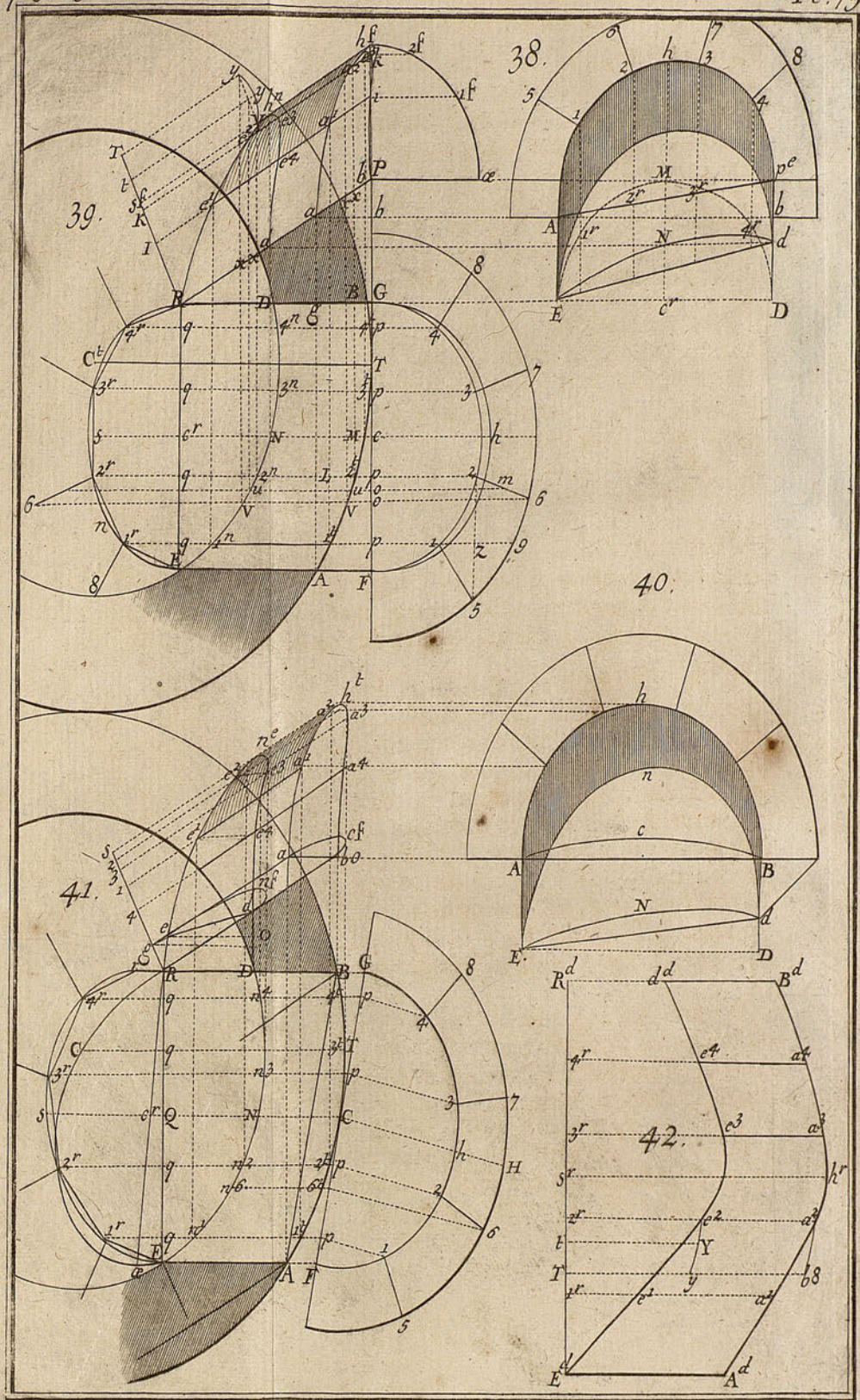
PRESENTEMENT, nous avons différentes choses à faire, suivant la fin qu'on peut se proposer de tailler les Vouffoirs par équarrissement, ou par panneaux & par enfourchement, comme les Voutes d'arêtes, ou par joins de têtes, traversans la doële du Berceau de niveau.

Si l'on veut faire la rencontre de ces deux Berceaux par enfourchement & par équarrissement, comme les Voutes d'arêtes, & les lunettes de Berceaux; il faut en faire la projection sur le plan horizontal $ABba$, en menant par les points trouvez au profil $1'', 2''$, des perpendiculaires sur AB , prolongées au dessous jusqu'à la rencontre des projections des joins de lit de la descente, qu'elles rencontreront aux points p^1, p^2, p^3, p^4 , le *Gnomon*, c'est-à-dire la figure en forme d'équerre $q^1 p^1 t^1 GEB$, fera la projection du premier Vouffoir, le *Gnomon* suivant $q^2 p^2 t^2 t^1 p^1 q^1$, fera celle du second Vouffoir, celle de la cleffera en forme de T, $Q q^e, q^1, p^3, N^3 N^2 p^2 q^2$, parce qu'elle est la moitié de la croix, qui est la forme de celle de la Voute d'arête.

PAR le moyen de ces projections, on peut tailler les Vouffoirs par équarrissement, comme ceux des Voutes d'arêtes, observant seulement de donner aux branches de la descente, l'inclinaison du biveau formé sur l'angle de rampe $c BD$.

MAIS si l'on veut operer par panneaux de doële plate, cette projection est inutile; il faut faire le développement de chacune des surfaces des berceaux qui se rencontrent, en particulier.

POUR



POUR le Berceau de niveau, il faut rectifier l'arc du profil $B\ 1^{\text{re}}\ 2^{\text{e}}$, par ses cordes, que l'on portera sur le milieu de la projection de la descente $M\ m$, sçavoir la corde $B\ 1^{\text{re}}$ en ON , celle de l'arc $1^{\text{re}}\ 2^{\text{e}}$ en NQ , & par les points N & Q , on mènera des parallèles à Bb , qui couperont les projections des joins de lit de la descente aux points 1° , 4° ; 2° , 3° , si l'on tire par ces points de l'un à l'autre des lignes droites $E\ 1^{\circ}$, $1^{\circ}\ 2^{\circ}$, &c. on aura le Polygone EQe , qui sera le développement du trou, que fait la descente réduite en prisme dans le Berceau de niveau, réduit aussi en prisme par les doë les plates.

AINSI la tête de la première doële du Berceau de niveau sera la fig. $BE\ 1^{\circ}\ v$, qui servira aussi pour son égale opposée $e\ 4^{\circ}$, tournée en sens contraire; la tête de la seconde doële sera la fig. $v\ 1^{\circ}\ 2^{\circ}\ q$, laquelle servira de même pour le quatrième Vouffoir, en la tournant en sens contraire, &c. la clef sera droite.

POUR faire le développement des doëles plates de la descente, il faut rectifier l'arc-Droit $G\ b^{\text{re}}\ g$, par les cordes de ses divisions 1 , 2 , 3 , 4 , & placer la ligne de direction, lorsqu'on le peut, sur la prolongation d'une ligne cK , perpendiculaire à la rampe Bc ; mais comme la grandeur de la planche ne nous laisse pas suffisamment de place, nous la poserons en $G^4\ g^4$, parallèlement à $D\ d$, posant son milieu en m^4 , sur la projection de son axe à une distance $O\ m^4$, du piédroit du berceau de niveau, qui soit égale à Bc de la rampe; ainsi pour déterminer les avances des angles de ce développement, on mènera par les points u^2 , u^1 , du profil de sa face de descente bc , des perpendiculaires sur la ligne de rampe BL , qui la couperont aux points 1^1 , 2^1 ; puis du point B pour centre, on tracera par ces points des arcs de cercles, qui couperont AB prolongée aux points $r^1\ r^2$, par lesquels on mènera des parallèles indéfinies à la directrice $G^4\ g^4$.

ON en usera de même pour le côté de la lunette, par les points $1^{\text{re}}\ 2^{\text{e}}$, on mènera des perpendiculaires à la rampe Bc , qui la couperont aux points $x^1\ x^2$, qu'on transportera aussi sur BD , par des arcs qui la couperont en des points, par lesquels on mènera des parallèles à Bb ou $e^x\ e^d$, puis par les points V^1 ; V^2 , V^3 , V^4 , $G^4\ g^4$, qui sont ceux des divisions de l'arc-Droit rectifié par ses cordes, on mènera des parallèles à la direction MO , de la descente, lesquelles rencontreront les parallèles à $e^x\ e^d$ de la lunette aux points N^1 , N^2 , N^3 , N^4 , $e^x\ e^d$, où feront les angles de concours des panneaux de doële plate, inscrits dans l'arête de la lunette.

LES mêmes parallèles à la direction de la descente donneront aussi

par leurs interfections avec les paralleles à la face Gg , les points 1^d , 2^d , 3^d , 4^d , $G^d g^d$, où seront les angles des avances des têtes des panneaux de doële plate, à la face de descente.

Si par tous ces points trouvez, tant au développement de l'arête de Lunette, qu'à celui de descente, on tire des lignes droites, on aura toutes les inclinaisons des têtes des doëles plates sur les arêtes des lits, & si au lieu de lignes droites, on trace avec une regle pliante une ligne courbe, qui passe par ces mêmes points, on aura les contours des extrémités des Berceaux de niveau & en descente, où se forme l'arête de la lunette; lesquels contours quoique extrêmement differens, comme $E 1^o 2^o 3^o 4^o e$ du Berceau de niveau, qui est tout dans les rentrans, & $e^o N^1 N^2 N^3 N^4 e^d$, qui fait deux angles rentrans en N^1 & N^4 , & deux faillans en $N^2 N^3$, s'ajusteront cependant exactement l'un à l'autre, lorsqu'ils seront pliez sur les surfaces cylindriques des deux differens Berceaux de niveau & en descente, parce que l'arête qu'ils doivent former par leur concours, est une courbe à double courbure, que nous avons appellé Ellipsimbre.

Les deux développemens qui donnent les panneaux de doële plate, suffiront pour l'exécution du Trait, sans qu'il soit nécessaire de tracer les panneaux de lits, si l'on fait la jonction du Berceau de niveau, avec celui en descente par enfourchement, c'est-à-dire, avec des Voulsoirs à deux branches, dont l'une entre dans le Berceau de niveau, l'autre dans le Berceau en descente.

MAIS si l'on vouloit, suivant la méthode des Auteurs, les faire tout unis sans retour, faisant pénétrer les lits de la descente au travers de la doële du Berceau de niveau, il faudroit chercher les courbes des têtes de ces lits, qui sont visiblement des arcs Elliptiques, qui se redressent depuis la clef, où le joint seroit circulaire, s'il y en avoit un, comme $N^o F$, où il se confond avec l'arc-Droit, que nous avons supposé circulaire, jusqu'à l'imposte E , où il devient tout à fait en ligne droite, parce que ce joint devient parallele à l'axe du Berceau.

Il s'agit donc de rallonger les arcs compris au profil entre les lignes $1^o 1$ & $5^o 5$, $6^o 6$, $2^o 2$, tirées parallelement à la descente par les points 2 & 6, de l'arc-Droit, sçavoir à la doële en 2, & par le point d'extrados 6; ce que l'on fera de la même maniere, que nous l'avons dit pour les têtes de la porte en tour ronde; on menera par exemple pour le second joint une ligne $2^o p$, perpendiculaire sur $2^o 2$, qui coupera l'extrados $6^o 6$ au point p , on divisera $p 2^o$ en trois aux points a & b , par où on tirera des paralleles à $2^o 2$, qui couperont l'arc $6^o 2^o$ aux points $x y$.

ON tracera ensuite dans une figure à part, comme en 46, une ligne Fig. 46.
 $P 2''$, égale à $p 2''$ du profil, laquelle étant divisée en trois également
 aux points a & b , on lui menera par les points P , a & b , des per-
 pendiculaires, qu'on fera égales à celles du profil, sçavoir, $P 6''$ à $p 6''$,
 du profil $a X$ égale à $a x$, $b Y$ égale à $b y$; & par les points $b'' X Y 2''$,
 on tracera l'arc elliptique, qui fera la tête du panneau du second lit,
 qui perce dans le Berceau de niveau.

ON trouvera de la même manière la courbe du premier lit sur le ra-
 longement de l'arc $5'' 1''$, où la courbure est peu sensible, parce que
 cet arc est fort près du point d'atouchement de la perpendiculaire à la
 rampe, qui toucheroit le demi-cercle AHB , car la ligne du lit I , I'' ,
 parallèle à cette rampe passe tout près du centre C , de l'arc-Droit du
 Berceau de niveau.

D'où il suit par un raisonnement contraire, que si l'on tire à cette ram-
 pe $c B$, prolongée vers X , une perpendiculaire $T 2$, qui passe par le centre
 $C d$, elle coupera l'arc-Droit au point T , où fera la terminaison des avan-
 ces du plus grand joint de tête d'extrados de descente, ou bien le
 dernier point où l'on puisse avancer la clef de la Lunette; auquel cas
 le trait des Auteurs devient impossible; il faut alors en revenir à l'en-
 fourchement des Vouffoirs à branches, pour racorder les deux Voutes.

Nous ne disons rien des têtes des panneaux de lit à la face de de-
 scente, parce qu'il en a été suffisamment parlé au Probl. XII. du Tome
 précédent, lorsque nous avons traité des descentes simples.

Application du Trait sur la Pierre.

SUPPOSANT qu'on fasse la rencontre des deux Voutes par enfourche-
 ment, on pourra commencer par la branche du Vouffoir, qu'on vou-
 dra faire la plus longue, ou par celle qu'on voudra, si elles sont éga-
 les; nous commencerons par celle, qui entre dans le Berceau de ni-
 veau, par exemple au second Vouffoir, dont la projection horisontale
 est le Gnomon $q^2 p^2 2' p^1 q^1$.

AYANT dressé un parement de suposition horisontale, pour y placer
 l'arête du lit de dessous à la doële $p^1 q^1$, on fera sur cette ligne une per-
 pendiculaire $p^1 i$; sur laquelle on posera une branche du biveau, ou Fig. 43
 sur l'angle $o 1'' a^1$, ou $CB c$ du profil, qui est celui de la rampe 45.
 avec l'horison, suivant lequel on abattra la pierre dans la même direc-
 tion, pour avoir aussi l'arête du lit de dessous de la descente mar-
 quée au profil $1'' a^1$, & au plan horisontal $p^2 2'$; ensuite ayant
 ouvert le biveau sur l'angle $a^1 1' 5$ du profil, on posera une
 I ij

de ses branches sur la première ligne $q^1 p^1$, l'autre donnera l'inclinaison de la doële plate de la descente, quarrément par l'arête de son lit $p^1 p^2$.

On appliquera sur ce nouveau parement le panneau de doële plate, qui lui convient pour le second Vouffoir, marqué au développement $N^1 1^d 2^d N^2$, posant le côté $N^1 1^d$, sur l'autre marquée au profil $1^u u^1$, & le point N^1 du panneau sur le point 1^u , de la rencontre de l'arête du lit de dessous du berceau de niveau, avec celui de la descente; dans cette position, on tracera sur le nouveau parement le contour du panneau $N^1 1^d 2^d N^2$, pour avoir la position des angles N^2 de la lunette au lit de dessus, & 2^d de la face de descente au même lit.

On a donc alors trois points de la doële plate du Berceau de niveau, sçavoir, deux au lit de dessous $q^1 p^1$, & un à l'angle du lit de dessus, représenté au plan horizontal par p^2 ; ainsi on peut former (par le Probl. I. du quatrième Livre) la doële plate de la branche du berceau de niveau, & si l'on veut pour vérification y en appliquer le panneau de développement $V 1^o 2^o q$.

Les doèles plates étant tracées, il est très aisé d'achever le Vouffoir en formant les lits de dessus & de dessous, avec le biveau de doële plate & de tête, sçavoir, avec l'angle $2^o 1^o 5$, pour le lit de dessous de la descente, $1, 2, 6$, pour celui de dessus; $2^o 1^o 7$, pour le lit de dessous du berceau de niveau, & le même pour le lit de dessus, s'il est circulaire, ainsi le Vouffoir à deux branches sera achevé en formant les têtes d'équerre aux arêtes des lits dans le berceau de niveau, & même dans celui de la descente, lorsque la branche ne parvient pas jusqu'à la face.

Fig. 44.

Pour former la descente à Vouffoir simple, sans enfourchement, il n'y a point de difficulté, ayant les panneaux de doële plate, ceux des lits dont les têtes sont concaves, donneront la partie du berceau de niveau, qui forme la tête.

R E M A R Q U E.

Quoique cette dernière construction soit celle du P. Deran, adoptée par Mr. de la Ruë, il est clair qu'elle ne convient pas si bien à la solidité que celle de l'enfourchement, parce que les Vouffoirs y tendent à glisser dans le berceau de niveau, n'étant retenus que par le frottement de leurs lits.

Explication Démonstrative.

IL est clair (par le Theor. XX. du premier Livre) que la section formée par la rencontre des surfaces de deux cylindres ou Berceaux, qui se croisent à angle droit, comme dans le cas présent, sans que les axes se rencontrent, est une Ellipsimbre, en quelque situation que soient ces Berceaux à l'égard de l'horison; ainsi il est visible que quelque ligne qu'on prenne pour l'horizontale, comme XBc , quoique inclinée à l'horison, pour y faire la projection de cette courbe, il n'en résultera aucun changement de construction de la lunette de niveau dans un berceau de niveau, dont nous avons parlé ci-devant; la seule difference est que le Berceau racheté $XAHB$, feroit plus grand qu'un Berceau ordinaire, dont les naissances doivent toujours être sur un diamètre ab , au lieu qu'étant ici sur une corde XB , les parties aX , bB deviendroient en talud.

C'EST suivant cette supposition, que nous avons fait la projection de la descente, pour avoir les longueurs des arêtes des lits, & leurs avances les unes sur les autres; mais pour éviter la confusion des lignes de l'épure, nous les avons transporté par des arcs des cercles sur une horizontale réelle AB , prolongée pour faire la projection, & le développement du berceau de niveau, ce qui ne change rien aux dimensions, puisque les premières longueurs trouvées ont été portées sur BR , partie de AB prolongée.

L'APPLICATION du Trait sur la pierre sera facile à concevoir, pour peu que l'on y fasse d'attention; nous avons commencé par faire passer une surface horizontale, par l'arête du lit de dessous pour y rapporter l'inclinaison de la descente, par une direction perpendiculaire à la commune intersection du plan horizontal avec la doële plate, & du vertical passant parallèlement à la direction de la descente avec le vertical, ainsi les biveaux sont bien appliquez pour le Vouffoir à branches.

A l'égard de la construction du raccordement des deux surfaces à Vouffoir simple, il est évident que les surfaces planes des lits de la descente, coupans obliquement la doële cylindrique du berceau de niveau, elles y traceront des portions d'Ellipses, dont les ordonnées sont égales à celles du berceau de niveau, & les abscisses sont entr'elles comme les largeurs des lits 1^{er} 5, 2^o 6, à l'égard de leurs projections verticales à l'arc-Droit $a'y$, a^2Y , par le Theoreme premier du deuxième Livre.

*Descente Droite sur le Diametre de face , qui rachete
un Berceau de Niveau obliquement.*

Pl. 77.

Fig. 50.

Soit le rectangle $eBDE$ (fig. 50) la projection du plan incliné de la descente, passant par les impostes de niveau B & D , du cintre de face de descente BbD , lequel plan incliné est exprimé au profil, par la seule ligne $C'e$, élevée en C' sur l'horizontale OAB , de la hauteur donnée $C'B$.

Soit aussi le rectangle $gGFN$, le plan horizontal d'un Berceau de niveau, dont la direction exprimée par le côté GE , fait des angles obliques avec la projection CM du milieu de la descente, savoir, un aigu GMC , d'un côté, & un obtus FMC de l'autre; de sorte que la partie triangulaire eGE de la descente, se trouve comprise dans le berceau de niveau, & de plus une autre partie triangulaire AGE , comme nous l'expliquerons ci-après.

SUR BD , projection du diametre de la face de descente, ayant décrit le cintre primitif BbD , circulaire ou elliptique, comme l'on voudra, & l'ayant divisé en ses Vouffoirs aux points $1, 2, 3, 4$, on menera par ces points des paralleles à sa direction indéfinies $1^1 2^1 3^1 4^1$, qui couperont le côté GE , du berceau aux points $1', 2', 3', 4'$.

ON portera ensuite les hauteurs des retombées $1^1 p^1, 2^1 p^2$ sur le profil en $C'f^1, C'f^2, C'H$; par où l'on menera des paralleles indéfinies à la rampe $C'E$, comme $HI, f^3 2^3, f^1 1^1$.

ON fera FN perpendiculaire sur le côté GF , du berceau de niveau, pour avoir le diametre FN de son arc-Droit, qu'on suppose donné en plein cintre FbN .

Puis ayant prolongé la ligne BG , jusqu'au côté gN , qu'elle coupera en O , on décrira sur OG comme diametre, la demi-Ellipse $O b' G$, dont le petit axe fera le diametre de l'arc-Droit FN , & sa moitié $b'C$, égale à la hauteur de l'arc-Droit $C'b'$, cette demi-Ellipse coupera le profil du plan de descente $C'e$ au point a , d'où l'on abaissera sur OG , la perpendiculaire aA , qui coupera OG au point A , par lequel & par le point E on tirera la ligne AE , qui sera la projection du diametre rampant $e a$.

PAR les points $1', 2', 3', 4'$, on élèvera des perpendiculaires sur le dia-

metre OG, qui le couperont aux points 1°, 2°, 3°, 4°, par lesquels on tracera des arcs elliptiques égaux au premier G *ab*^e, ce qui est très facile dans la pratique en faisant couler une cerche, ou un panneau sur la ligne OG, parallèlement à lui-même, faisant appuyer le point G successivement sur les points 1°, 2°, &c. puis traçant le contour de cette cerche à chaque position, on aura les intersections de ces arcs, avec les profils des joins de lit aux points *a* 1' 2' 3' 4'^e, qui détermineront les longueurs de ces joints de lit; si l'on trace par ces points la courbe *a* I *e*, on aura la projection verticale de la lunette, que fait le berceau de descente dans celui de niveau à l'arête de rencontre.

PRESENTEMENT, si l'on abaisse de ces mêmes points 1' 2', &c. des perpendiculaires sur les projections des joins de lit correspondans, prolongez 1 *h*^e, 2 *h*^e, 3 *h*^e, 4 *h*^e, on aura par leurs intersections les points *h*^e, *h*^e, *h*^e, *h*^e, pour les projections horizontales des angles de la même lunette, formez par la rencontre des doëles plates; ainsi l'on tirera de l'un à l'autre des lignes droites, qui formeront le Polygone A *h* E, pour projection horizontale de la lunette.

PAR le moyen de ces deux projections de la lunette, nous formerons facilement les panneaux de la doële plate tout de suite en développement, après qu'on aura tracé l'Arc-Droit.

ON tirera Cf *d* perpendiculaire sur le profil de la rampe *e* Cf, laquelle coupera les profils des joins de lit aux points T & *t*; on portera la longueur Cf T en *p*¹ 1' & *p*⁴ 4', Cf *t* en *p*² 2', *p*³ 3', & par les points B, 1', 2', 3', 4', D, on menera des lignes droites, qui seront les vraies largeurs des doëles plates.

POUR en faire le développement, on portera les longueurs de suite sur la ligne Cf *d*, prolongée vers D^d, à commencer à un point pris à volonté comme L, en 1, 2, 3, 4, D^d (fig. 47.)

ON menera par tous ces points L, 1, 2, 3, 4, D^d, des perpendiculaires à la ligne *d* D^d indéfinies de part & d'autre, dont les longueurs seront déterminées par toutes les parallèles à cette ligne, qui seront tirées des points trouvez au profil de la lunette *a* 1' 2' 3' 4'^e, lesquelles les couperont aux points *a*^d *n*¹ *n*² *n*³ *n*⁴ E^d d'un côté pour la lunette.

POUR le développement de la face de descente, on tirera des parallèles à Cf D^d par les points *f*¹ *f*² H, lesquelles couperont les transversales aux points 1^d 2^d 3^d, &c. on menera par tous ces points de terminaison des lignes droites, qui formeront le Polygone *a*^d E^d D^d L, le-

quel est le développement de la doële de descente, qui est élevée au dessus de l'imposte du berceau de niveau du côté, le plus court AB de tout l'intervalle du Couffinet, qui lui est ajouté a^d LB A^d .

PRESENTEMENT il faut former le développement du berceau de niveau, dans la partie qui est traversée par celui de la descente, pour lequel on tracera à distance prise à volonté un axe ou directrice gN , parallèle à GE, puis par tous les points GA h^1 h^2 h^3 h^4 E, de la projection horizontale de la lunette, on tirera à cet axe des perpendiculaires indéfinies, sur chacune desquelles on portera le développement des cordes de la portion de l'arc-Droit du berceau de niveau, que la lunette retranche.

C'EST pourquoi par les mêmes points h^1 h^2 , &c. on menera des parallèles à GE, qui couperont l'arc-Droit FB' N aux points r , z , x , y .

ON portera donc sur la ligne h^4 4^n , la rectification des cordes de l'arc Fr pris depuis l'imposte inférieure F jusqu'à la hauteur r , qui correspond au point h^4 , à commencer au point K_4 , de l'axe de développement jusques en 4^n , où aboutit la corde de cet arc; de même on ajoutera la corde de l'arc rx , qui répond au point h^3 , depuis K_3 de l'axe jusqu'en 3^n , & en continuant, la longueur xy en h^2 2^n , &c. si l'on tire par les points trouvez a^4 3^n , &c. des lignes droites, on aura le Polygone a^2 2^n a^o g , qui est le développement des doëles plates du berceau de niveau à leur rencontre avec la descente, dont le diamètre rampant est la ligne a^o , & le reste en triangle a^o g a , est une partie de développement du berceau au dessous du diamètre de la lunette.

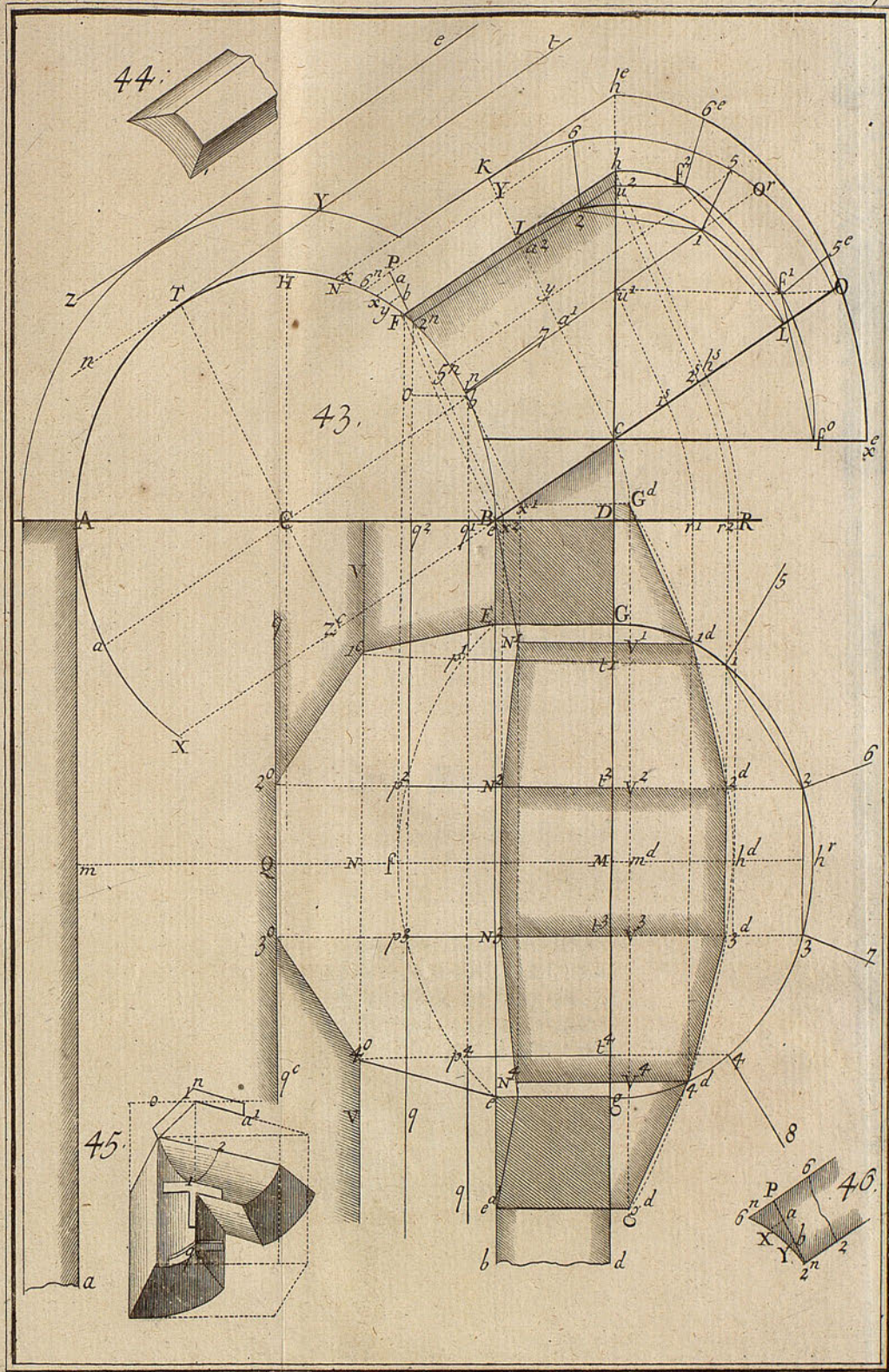
LES angles des têtes des panneaux de doële plate, qui doivent se joindre à l'enfourchement étant trouvez, comme nous venons de le dire; il s'agit de trouver le Biveau, c'est-à-dire, l'angle que ces surfaces planes doivent faire entr'elles.

PRENANT pour exemple le Vouffoir à branches de l'enfourchement d'un second rang, comme 3, 4, on se contentera de prendre la projection d'une partie de chacune des doëles plates de niveau, & en descente comprises dans le parallélogramme h^3 R h^4 Q.

Fig. 48.

ON transportera cette projection en une figure à part (fig. 48,) comme 3 r 4 q , dont on prolongera la diagonale 4, 3, indéfiniment vers X, de même que le côté 4 r vers i , on élèvera au point 3 la perpendiculaire 3 x , qu'on fera égale à la hauteur fx de la figure 50, qui est la différence de hauteur des points h^3 & h^4 de la lunette.

ON tirera x 4, sur laquelle on fera une perpendiculaire x p , qui rencontrera



rencontre 4 X en p , par où on menera à la même 4 X une perpendiculaire $y i$, qui coupera 4 r prolongée en i .

ON élèvera ensuite sur le côté 3 r la perpendiculaire 3 d égale à 3 x; on fera l'angle 3 d e égal à celui de la descente BC a , dont le côté d e coupera r 3 e en e , par les points 4 & e , on tirera une ligne 4 y, qui coupera la perpendiculaire p y, au point y; enfin on portera la longueur p x en p X sur la diagonale 4 3 prolongée; si l'on tire du point X aux points y & i , des lignes droites, elles comprendront l'angle y X i, que l'on cherche, pour assembler les panneaux des doëles plates de rencontre des berceaux en descente, & de niveau.

IL faut remarquer que dans ce Trait non plus que dans le précédent, nous n'avons pas fait mention de panneaux de lit, parce qu'ils ne sont pas nécessaires pour les Vouffoirs d'enfourchement, en suivant notre méthode; il sont seulement nécessaires pour les têtes des descentes, desquelles nous avons suffisamment parlé au Tome précédent, en parlant des Voutes simples; il est inutile d'en répéter la construction; on pourra y avoir recours en cas qu'on ait oublié la manière de les faire.

QUANT à l'intervalle de chaque lit entre la tête d'entrée, & celle de la lunette, on sçait qu'il doit être incliné à la doële, suivant la coupe de lit & de doële prise à l'Arc-Droit, selon la maxime générale pour toutes sortes de Berceaux.

Aplication du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour servir de doële plate de la descente, ou du berceau de niveau, suivant la convenance de l'appareil, on y appliquera le panneau destiné pour le rang dont il est dans l'un ou l'autre Berceau, lequel est tracé à l'épure, prenant pour exemple le second de la descente B p³ p⁴ l⁴, dont le panneau est à la fig. 47, le trapeze n⁴ 4^d 3^d n³, ou seulement une partie de ce panneau, on entracera le contour sur le parement, puis avec le biveau trouvé y X i, de la fig. 48, on abattra la pierre au long du côté 3^r 4 de la figure 49, pour avoir un nouveau parement 4 c d 3, sur lequel on appliquera le panneau de doële plate du berceau de niveau, qui doit s'y joindre, marqué (à la figure 51,) c 3ⁿ 4ⁿ d, dont on tracera le contour; enfin avec les biveaux de lit & de doële, pris à l'Arc-Droit de la descente, 7 3^r 4^r, pour le lit de dessus, & 8 4^r 3^r, pour celui de dessous; on abattra la pierre pour former les lits, suivant les côtez tracez par le moyen du panneau de doële,

on en usera de même pour les lits du berceau de niveau, dont les coupes se prendront sur l'arc-Droit Nb F.

Explication Démonstrative.

LA conformité de ce Trait avec le précédent, fait sensiblement apercevoir les raisons de sa construction, dans ce qui concerne la manière de trouver les panneaux de la doële plate, par la voye du développement des deux surfaces, l'une du Berceau en descente, dont les longueurs des joins de lit sont prises sur le profil de la rampe, parce qu'elles sont racourcies dans la projection horizontale, qui ne lui est pas parallèle.

L'AUTRE développement qui est celui du berceau de niveau, est formé sur la projection horizontale de la lunette, qui donne la juste mesure des intervalles des angles de rencontre des doèles plates de l'un & de l'autre berceau; & l'arc-Droit Fb N développé, c'est-à-dire rectifié, donne les éloignemens kn de l'intervalle vuide, que forme la lunette en descente dans le berceau de niveau, ce qui est entièrement conforme à la construction précédente.

IL faut seulement expliquer ce qui est particulier à celle-ci, qui consiste dans la manière d'assembler ces différens panneaux de doële plate, pour leur donner l'inclinaison, qu'ils doivent avoir entr'eux, parce que nous ne trouvons pas la même facilité qu'au précédent de les assembler, par une supposition de plan horizontal, l'angle de la direction de la descente étant oblique à celle du berceau horizontal; or les angles des plans doivent toujours être pris sur des perpendiculaires à leur commune intersection.

IL est démontré au Probleme XIV. qui est le dernier du troisième Livre, que si les deux plans, dont les projections sont les triangles $3q4$, $3r4$, sont également inclinez au vertical, dont la projection est la ligne $3'4$, leurs intersections avec le plan horizontal, seront les lignes $4i$, $4l$, équidistantes du milieu P, & que par la construction de ce Probl. l'angle IXi , fera celui de l'intersection mutuelle de ces plans.

DANS le cas présent ces plans sont inégalement inclinez à l'horizontal, exprimé par la ligne er , passant par le point 3, sçavoir, la doële plate qui est dans le berceau de niveau, suivant sa hauteur sa de la figure 50, égale à $d3$ de la fig. 48, & la retombée sr , qui répond entre mêmes parallèles à bR , égale à $3r$ de la figure 48, par conséquent la ligne dr exprime son inclinaison à l'égard d'une verticale $3d$, suivant la direction de la descente.

PRESENTEMENT pour trouver suivant la même direction la pente de la doële en descente, il faut remarquer que nous ne connoissons que la hauteur du point d , l'angle droit $e3d$, & l'angle de rampe Gea de la figure 50, & non pas la retombée ou sa valeur, comme au plan précédent; c'est pourquoi nous faisons l'angle $3de$, égal au complément de Gea , qui nous donne par l'intersection de son côté de la valeur $e3$ de cette retombée, donc l'angle edr exprime en profil l'inclinaison des deux plans, & comme la ligne er n'est pas, ou peut ne pas être perpendiculaire à la diagonale 43 , quoiqu'elle soit dans le même plan que la ligne yi aussi horizontale, l'angle ne doit être mesuré que suivant le plan, qui passe par cette ligne, & le point x en l'air, représenté par la construction en yXi , qui doit être supposé renversé du haut en bas, & tourné de droit à gauche, pour être dans sa situation naturelle, parce qu'il est saillant, formant l'arête de la lunette, & non pas un angle rentrant; mais on sçait que l'angle d'un biveau doit être le contraire de celui qu'on veut former.

T R O I S I E M E C A S.

Descente Biaise par son entrée de Niveau, rachetant un Berceau de Niveau obliquement.

DANS les exemples des deux cas précédens, nous avons supposé que le plan de descente, passant par les impostes du berceau incliné à l'horison, c'est-à-dire, le plan de rampe, étoit perpendiculaire aux plans verticaux, parallèles à son axe, d'où il résulteroit que le profil ou la projection verticale de ce plan de rampe étoit exprimée par une seule ligne droite, & que le diamètre de l'arc-Droit, & celui de face y étoient exprimez par un seul point, parce que ces deux cintres avoient un diamètre horizontal commun.

PL. 78.
Fig. 52.

PRESENTEMENT nous supposons que la face de descente DE , est oblique à la direction CM ; mais cependant que le diamètre de son cintre DE est de niveau, d'où il suit que le plan de rampe devient incliné au plan vertical, passant par la direction CM , & par conséquent que l'arc-Droit devient rampant, comme nous l'avons dit au Problème XII. en parlant des *Voutes simples*, page 171; ainsi ce plan de rampe a deux inclinaisons, l'une suivant la direction, l'autre d'une imposte à l'autre, c'est-à-dire en travers, suivant ses côtez.

D'où il suit que ce plan ne peut plus être exprimé au profil par une seule ligne de même espece, ni par un parallélograme, comme aux
Kij

Voutes simples, mais par un trapeze $RAFE^f$, qu'il faut trouver, comme nous allons le dire,

Fig. 52. Soit $AKIB$ (fig. 52,) le plan horizontal d'un berceau de niveau, & $DAgE$, la projection d'une descente biaise, dont le plan de rampe rencontre celui de niveau, suivant la ligne Ag , de sorte qu'il entre dans le berceau de niveau de la partie triangulaire BAg , parce qu'il coupe la doële du berceau de niveau, suivant une ligne courbe LA elliptique, laquelle avance en L au-devant de B , d'une longueur BL , égale à la retombée de la hauteur fL , de l'arc du berceau de niveau, où le côté Eg de la descente coupe celui du berceau de niveau.

AINSI ayant fait sur le côté DA l'angle DAR , égal à celui de rampe, on lui fera en D la perpendiculaire DR , qui coupera la ligne de rampe en R , par où on menera l'horizontale RE^f , égale à l'obliquité Er de la face DE , sur la perpendiculaire Dr à la direction CM .

PAR le point E^f on menera E^fG , parallèle à RA , le rectangle AGE^fR fera le profil du plan de rampe, prolongé jusqu'à l'horizontal DK ; mais à cause que ce plan rencontre la doële du berceau horizontal $AKIB$; il faut chercher la partie triangulaire FAG de ce plan, qui est retranchée par la section de la doële.

AYANT tiré BI perpendiculaire à BA , on décrira l'arc-Droit BHI , du berceau de niveau circulaire ou elliptique, & sur DA prolongée en K , jusqu'à la rencontre de son côté IK , on décrira une Ellipse $A b K$, avec les deux axes donnez, sçavoir, AK pour le grand, & BI pour le petit axe.

PAR le même point B , on menera une perpendiculaire à DA , qui coupera E^fG , (étant prolongée) en b , la ligne bA fera le diamètre de la projection verticale de la section plane sur BA , sur le point A on élèvera une verticale AT .

ON tirera ensuite par b une parallèle à DA , qui coupera AT en V , par où on menera $V\sigma$ parallèle à RA , qui coupera l'arc $A b K$ au point σ , d'où on tirera une parallèle à DA , qui coupera E^fG au point F , & la ligne AT au point u ; on portera σu de B en L sur EB prolongée, le point L fera la projection de la rencontre de l'imposte de la descente, avec la doële du berceau de niveau, laquelle imposte est représentée en profil par la ligne E^fG , où cette même section est représentée par le point F ; de sorte que si l'on tire de chacun de ces points des lignes au même point A , le triangle mixte BLA , dont LA est el-

liptique, représente à la projection horisontale, celui que le plan de rampe retranche de la doële du berceau de niveau, lequel est aussi représenté au profil par le triangle mixte OFA.

PRESENTEMENT, si l'on suppose un plan vertical, passant par les points L & A, il coupera la doële de la descente, suivant un arc rampant, exprimé au profil par $Fb'A$, dont nous pouvons, faire usage pour trouver la projection horisontale de l'arête de rencontre des deux berceaux, & même une projection inclinée sur le plan de rampe, comme on va le dire.

AYANT fait sur le diamètre d'entrée de descente DE, le cintre primitif DSE, ses divisions en Voussloirs aux points 1, 2, 3, 4, & les projections de ses joins de lit, suivant la direction du berceau à l'ordinaire, $p^1 5^1 p^2 6^1$, &c. prolongez indéfiniment, qui couperont la ligne LA aux points $5^1 6^1 7^1 8^1$, on menera par ces points des perpendiculaires sur DA, aussi prolongées indéfiniment, qui couperont la ligne FA aux points a^1, a^2, a^3, a^4 , sur lesquels on portera les hauteurs des retombées du cintre primitif correspondantes, sçavoir 1 p^1 en $a^1 1^1$, & $a^4 4^1$, 2 p^2 en $a^2 2^1$ & $a^3 3^1$, & par les points $F 4^1 3^1, 2^1 1^1 A$, on tracera l'arc rampant $Fb'A$.

PAR tous les points trouvez i, i , on menera des paralleles à DA, qui couperont la verticale AT aux points f^1, f^2, f^3, f^4 , par lesquels on menera des paralleles à la rampe RA, qui couperont l'arc $A \propto b^1$, aux points 3, 2, 4, 1, & en un point au dessous de \propto , provenant du point u , lequel point n'est pas marqué pour éviter la confusion de la figure, qui est déjà fort chargée en cet endroit de lignes & de lettres.

PAR les points 3, 2, 4, 1, de l'arc AK, on abaissera des perpendiculaires sur le diamètre AK, qui le couperont aux points k, l, m, n , par lesquels si l'on mene des paralleles à AB, leurs intersections avec les projections des joins de lit, donneront les points l^1, l^2, l^3, l^4 , où feront les angles de rencontre des doëles plates des berceaux en descente, & de niveau, *qu'il falloit premierement trouver.*

Si au lieu de tirer par ces mêmes points des perpendiculaires à l'horisontale AK, on en tire d'autres à la ligne de rampe RA, prolongées jusques aux projections correspondantes des joins de lit, on aura une espece de projection inclinée sur le plan de rampe $AN^1 N^2 N^3 N^4 B$, dont on peut faire usage pour le Trait, pourvu qu'on prenne bien garde de distinguer les suppositions de plan horisontal, & de plan de rampe changé en horisontal; car la partie Bg égale à GA.

qu'elle représente, doit être alongée, suivant la distance zA , mais comme cette projection inclinée, ne pourroit servir que pour trouver les têtes des panneaux de doële plate de la descente à l'enfourchement, nous allons y pourvoir par le moyen d'en faire le développement.

IL faut auparavant supposer l'arc-Droit, formé par les moyens que nous avons donné au Tome précédent, en parlant des descentes simples, page 181, lequel arc est rampant, ou bien pour ne pas renvoyer le Lecteur, on peut le chercher par le moyen du profil, qu'on vient de faire de l'arc FbA .

PAR tous les points $1^i, 2^i, 3^i, 4^i$, on abaissera des perpendiculaires sur cette ligne AR , & par tous les points $a^1 a^2$, des parallèles à la même AR , qui couperont les perpendiculaires précédentes prolongée en des points qui détermineront les ordonnées de l'arc-Droit rampant DhR^o , qu'on portera sur la diametre DR^o trouvé, comme nous l'avons dit au lieu cité, pour les Voutes simples.

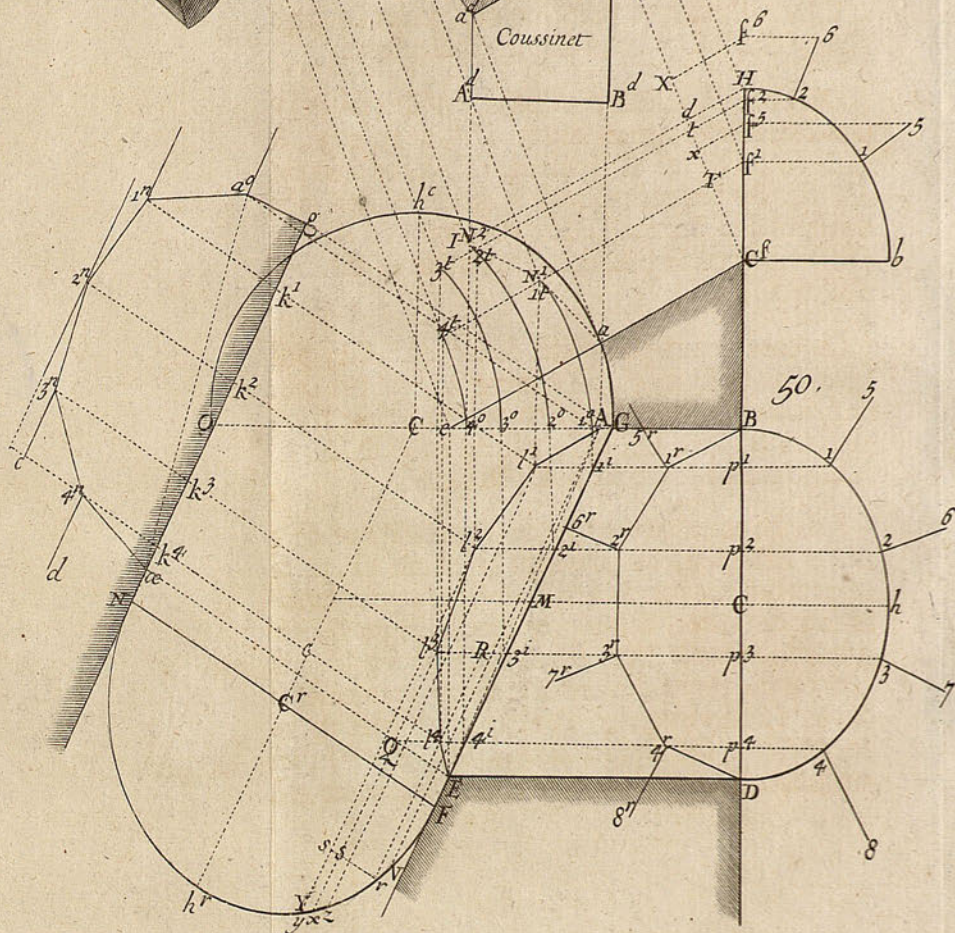
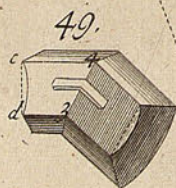
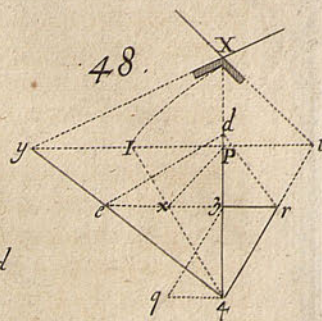
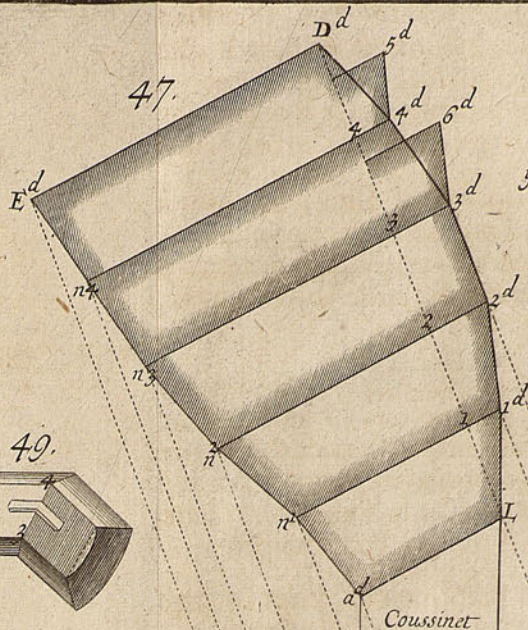
L'Arc - Droit étant tracé, on aura toutes les largeurs des doèles plates, nécessaires pour en faire le développement.

Fig 53.

ON placera à volonté une directrice $A^1 R^d$ (fig. 53,) sur laquelle on portera de suite les largeurs inégales $D1^r, 1^r 2^r, 2^r 3^r$, &c. de la fig. 52, en $A^d, 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, R^d$, (de la fig. 53,) & l'on tirera par tous ces points A^d , &c. des perpendiculaires à la directrice, qui formeront le développement d'un berceau Droit; mais comme il est coupé obliquement par la rencontre de celui de niveau, il faut en chercher les reculemens d'échancrure.

ON commencera par porter la longueur Az , prise sur AR à la figure 52, de R^d en g^d , pour tirer $g^d A^d$, qui fera une seconde directrice biaise, représentant gA , on prendra ensuite la longueur GF , du profil de la figure 52, qu'on portera en $g^d B^d$ de la fig. 53, pour avoir le point de l'imposte B^d le plus reculé.

POUR les autres on tirera par les points $a^1 a^2 a^3 a^4$ du profil, des parallèles à l'horison, qui couperont la verticale AT , en des points qu'on ne peut désigner par des lettres à la figure, parce qu'ils sont trop près les uns des autres, desquels on mènera des parallèles à la rampe RA , jusqu'à l'horizontale AK , comme no, ym , &c. lesquelles seront coupées par des perpendiculaires à la rampe, provenant des points trouvez sur l'arc Ab en 3, 2, 4, 1, qui sont ceux de rencontre de la descente avec l'arc-Droit à chaque joint de lit; les intervalles de ces parallèles à la rampe, qui restent entre l'horizontale AK , & leurs sec-



tions avec les horizontales correspondantes, provenant des points $a^1 a^2 a^3 a^4$ de la ligne FA, seront les reculemens, qu'il faut porter depuis la seconde directrice $g^d A^d$ de la figure 53, sur les joins de lit du développement en $1^d 2^d 3^d 4^d$, &c. par exemple, suposant que la perpendiculaire $3y$, coupe la ligne ym , provenant du point a^3 , par le moyen de l'horizontale menée par a^3 , jusqu'à la verticale AT, qu'elle coupera en un point au-dessous de u , d'où est tirée la ligne um , parallèle à la rampe RA, l'intervalle ym fera porté au développement du point a^3 en 3^d , ainsi des autres.

On peut remarquer que les points 3, 2, 4, 1, de l'arc Abe , s'avancent ou se reculent vers T, ou vers r, d'une ligne Tr parallèle à RA, que l'on a tiré pour ne pas faire le renvoy de ces avances sur la ligne RA prolongée, où les lignes multipliées, auroient causé trop de confusion; d'où il suit que les têtes de doëles plates $1^d 2^d$, $2^d 3^d$ se reculent inégalement des lignes droites, qui ont servi de directrices au développement.

Il n'est pas nécessaire de parler ici du développement de la fig. 54, qui est celui de l'échancrure, que le berceau en descente fait par sa pénétration à la surface de celui qui est de niveau, parce qu'il ne diffère de ceux dont nous avons parlé aux deux Traits précédents, qu'en ce qu'il est rampant sur son diamètre al , dont la position se trouve en portant la corde Ax de la fig. 52, en I / de la figure 54, sur l'inclinée II, où le point I provient de B, & / du point L, comme la figure le montre.

Le reste du Trait concernant les biveaux de lit & de doële, & de doële plate de descente avec la correspondante de niveau, se fera de même aussi qu'aux Traits précédens.

L'APPLICATION du Trait sur la pierre sera aussi exactement la même.

Nous ne parlons point ici des panneaux de lit, parce que suivant notre méthode ils sont inutiles pour les Voussiers d'enfourchement, & que pour la face de descente, ils ont été donnez aux Traits des Voutes simples en descente au Probleme XII. auquel on pourra avoir recours.

Il est visible que si l'arc de face biaise, dont le diamètre a été suposé de niveau étoit rampant, & l'arc-Droit de niveau, ce Trait deviendrait beaucoup plus simple & plus facile, parce que le plan de rampe n'auroit plus qu'une inclinaison; d'où il suivroit que sa section avec l'ho-

rison feroit d'équerre en AP, & que le profil de ce plan ne feroit plus qu'une ligne droite RA.

REMARQUE.

IL faut remarquer, que supofant le diametre du cintre de face de niveau, plus il aprochera du parallelisme du côté AB, du berceau de niveau, moins l'arc d'arête d'enfourchement fera rampant; de forte que fi DE étoit plus oblique, comme en DQ, qui est parallele à AB, les impostes de la lunette deviendroient tout à fait de niveau, & au contraire la différence fera d'autant plus grande, que la face aprochera de la perpendiculaire Dr.

Explication Démonstrative.

Nous avons rendu raifon au Probl. XII du Tome précédent, page 178, pourquoi l'obliquité de la face de descende à l'égard de la direction horifontale caufoit une double obliquité dans le plan de rampe; il nous reste à rendre raifon de la maniere que nous avons employé pour trouver les projections horifontale & inclinée de la rencontre des deux berceaux.

Nous supofons un plan vertical, paffant par les naiffances A & L de l'arc, ou arête de l'enfourchement, & parce que cette arête est adouble courbure, elle avance en furplomb au-delà de la ligne droite AL, felon des distances horifontales, qu'on auroit pû mefurer par des perpendiculaires fur AL, par les retombées de l'arc - Droit du berceau de niveau BHI; mais à caufe que ces avances doivent fe prendre le long des joins de lit, qui lui font obliques, on a décrit le cintre de fection oblique parallele à ces lits, qui est la demi-Ellipfe A b' K, laquelle représente feule toutes fes égales, qui couperoient les plans verticaux, paffans par les projections de lit $p^1 l^1$, $p^2 l^2$, $p^3 l^3$, $p^4 l^4$, prolongez au travers du berceau de niveau.

CONSIDERANT ainfi un plan vertical fur la ligne DK, la ligne verticale TA représentera la fection du plan vertical fur LA, avec ce premier, & parce que nous avons fait la projection verticale de la fection à l'arc rampant F b' A, & transporté toutes les hauteurs de fes divifions fur TA, il est vifible que toutes les lignes menées par ces hauteurs $f_1 f_2 f_3 f_4$, parallelement à la rampe RA, représenteront exactement les joins de lit de la descende; par conféquent auffi leur fection avec l'arc vertical A b', du berceau de niveau aux points 3. 2. 4. 1., lefquels points étant transportez par la projection fur l'horifontale AK, marqueront
exactement

exactement les avances de la lunette sur le côté AB, du berceau de niveau, & parce que cette ligne AK, représente toutes les prolongations des projections des joints de lit, il est visible qu'en transportant les points d'avance trouvez sur chaque joint en particulier, par le moyen des paralleles au côté AB, on les arangera chacun à leur place; par conséquent la projection horisontale de la Lunette est bien faite.

QUANT à la projection inclinée sur le plan de rampe, il est visible que si l'on tire par le point A, le plus avancé de la rampe une ligne Af, perpendiculaire à AR, elle pourra être considérée, comme la projection verticale d'un plan perpendiculaire à celui de rampe, qui coupe tous les lits de la descente au dedans, ou au dehors de l'arête d'enfourchement; dans ce Trait cette arête est partie dedans, comme depuis x jusqu'à z , & partie au dehors comme le joint marqué 3 , & comme la section du plan de rampe, avec celui des impostes du berceau de niveau, est donnée en Ag, sur le plan horisontal par une ligne droite parallele à DE, nous la faisons servir de directrice du développement, parce que la directrice à l'angle droit sur la direction horisontale de la descente tombe au dessous de l'horison en AP, à cause de l'obliquité transversale du plan de rampe, ce qui n'arriveroit pas, si ce plan n'avoit d'autre inclinaison que celle de la descente, suivant sa direction.

QUATRIEME CAS.

Lunette rampante biaise, faite par un Berceau biaise en Descente, qui en rachete un autre par le bout.

ON peut dire que le Trait, dont il s'agit est le même que les deux précédens avec quelques circonstances différentes; l'une que le berceau en descente ne rachete pas celui de niveau à ses impostes, ou à ses piédroits; mais au dessus dans la Voute même; l'autre que le biais est supposé si grand, que la direction horisontale de la descente fait un angle très oblique avec celle du berceau de niveau.

SUR cet exposé il semble inutile d'en donner un exemple; mais parce que le P. Deran s'y est brouillé plus que son Graveur, dont il se plaint, & que Mr. de la Ruë n'en a rien dit, j'ai cru que je ne devois pas en faire de même, sans cependant m'attacher à corriger le Trait du P. Deran; parce qu'ayant suivi une méthode différente de la sienne dans les descentes, je ne dois pas m'en écarter ici; mais au contraire en faire voir l'étendue à toutes sortes de cas, & la facilité.

Pl. 79.

Fig. 55.

Soit (fig. 55.) ABED, le plan horizontal de la lunette, percée dans un mur, qui termine obliquement & en descente, ou si l'on veut perpendiculairement un berceau de niveau IVXK, dans lequel la lunette soit percée obliquement, en sorte que la direction horizontale DK, fasse un angle fort aigu ADI, ou fort obtus FDK, avec celle du berceau de niveau.

Il faut ici, comme par-tout où il peut y avoir plusieurs cintres, se déterminer au choix du primitif, faisant attention aux changemens, que cause le cintre de face, donné de niveau rampant; car s'il est de niveau l'arc-Droit sera rampant, & le plan de l'Abajour incliné au plan vertical, & comme cette inclinaison est désagréable à la vûe par dedans, nous supposerons le diamètre de l'arc-Droit de niveau circulaire, ou si l'on veut elliptique, dont un des axes soit de niveau.

Soit donc dbb' , l'arc-Droit de la descente divisé en ses Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on menera autant de parallèles à la direction horizontale, qui rencontreront le côté KX, du berceau de niveau aux points LMNOP, par lesquels on élèvera des perpendiculaires au côté de la descente DA, prolongé en K, qui couperont ce côté aux points l, m, n, o, p .

Soit aussi le demi-cercle FHG, l'arc-Droit du berceau de niveau fait sur une ligne FG, perpendiculaire aux côtes IV, KX, prolongez en F & G.

On fera sur KD, comme grand axe, & avec CG ou CH, pour petit axe, une Ellipse KAD, qui sera la section oblique d'un plan vertical, passant par la direction DA prolongée, sur laquelle ellipse on pourra former un panneau ou une cerche, pour en répéter le contour, en traçant à chaque joint des Ellipses égales, comme nous le dirons ci-après.

On fera ensuite le profil de la descente sur la ligne KD, prenant la ligne DR pour hauteur donnée jusqu'à l'imposte la plus basse de l'arc de face, qui sera rampant suivant notre supposition de l'arc-Droit donné, & l'angle DRP, égal au complément de celui de la descente, qu'on suppose aussi donné, ou pris à fantaisie.

Du point R pour centre, & de l'intervalle car ; de l'arc-Droit, supposé circulaire, on décrira un quart de cercle $q_1 2 S$, terminé par RS, perpendiculaire sur PR, & divisé également aux points 1, 2, S, comme l'arc-Droit aux points 1, 2, b, & par les points 1, 2, S, on menera des parallèles à la ligne de rampe PR, prolongées indéfiniment, comme $S, 2 3', 1 4'$, par le bas, & poussées vers le haut jusqu'à la ligne DT, lesquelles lignes seront les projections verticales des

joins de lit équivalentes chacune à deux; sçavoir, au joint de la droite, & de la gauche du berceau, parce qu'on suppose le plan de rampe pR , perpendiculaire au plan vertical, & les assises de droite & de gauche d'égalles hauteurs, par conséquent qu'un même plan passe par les joins de lit, parallèles au plan de rampe.

CELA supposé.

AYANT posé le bout du panneau, ou de la cerche, faite sur l'Ellipse KSD , on marquera le point a , où son contour coupe la ligne de rampe pR , pour la naissance la plus basse de l'arête de la lunette, dont le point A est la projection.

ON fera ensuite couler le panneau ou cerche sur l'axe horizontal KD ; en sorte que le point K soit avancé en l , où la perpendiculaire Ll coupe l'axe KD , alors le contour de cette cerche coupera la projection verticale du premier joint $1\ 1^f$ au point 1^f .

ON fera de même couler le même panneau sur KD ; en sorte que son bout K soit posé en m , & l'on marquera le point 2^f , où son contour coupe la seconde ligne, qui est la projection verticale du joint $2\ 2^f$, on le poussera ensuite en n , pour marquer sa rencontre avec la troisième $3\ 3^f$, au point 3^f , on continuera à le faire couler en o , pour marquer l'intersection de la même ligne au point 4^f ; enfin on le poussera en p , pour avoir l'intersection avec la ligne de rampe en b , qui sera la naissance haute de la lunette, dont B est la projection.

PAR tous les points trouvez, on menera des lignes droites, qui feront les cordes des doëles plates à l'enfourchement, & si l'on mène une ligne courbe arondie de l'un à l'autre, on aura la courbe $a\ 1^f\ 2^f\ 3^f\ 4^f\ b$, qui se croise en ∞ , ce qui marque qu'en cet endroit, il y a deux points opozés qui sont de niveau, parce que cette courbe est la projection verticale de l'arête de l'enfourchement de la lunette.

PAR le moyen de cette Courbe, on fera la projection horizontale, en abaissant de tous ces points des perpendiculaires, qui rencontreront les projections horizontales des joins de lits correspondans, où se trouve un des chiffres, sçavoir $a\ A$, donnera le point A sur l'imposte AD ; $1^f\ 1^p$, donnera le point 1^p sur la projection $1\ L$, la ligne $2^f\ 2^p$, donnera le point 2^p sur $2\ M$, $3^f\ 3^p$, &c.

Et par tous les points trouvez A , 1^p , 2^p , 3^p , 4^p , B , on tracera la projection horizontale de l'arête d'enfourchement de la lunette, & l'épure sera faite.

LES panneaux de doële plate de la descente auront leur longueur donnée par le profil, & leur largeur sur l'Arc-Droit; ainsi on comptera de part & d'autre de la ligne RS, qui est la projection verticale de l'Arc-Droit les longueurs Ra , Rb , la longueur $o 1^f$ fera le second côté du premier Vouffoir, dont la largeur fera la corde $q 1$ ou $d 1$, au plan $d' h b'$, en continuant à compter seulement depuis l'Arc-Droit, on aura les longueurs $o 1^f$ & $o 2^f$, pour le second Vouffoir avec la corde de l'Arc-Droit $1^f 2$ pour largeur, & ainsi des autres qu'on peut prendre & ranger ensuite en développement, comme on a fait à la figure 52, de la planche précédente.

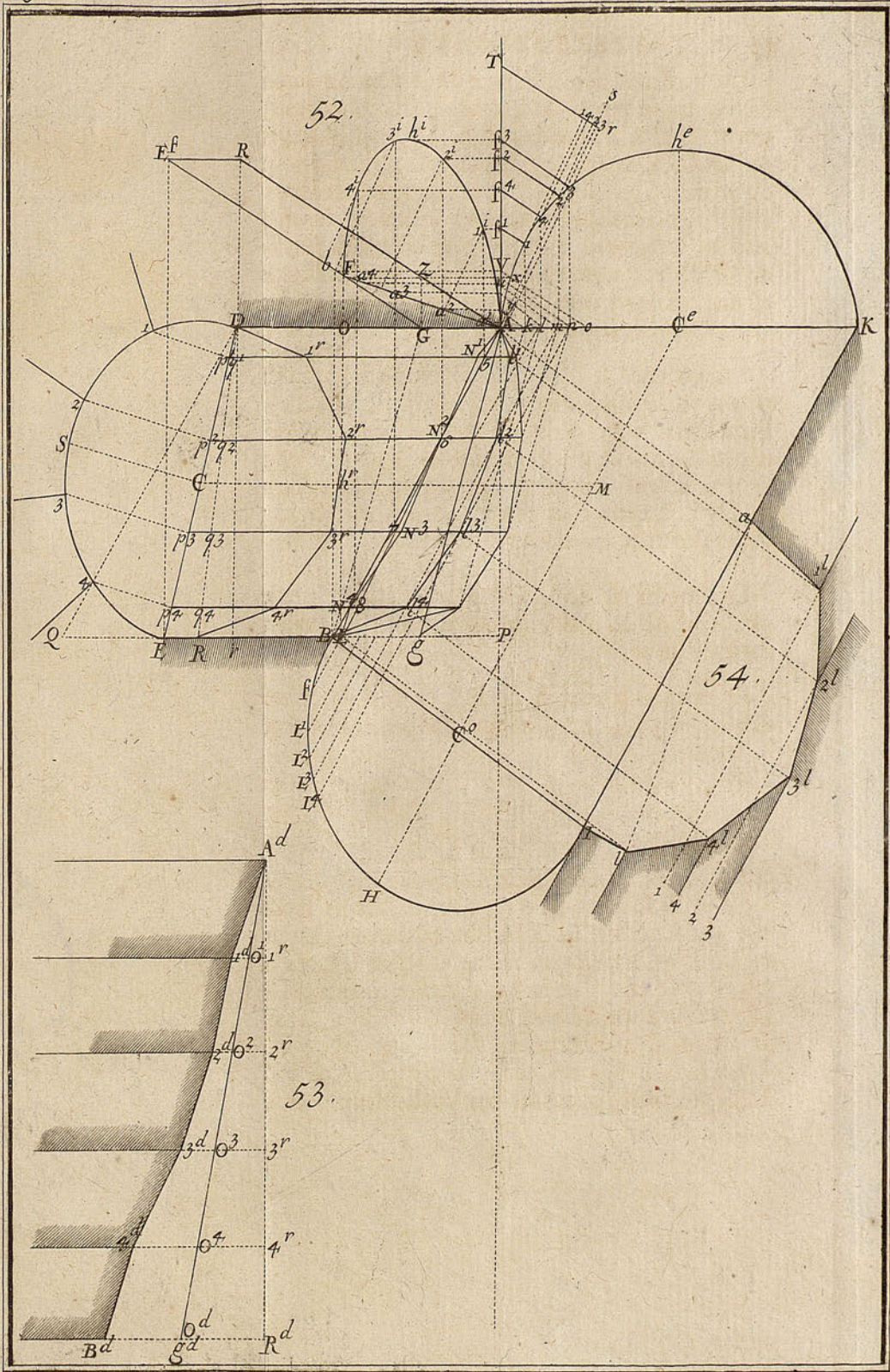
LES panneaux de doële plate du berceau de niveau se trouveront par le moyen du développement de la projection horizontale, suivant son arc-Droit FHG, lequel donnera l'intervalle des lignes Aa'' , $1^p 1''$, mesuré par la corde $a'' 1''$; l'intervalle des lignes $1^p 1'' 2^p 2''$, par la corde $1'' 2''$, & ainsi des autres directions du berceau de niveau jusqu'à son arc-Droit, comme nous l'avons dit aux trois Traits précédens, dont celui-ci n'est qu'une espece de répétition.

LES biveaux de doële à l'enfourchement se trouveront de même qu'il a été dit au Probleme quatorzième, du troisième Livre, & ci-devant page 72.

Et enfin les biveaux de doële & de lit se trouveront sur l'Arc-Droit aux angles 3 1x, 1 2y, ce qui suffit pour tailler toutes les faces des Vouffoirs.

COROLLAIRE.

DE cette construction suit la maniere de faire les abajours en lunette sentieres, ou en façon de puits inclinez, tels que sont ceux des *Tours Bastionnées* de Landau; il ne s'agit que de faire les profils & projections verticales & horizontales du berceau en descente dans un double contour au lieu qu'ici ils n'est qu'à moitié, suposant le cintre de face, comme l'on voudra; mais si on le fait circulaire comme ausdites Tours, l'Arc-Droit devient une Ellipse si surbaissée à cause de la roideur de la ligne de rampe, qu'il donnera très peu de jour; ce raport de l'arc de face & de l'Arc-Droit a été suffisamment expliqué au Probleme XII. du Tome précédent, en traitant des Voutes simples en descente.



CINQUIEME CAS.

Lunette ou Berceau en descente, qui en rachete un de Niveau par le bout, suivant la même Direction.

Nous avons supposé dans le cas précédent, que les directions horizontales de la descente, & du berceau de niveau se croisoient, ici nous supposons que quoique l'axe de la descente fasse un angle avec l'horison, cet angle est dans un plan vertical parallèle à la direction du berceau de niveau; cette différence ne change pas la nature de la courbe d'arête de rencontre des doëles, qui est toujours une Ellipsimbre, par le Theor. XIX. du premier Livre, mais elle change un peu la construction du Trait.

Soit fig. 56, XC l'axe du berceau de niveau, & Mm, la projection Fig. 56. horizontale de celui en descente, qui lui est parallèle (par la supposition) à la distance donnée *cm*.

Soit DE, le diamètre du berceau de niveau, dont le milieu est C, on portera la distance *cm* de C en *c*, où sera le milieu du diamètre du berceau en descente vu par le bout.

Du point C pour centre, on décrira l'arc-Droit du berceau de niveau, que nous supposons un demi-cercle, ou une demi-Ellipse AHE, & du point *c* on décrira le cintre primitif A b B, du berceau en descente, quel qu'il soit, circulaire ou elliptique, pris à l'arc-Droit, ou à l'arc de face Droite, lequel sera divisé en ses Voussloirs au point 1, 2, 3, 4, par lesquels on mènera des verticales A *a*ⁿ, 1 2¹, 2 2² 3 2³, 4 2⁴, B *b*ⁿ, qui couperont le cintre du berceau de niveau aux points 2¹, 2², 2³, 2⁴, pour lesquels on mènera des parallèles à DE indéfinies.

Sur l'horizontale N *a*ⁿ on fera l'angle de rampe donné NGR, dont le sommet G fera à volonté, & par le point R de hauteur donnée, on abaissera la verticale R *b*.

Du point R pour centre, on divisera le quart de cercle ou d'Ellipse S *b*ⁿ, tel que doit être l'arc-Droit de la descente, suivant le cintre primitif donné, & par ses divisions 1' 2', on mènera des parallèles à la rampe, qui couperont les correspondantes horizontales tirées par les points *a*ⁿ, 2¹, 2², 2³, 2⁴, *b*ⁿ, & dans la supposition que le diamètre de l'arc-Droit de la descente soit de niveau, chacune de ces inclinées répondra à deux des horizontales, dont nous parlons; ainsi la ligne de rampe RG coupera l'horizontale provenant du point *a*ⁿ en G, &

celle qui provient du point b'' en f ; ainsi les points f & G sont les profils des naissances de l'arête de rencontre des doëles des deux berceaux; de même l'inclinée passant par le point $1'$, coupera les deux horizontales provenant des points 2^1 & 2^4 aux points $1''$, $4''$, & l'inclinée passant par le point $2'$, donnera les intersections des horizontales provenant des points 2^2 & 2^3 en $2''$ $3''$, la courbe f $4''$ $3''$ $2''$ $1''$ G fera le profil de l'arête de rencontre des berceaux.

Il sera facile de faire aussi la projection horizontale de la même arête, par le moyen des mêmes points du profil.

AYANT fait la projection horizontale du berceau en descente à l'ordinaire, par le moyen de ses retombées Ap^1p^2c , &c. placée parallèlement à la ligne de base de rampe NG , comme en $aoqb$, on abaissera par tous les points du profil f $4''$ $3''$ $2''$ $1''$ G , des perpendiculaires, qui couperont celles de la projection horizontale aux points F , $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, g , par lesquels on tracera la projection horizontale de l'arête d'enfourchement.

Nous avons supposé que l'arc-Droit étoit de niveau, mais s'il ne l'étoit pas, & que le plan de rampe fût incliné, comme aux descentes biaises, dont la face d'entrée est de niveau, il faudroit faire le profil du plan de rampe comme nous l'avons fait au troisième cas de ce Problème, ce qui ne change rien au Trait; mais qui le rend seulement un peu plus composé.

LES projections verticales, & horizontales de l'arête de lunette étant données, il est clair que l'on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux; car les longueurs de leurs côtes, & la différence des avancemens & reculemens de leurs têtes sont données au profil, & l'intervalle de ces côtes, c'est-à-dire, la longueur des panneaux est donnée à l'ordinaire à l'arc-Droit.

LES Biveaux de lit & de doële sont aussi donnez au même arc-Droit, & les biveaux de rencontre des doëles plates à l'enfourchement se trouveront de la même manière, qu'il a été dit au premier cas des descentes page 72.

L'APPLICATION du Trait sur la pierre par panneaux sera aussi la même qu'à tous les cas précédens; mais pour abréger on peut le faire plus simplement par la voye de l'équarrissement.

Autrement par Equarrissement.

Fig. 57. L'EPURE étant tracée comme nous venons de le dire, & la pierre

destinée au Vouffoir qu'on veut faire étant choisie de grosseur convenable, on y fera deux paremens à l'équerre l'un à l'autre, sçavoir un pour servir de suposition horifontale LDA, l'autre par conséquent fera en suposition verticale EFAD, passant par l'arête du joint de lit du berceau de niveau.

SUPOSANT, par exemple, qu'on veuille faire un Vouffoir du second rang, on prendra la retombée $2^1 x$, qu'on portera perpendiculairement à l'arête AD, dans le lit horifontal, pour y tracer une parallele gl à cette arête.

ON prendra de même la hauteur $2^2 x$ de cette retombée, qu'on portera au plan vertical sur DA en BK, pour y tracer aussi une parallele KG; ces deux paralleles feront les arêtes des joins de lit de dessous & de dessus.

ENSUITE on prendra avec la fauterelle, le supplément de l'angle de la descente qui est l'angle obtus $2^1 1'' 1'$, pour le tracer sur le parement vertical en ABC, & par le point C, on tirera Cm parallele à DL, sur le parement vertical, où se termine le Vouffoir, & l'on abattra la pierre quarrément, suivant la ligne inclinée BC, & cette parallele Cm ; après quoi on portera sur l'arête Cm , la longueur $2^1 x$ de la retombée, & sur l'arête CE, celle de sa hauteur $2^2 x$, traçant sur ces deux paremens leurs longueurs parallelement, ou ce qui est la même chose, leur menant des paralleles qui marqueront les arêtes des doëles, & des lits de dessous & de dessus, & leur rencontre avec celles qu'on avoit tracé sur le lit horifontal gh , & sur le lit vertical rq , & l'on abattra la pierre pour le grand berceau, suivant la cerche de l'arc $2^1 2^2$, & pour celui de la descente, suivant la cerche de l'arc $1' 2$.

LA rencontre des doëles formera l'arête d'enfourchement, comme par hazard sans qu'on en connoisse la Courbe.

IL ne reste plus qu'à former les lits, suivant les biveaux mixtes de lit & de doële, pris sur les arcs-Droits des deux berceaux.

A l'égard de la face on la fera comme nous l'avons dit des Voutes simples, au Probleme XII. du deuxième Tome, auquel nous renvoyons aussi pour la situation des joins de doële & de tête.

Explication Démonstrative.

CE Probleme & le précédent sont fondez sur notre méthode générale, qui est de couper les voutes par des plans paralleles entr'eux.

Au précédent nous avons coupé le berceau en descente, par des plans verticaux parallèles à son axe, qui ont donné dans cette Voute cylindrique inclinée à l'horizon des parallélogrames, & dans la Voute horizontale des Ellipses.

Ici, comme la direction horizontale des deux Voutes qu'il se rencontrent est la même, la section faite par un plan vertical, passant par l'axe ou parallèlement à l'axe de la descente, est aussi parallèle à la section par l'axe du berceau de niveau; ainsi dans les profils des joins de lit, il ne se rencontre que des lignes droites, qui sont les côtes des sections en parallélogrames, dont la rencontre donne les points du contour de l'arête d'enfourchement, qui est une Ellipsimbre.

Il faut seulement remarquer pour l'intelligence de l'épure, qu'il y a de trois sortes de desseins rassemblez. 1°. La projection horizontale de la lunette *Fig. 2*. 2°. La verticale du profil *G 1 2 3 4 f*, faite sur un plan vertical parallèle à la direction *M m* de la descente. 3°. L'élevation *DHE & A B*, faite sur un plan vertical *AYB* parallèle à l'Arc-Droit, représenté au plan horizontal par la ligne *ab* & *AYB*, au profil par la ligne *H R*, laquelle élévation doit être censée tournée perpendiculairement à la direction des deux voutes; en sorte que son plan seroit représenté en profil par la ligne *f D*.

Il faut encore remarquer que cette élévation n'est faite que pour trouver des points correspondans du cintre primitif *A b B*, dans le cintre de l'Arc-Droit du berceau de niveau *DHE*, sans égard à la hauteur respective de leurs diamètres, qui sont rassemblez sur une même ligne *DE*, quoiqu'ils soient éloignés (si l'on veut) de toute la distance des points *D & R*, ne s'agissant que de la position du centre *c*, à l'égard de la distance horizontale du centre *C*, prise sur une perpendiculaire à la direction horizontale de la descente.

ENFIN, que le cintre primitif *A b D* qui sert à l'Arc-Droit, n'est pas dans sa situation naturelle dans cette élévation, où il devroit être incliné suivant la ligne *RS* du profil; mais comme on le suppose couché à angle droit sur la ligne *DE*, & que le diamètre *AB* est commun au diamètre de la face, il est indifférent qu'il soit raccourci par la projection en *ASB*, puisque la ligne *cb* étant à l'angle droit sur *DE*, fera toujours dans le même plan vertical étant inclinée, ou bien verticale de même que toutes ses parallèles *1 2', 2 2', 3 2', 4 2', A B b'*, donc les plans verticaux passans par ces lignes, donneront toujours les mêmes points *1', 2', 2', 2', 3', 2', 4', b'*, dans l'Arc-Droit *DHE*, du berceau de niveau, de même que dans le cintre de face surmonté, qui est représenté par

par la demi-Ellipse AYB, dont le petit axe AB est commun à l'arc-Droit, par conséquent les arcs $2^1 2^2 2^3$, &c. sont bien correspondans aux arcs $1^1 2^1$, $2^1 3^1$, &c. du centre primitif compris entre les sections des plans paralleles, qui passent par les joins de lit, *ce qu'il falloit trouver* pour en avoir les retombées & les hauteurs.

CHAPITRE SECOND.

DES RENCONTRES DES VOUTES

Cylindriques avec les Coniques.

LES Voutes coniques en demi-Cônes completes qui sont les seules Trompes, ne sont pas fort communes, mais les voutes & murs en portion de Cônes tronquez, sont très fréquentes dans l'Architecture Militaire, telles sont les embrasures, les Flancs concaves, les Orillons convexes, les Tours, les Contrescarpes arondies au devant des angles saillans, &c. dans lesquelles sont percées des Portes ou des embrasures; nous allons parcourir tous les cas des rencontres des Cônes avec les Cylindres.

PROBLEME III.

Faire l'Arête de rencontre d'un Berceau quelconque avec un Mur ou une Voute conique.

On peut considerer un berceau comme étant de niveau, ou incliné en descente, rachetant une Tour en Talud, ou comme étant racheté par une lunette ou une Voute conique; dans le premier cas le Cylindre pénètre le Cône, dans le second le Cône pénètre le cylindre.

PREMIER CAS.

Porte Droite ou biaise en Tour ronde, ou creuse & en Talud.

Soit (fig. 59) l'arc de cercle ou d'Ellipse KXO, la base horifontale d'une portion de Tour creuse en Talud, comme un arondissement de contr'Escarpe dans laquelle est percée une Porte en Berceau, dont la projection est ADEB, droite ou biaise, c'est-à-dire, dont l'arc CX passe par le centre C de la Tour, qui est au bas de la planche, ou n'y passe pas; nous choisissons ici pour exemple une Porte biaise, parce qu'elle est un peu plus difficile que la Droite, & qu'il sert pour les deux especes de Portes.

Tom. III.

M

Pl. 80.
Fig. 59.

ON commencera par se déterminer au choix du cintre primitif, qui peut être pris en quatre ou cinq differens endroits & situations, comme nous l'avons dit des Portes en Tour ronde sans Talud. 1°. Sur un plan vertical ou en Talud., passant par la corde AB. 2°. Sur l'arc AXB rectifié. 3°. Sur le même développé en base de développement du Cône. 4°. Sur l'arc-Droit.

LE P. Deran & après lui M. de la Ruë, prennent pour cintre primitif l'arc de développement de la base du Cône, pour pouvoir faire les têtes des Vouffoirs axactement égales.

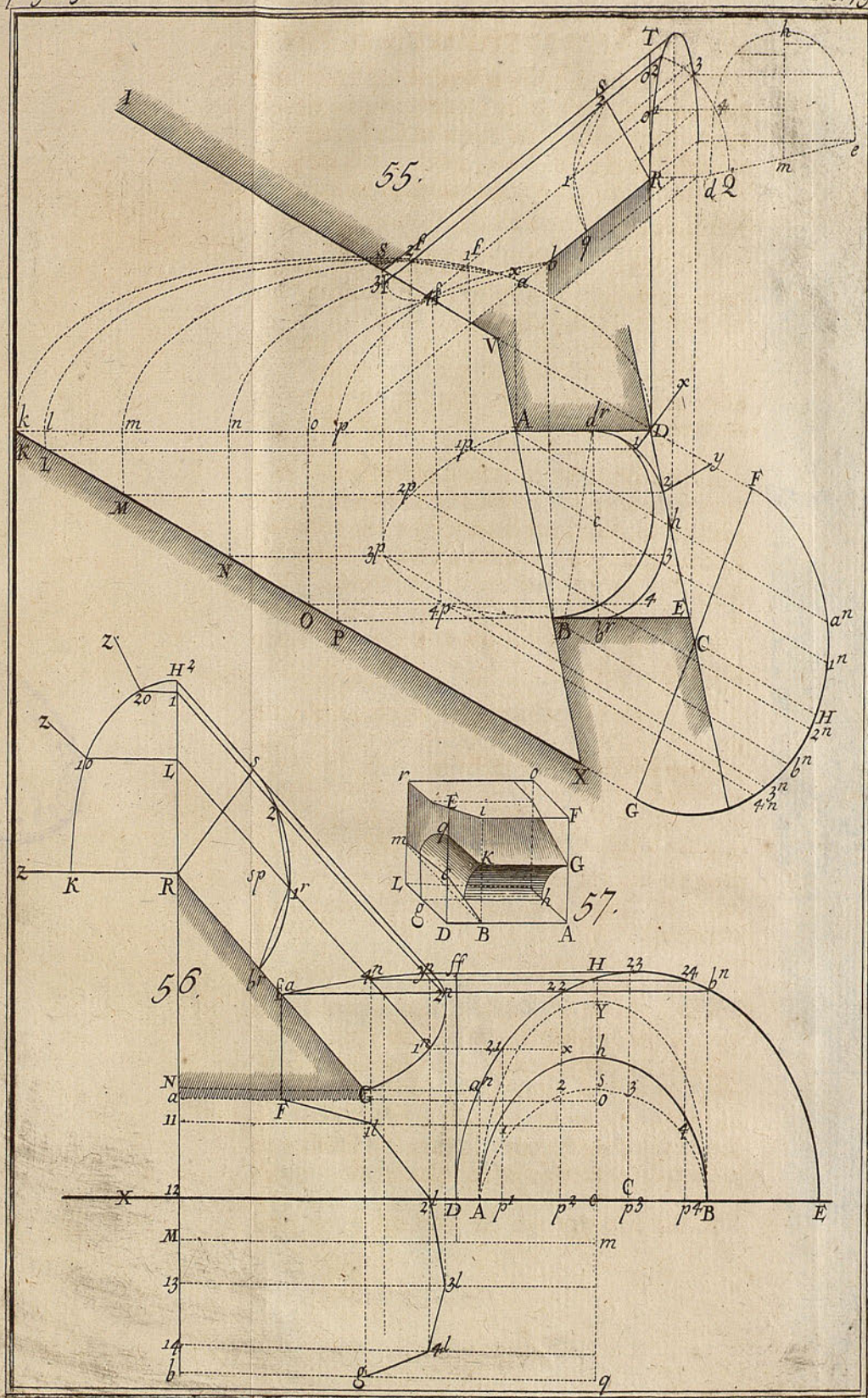
DANS les Fortifications on prend ordinairement l'arc-Droit pour cintre primitif, parce qu'on veut que les Voutes soient intérieurement en plein cintre.

ICI nous prendrons ce cintre sur la corde AB, en situation verticale, ou inclinée en Talud, parce qu'ordinairement les inégalitez qui en résultent aux têtes des Vouffoirs, pour peu qu'ils soient d'un nombre au dessus de cinq, ne meritent pas qu'on y fasse attention, lorsque le diametre de la porte est peu considerable, comparé à la circonference de la Tour, ce qui arrive ordinairement, & l'on peut dire que l'operation pour faire des têtes égales, suivant le Trait des Auteurs, est une délicatesse superflue.

PAR un point D pris à volonté sur un des piédroits AD, on mènera DE parallele & égale à AB, ce qui n'est pas dans la figure, mais qu'il faut supposer, sur laquelle on décrira le cintre primitif D b E, circulaire ou elliptique, puis l'ayant divisé en ses Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaissé des perpendiculaires sur son diametre, on mènera par leurs projections p^1, p^2, p^3, p^4 , des paralleles à la direction de la Voute, qui serviront à trouver l'arc-Droit D s R, & la projection de l'arête à double courbure de la face de la Porte en A b' B, comme il suit.

AVANT élevé sur ED prolongée, une verticale DV, par un point D pris à volonté, on fera l'angle du complément du Talud VDE, puis on mènera par tous les points des divisions du cintre primitif 1, 2, 3, 4, des horizontales, qui couperont la ligne VD aux points v^1, v^2 , & le profil du Talud FD, aux points $f^1 f^2$ F, qui donneront les reculemens, sçavoir VF pour le milieu de la clef, $v^2 f^2$ pour les lits de dessus des deuxième & quatrième Vouffoirs, & $v^1 f^1$ pour les premier & cinquième, & de même f^3 & f^4 pour l'extrados.

IL faut remarquer que les longueurs de ces reculemens diminue-



roient, si le cintre primitif avoit été pris sur un plan incliné au Talud, au lieu du plan vertical que nous supposons ; car alors il faudroit porter la longueur DV en DY, sur FD, & tirer Yy parallèle à FV ; on voit que le reculement du milieu FV est plus grand que le même pris en Yy , ainsi des autres reculemens correspondans aux divisions 1, 2, 3, 4, des joins de tête, comme il a été dit au Tome II. en parlant des Voutes simples de face en Talud.

On portera ensuite tous ces reculemens du Talud sur une ligne AL, qu'on fera perpendiculaire à l'arc AXB, qui est une portion de la base de la Tour, concave, en sorte que cette ligne AL étant prolongée, passe par le centre C' de la Tour, si elle est circulaire, ou que cette ligne soit perpendiculaire à la tangente en A, si cette base est elliptique ; ainsi l'on portera VF en AL, V^2f^2 en A 2", V^1f^1 en A 1", & par ces points 1" 2" L, on tracera des arcs concentriques à l'arc AXB, qui couperont les projections des joins de lit aux points z^1, z^2, z^3, z^4 , par lesquels on tracera à la main la courbe A b' B, qui fera la projection horizontale de l'arête de rencontre du mur en Talud avec la doële du berceau que l'on cherche, laquelle projection est suffisante pour tailler la Porte par *Equarrissement*, ce qui est le plus convenable & le plus commode.

On peut aussi operer par le moyen des panneaux flexibles, mais sans autre avantage, que celui de pouvoir faire les têtes exactement égales en œuvre, parce qu'il faut que la surface conique concave, ou convexe de la partie de la Tour que comprend chaque Vouffoir, soit faite par la voye de l'équarrissement, avant que de pouvoir y appliquer le panneau pliant, dont on doit tracer le contour.

Nous avons fait remarquer ailleurs que la méthode du Pere Deran & après lui de Mr. de la Ruë, de former le développement de la base du cône n'étoit pas convenable à la pratique, parce que l'extrême longueur du rayon de l'arc de cercle, qui doit exprimer ce développement, la rend d'une exécution très embarrassante, & ordinairement defectueuse, auquel cas il faut avoir recours à notre Probl. huitième, du troisième Livre.

Il s'agit de trouver le contour *dme*, (fig. 58.) moins concave que KXO, de la base de la Tour creuse ; mais qui en soit le développement, sur lequel arc il faut prendre la partie *amb*, égale au contour de l'arc AB, de la base de la Porte ; pour cet effet il faut faire CF perpendiculaire sur CS, & égale au rayon C' A, de la base de la Tour, auquel on ajoutera le plus grand reculement f^6V^6 de l'extrados de la

M ij

Fig. 58.
Fig. 59.

fig. 59, puis faisant l'angl CF d égal à celui du Talud donné, on prolongera le talud FD ou Fd , jusqu'à ce qu'il rencontre l'axe CS en S , où sera le centre des arcs de développement, qui doivent passer par toutes les hauteurs des divisions de la Porte, ainsi l'arc dme sera celui du pied de la Tour, sur lequel on prendra par petites parties une longueur amb , égale à l'arc AXB , du pied de la Tour; c'est le Trait des Auteurs citez.

POUR montrer l'inconvenient, l'embarras & le peu de conséquence de cette operation.

SUPPOSONS un cas très ordinaire, qui est celui d'un arondissement de contrescarpe de dix toises de rayon, & un fixième de talud, le rayon de secteur du développement aura environ 61 toises, c'est-à-dire 366 piéds, avec laquelle longueur il faut faire un limbleau pour tracer l'arc demandé pour la base de la Porte, qui est ordinairement très petite, dans le cas dont nous parlons, mais qui ne feroit encore rien quand on la suposeroit de la grandeur d'une Porte-cochere; de sorte que suposant qu'on veuille s'affujeter à la minutie de ce développement, on trouvera qu'un arc dont la corde ne peut être tout au plus que de 8 piéds, ne differera pas sensiblement de sa corde.

EN ce cas on n'a rien de mieux à faire que de chercher trois points de cet arc par le Probl. VIII. du troisième Livre, & ensuite le tracer sans le secours du centre par le Probl. I. du deuxième Livre; mais il faut avouer qu'à moins que la Tour ne fût d'un fort petit diametre, & la Porte très grande à son égard, ce seroit s'amuser à la bagatelle.

Fig. 60 & 61. CET arc de base développée, sera un peu concave à la Tour creuse, comme la moitié dac , de la fig. 60, & convexe à la Tour ronde, comme à la moitié Cbe de la fig. 61.

DU milieu de cet arc, on décrira le cintre primitif abb , qu'on décrira en ses Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, mais de ces points, on n'abaissera pas des aplombs suivant l'usage ordinaire, on tirera des lignes au centre de l'arc de développement, comme $1b^1$, $2b^2$, &c. qui seront convergentes; on en fera de même pour les points d'extrados 5, 6, &c. lesquelles lignes resserreront aussi cette espece de projection à la Tour creuse, & l'élargiront à la Tour ronde, comme on voit aux fig. 60 & 61; & comme le centre, où il faut tirer ces lignes, sera sans doute hors de la place où l'on tracera l'épure, il faudra avoir recours au Probl. I. du troisième Livre; ainsi on se donne bien des operations, sans aucun avantage, qu'une régularité de division des

Vouffoirs en œuvre, qu'on trouve à très peu près par la voye de l'équarrissement.

CETTE élévation de face déployée étant faite, on tirera du centre C, de la Tour, une ligne AL, avec laquelle on fera l'angle du talud T l, & l'on portera sur la ligne AT les longueurs des lignes 1 b¹, 2 b², &c. aux points A f¹, A f², & par les points f¹, f², on abaissera des perpendiculaires sur AL, qui la couperont aux points u¹, u², par lesquels on tracera des arcs concentriques à la Tour, qui couperont les fausses projections tirées par les points b¹, b², C^u, &c. de la fig. 60, comme on a fait à la fig. 59, en supposant le cintre primitif de la figure 60 ou 61; placez en D b E de la figure 59, & l'épure sera achevée.

Application du Trait sur la Pierre par Equarrissement.

AVANT dressé un parement *a b c d*, fig. 62, de supposition horizontale, par exemple, pour former le Vouffoir de la seconde assise, qui passe par les points 1, 2, du cintre primitif, on en dressera un second à l'équerre du premier, qui sera donc supposé aplomb comme *b c e f*, & l'on en fera un troisième *e f g h*, jaugé au premier à la hauteur totale *6 n*. Fig. 59.
62.

Puis on levera un panneau sur la projection *q² t² t¹ k d⁵ q²*, on l'appliquera sur le premier lit horizontal pour en tracer le contour, qui fera un Pentagone irrégulier & mixte.

On prendra ensuite la retombée *1 g* de la fig. 59, qu'on portera au premier lit quarrément à l'arête *b c*, en *t¹ 1¹*, de la fig. 62, & la hauteur *2 g* de la même retombée, au dessus de la même arête *b c* en *2 2¹*, pour tracer la ligne *2 2¹*; ensuite on abattra la pierre entre ces deux lignes *t¹, 1¹* & *2 2¹* en portion de doële creuse cylindrique, par le moyen d'une cerche formée sur l'arc *1 2¹*, de l'arc-Droit de la fig. 59.

On posera ensuite le même panneau du lit de dessous au lit de dessus pour y tracer l'arc *t¹ t²*, de la portion de l'arête de la Porte, & par le moyen d'un autre panneau, on tracera l'arc circulaire *i t⁶*, qui n'est pas parallèle à *t¹ t²*.

On abattra la pierre quarrément, suivant l'arc *t¹ t²*, tracé au lit de dessus, & par cette opération on formera une portion cylindrique verticale, qui coupera l'horizontale qu'on vient de faire suivant l'arête inclinée,

qui répond à celle de l'arc 1' 2' de l'élevation, en cet état la tête du Vouffoir feroit faite, si la face n'avoit pas de talud, mais comme il y en a suivant l'arc circulaire tracé au lit de dessus *116*, il faut abattre la pierre à la règle entre cet arc *116*, & l'arête déjà faite pour former la surface conique en talud, enfin avec les biveaux mixtes de lit, & de doële 1' 2' 6', pris à l'arc-Droit pour le lit de dessus, & 2' 1' 5', pour celui de dessous, on achevera la pierre, faisant le joint *11* K aplomb, suivant la ligne du panneau, qui a été tirée du centre C de la Tour, & la pierre fera achevée, comme elle est représentée à la Fig. 63.

Fig. 63.

J'AI entré ici dans un grand détail de la coupe, & de l'aplication du Trait, parce qu'il s'agit d'un ouvrage qui est très fréquent dans les Fortifications, où les Portes des Galeries de Mines sont ordinairement percées dans les arondissemens des contrescarpes, où il convient qu'elles soient d'une direction biaise pour dévoyer la Galerie de dessous la capitale, contre ce qu'ont pratiqué certains Directeurs, peu dignes de l'être, qui ont suivi autant qu'ils ont pu la direction de la Capitale; or je sçai que bien des gens qui ne sçavent point la coupe des pierres, & qui ne sont pas rares, se sont trouvez très embarrassés pour l'exécution de ces Portes, & n'en sont venus à bout qu'en traçant les Vouffoirs sur les cintres, & les descendant & remontant à plusieurs reprises, pour les présenter & ragréer, travail inutile & long, qu'on s'épargne quand on sçait s'y prendre; il arrive même souvent que dans ces tâtonemens, on coupe, c'est-à-dire, on gâte la pierre en pure perte; de sorte qu'il faut en prendre une autre, & recommencer; alors on sent qu'un Ingenieur a besoin de sçavoir la coupe des pierres.

Aplication du Trait par Panneaux.

Pour faire usage des panneaux, il faut les tracer sur une matiere flexible comme du carton, & faire une portion de surface conique de la Tour, suivant la projection du reculement des arcs concentriques de la même Tour, comme *111* 1', *112* 2', & appliquer sur cette partie le panneau de tête du Vouffoir demandé, tel qu'il est tracé aux fig. 60 ou 61, pour les Tours creuses, ou rondes; en quoi l'on voit que cette pratique, dont j'ai fait voir l'embarras ne donne aucun avantage sur celle de l'équarrissement, puisque pour faire cette portion de surface conique, il faut en prendre le bas inférieure & supérieure, comme on a fait au Trait par équarrissement, & qu'enfin si l'on veut se piquer d'exactitude, il ne faut pas (suivant l'usage des Auteurs) faire les joins de tête en ligne droite, puisqu'ils sont les développemens des arcs de quelqu'une des sections coniques, lesquels développemens sur

la surface du cône sont toujours des lignes courbes ; ainsi le meilleur est de faire ces sortes de Portes , par la première méthode de l'équarrissement.

Deuxième Situation du Berceau à l'égard du Cône, lorsque le Berceau est incliné à l'horison.

En termes de l'Art,

Descente Droite ou biaise en Tour ronde, ou creuse & en Talud.

Nous avons choisi pour exemple dans le Trait précédent la Tour creuse, ici nous choisirons la Tour ronde, & la Porte biaise.

Il est clair, par ce que nous avons dit ci-devant, qu'on peut prendre le cintre primitif en six endroits differens. 1°. Sur un plan vertical situé de deux manieres, ou perpendiculaire à la direction horisontale de la descente. 2°. Ou biais à cette direction, suivant l'obliquité de la corde AB, de l'arc horisontal de la Tour que la Baye de la Porte comprend. 3°. Sur un plan incliné situé aussi de deux manieres, ou à l'arc-Droit qui est perpendiculaire au plan de la rampe de la descente, par conséquent incliné à l'horison. 4°. Ou sur la corde AB dans un plan incliné, suivant le talud de la Tour. 5°. On pourroit compter une cinquième position, qui seroit sur un plan perpendiculaire à la direction horisontale par sa base ; mais incliné suivant le talud de la Tour. 6°. Enfin on peut former le cintre primitif sur la surface du cône développée en surface plane, pour pouvoir faire les divisions des Voussoirs exactement égales, comme il a été dit au Trait précédent.

Nous choisissons ici la plus simple, & la plus convenable pour la pratique, qui est de faire le cintre primitif sur la corde AB, ou ce qui revient au même sur la tangente IN, qui lui est parallele & égale en DE sur un plan vertical.

Soit (fig. 64.) l'arc OBA, une portion de la base de la Tour, & le quadrilatere mixte IABK, la projection horisontale de la descente dans la Tour, laquelle Porte est ici biaise, parce que la direction de son milieu CM ne passe pas par le centre C' de la Tour. PL. 81.
Fig. 64.

Il en est ici comme aux descentes biaises simples, on peut faire l'arc de face de niveau ou rampant ; suposant qu'on veuille le faire de

niveau, on menera par le point K du piédroit qui avance le plus une ligne KL parallèle à AB, qui coupera le piédroit AI, prolongé en L.

On fera ensuite le profil de la Tour & de la rampe, pour celui de la Tour on fera l'angle LAS, égal à celui du talud donné, comme au cinquième ou sixième de la hauteur, & pour celui de la rampe, on fera l'angle ALF égal à celui du complément de la descente, dont le côté LF coupera le côté AS de la Tour en F, par où on menera une horizontale FG, pour la position des impostes de l'arc de face, où il faut trouver le point G de l'imposte, qui répond au point B du plan horizontal.

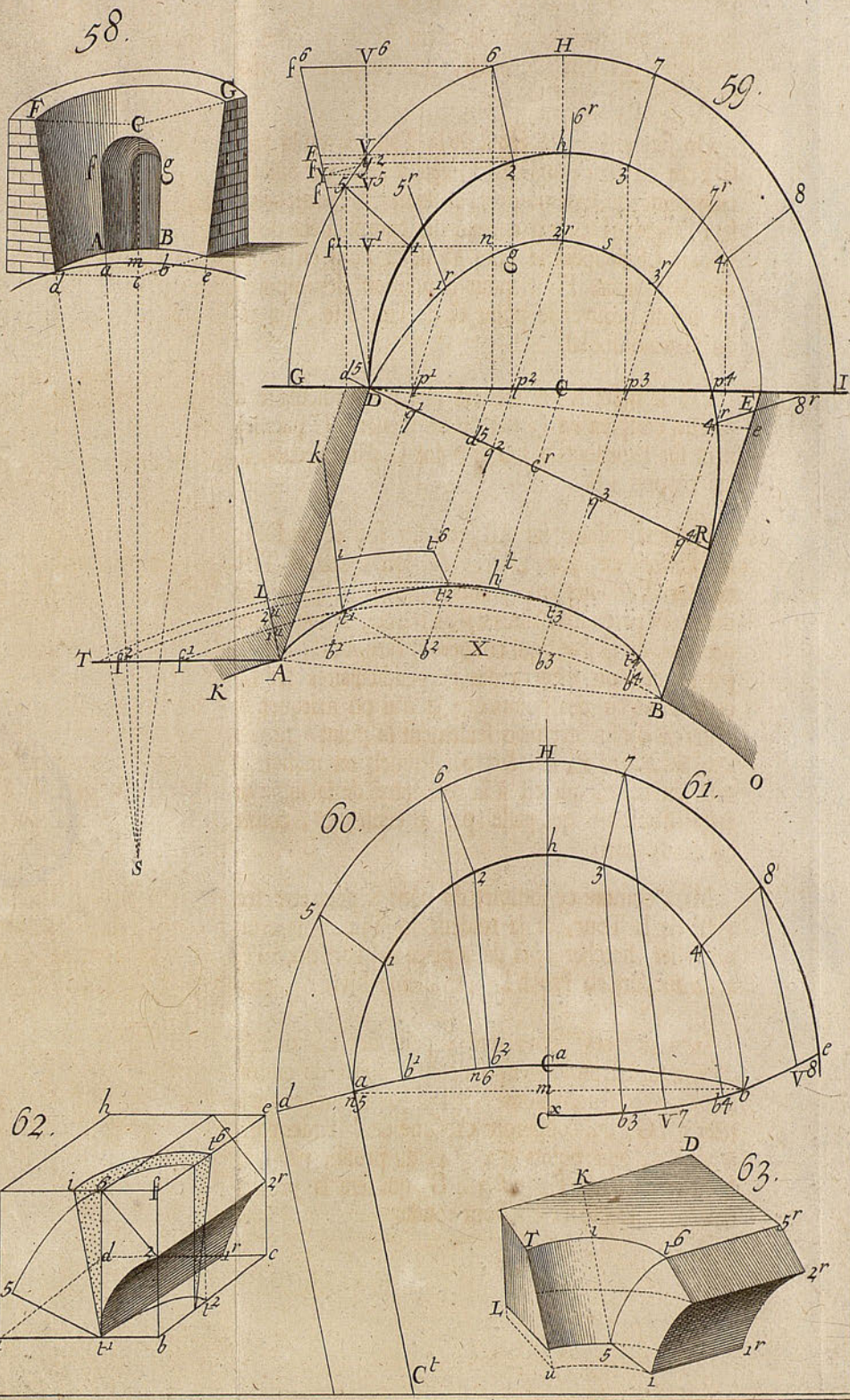
PAR le point K on menera une perpendiculaire sur AL prolongée, qu'elle coupera en k, par où on menera kG parallèle à LF, qui donnera sur l'horizontale FG le point G d'intersection, où fera l'imposte qui répond à B.

ON fera ensuite sur AB, ou sur son égale DE comme diamètre, le cintre de face D^hE, & son extrados THN; l'ayant divisé en ses Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaissera sur ce diamètre des perpendiculaires 1 p¹, 2 p², &c. & ensuite on fera les projections des joins de lit p¹ q¹, qui couperont l'arc ACB, aux points o¹, o², o³, o⁴, par lesquels on menera des perpendiculaires sur LA, qui couperont cette ligne en des points que je n'ai pû marquer dans la figure pour éviter la confusion; mais seulement le point b provenant de B, j'appellerai les autres b¹, b², &c, par lesquels on menera des lignes au sommet du cône, qui est à la rencontre de la ligne du talud AS, avec celle d'aplomb qui passe par le centre C, comme on le voit à la figure 65 en S.

MAIS comme ce sommet du cône S peut être très loin selon la largeur de la Tour, & la roideur du Talud, il feroit fort incommode de l'aller chercher hors de la place où l'on trace l'épure; alors il faut avoir recours au Probl. I. du troisième Livre, page 286.

SUPPOSANT ces lignes que j'appelle des b S tirées sur le Profil; on décrira sur GF prolongée pour base la moitié du cintre primitif CD^h en c D^h b¹, avec ses divisions 1⁴, 2³, par lesquelles on menera des parallèles à FG, qui couperont chacune deux lignes correspondantes b¹ S, b² S, aux points 1² 3⁴, du profil, par lesquels on tracera à la main la courbe F 1² b 3⁴ G, qui fera la projection verticale de la face de descente sur la Tour ronde.

Présentement



PRESENTEMENT il faut faire le profil de la même descente en dedans sur la Tour creuse, lequel sera beaucoup plus facile, parce qu'on ne lui suppose point de talud dans l'intérieur concave.

AYANT tiré les projections des joins de lit à l'ordinaire $p^1 q^1, p^2 q^2, \&c.$ qui couperont l'arc concave lmK aux points n^1, n^2, n^3, n^4 , on mènera par ces points des Verticales, & par les points de profil de l'arc de face des inclinées parallèles à la rampe LF , qui couperont ces Verticales aux points i, v^1, v^2, v^3, v^4, k , par où on mènera à la main une courbe qui fera la projection verticale de l'arc de face concave, lequel sera rampant de la hauteur Ii ,

L'INTERVALE des deux projections de face ronde, c'est-à-dire convexe, & de face creuse, c'est-à-dire concave, donnera les longueurs des joins de lits, qu'on ne peut trouver sur le plan horizontal, où elles sont raccourcies par la projection; c'est pourquoi nous n'avons pas commencé par faire la projection horizontale des arêtes des arcs de face extérieure & intérieure.

LA projection de l'arc de face creuse en dedans est donnée à l'arc lmK , parce qu'elle est supposée sans Talud.

POUR faire celle de l'arc de face extérieure qui est en Talud, il faut prendre pour rayon la longueur $C'F$, qui est la distance de l'axe au côté du Cône sur une horizontale, & du centre C' de la Tour, tracer un arc de cercle qui coupera le piédroit IA en F , & le piédroit KB en G , où seront les réculemens Af, Bg , que donne la hauteur F de la descente sur la base de la Tour, de même avec la longueur $C'I$ pour rayon, & du centre C' , on tracera un arc qui coupera les projections $p^1 q^1, p^4 q^4$, aux points $1^1 4^1$, ainsi du reste.

LA même pratique qui a servi à faire les profils de l'arête de la doële avec la face & la projection horizontale, servira à faire le profil de l'Extrados $N^1 8^1 7^1 H^1$ comme la figure le montre, & sa projection horizontale $P^1 8^1 7^1 6^1 5^1 4^1$.

IL ne reste plus que l'arc-Droit à tracer de la manière qui a été expliquée au tome précédent, en parlant des Voutes en berceaux, simples, biaises & en descentes, que je vas répéter pour ne pas y renvoyer le Lecteur, avec une petite variété de construction.

PAR un point L pris à volonté sur la ligne de rampe LF , on lui tirera une perpendiculaire Lb' , qui coupera l'autre ligne Gk en r , & les projections en profil des joins de lit $1 1^1, 2 2^1, \&c.$ prolongées

aux points $R^1 R^4 R^2 R^3$, les milieux m^r , $m^1 m^2$ de ces points, seront ceux des abscisses du demi diamètre de l'arc-Droit, dont les ordonnées se prendront sur une même ligne tracée au plan horizontal.

AYANT porté la différence Lr des impostes en kR , on tirera KR qui coupera les projections horizontales des joins de lit aux points q^1 , q^2 , m , q^3 , q^4 , les longueurs $m q^2$, $m q^1$, $m R$ feront les ordonnées que l'on cherche, lesquelles parce que l'arc-Droit est rampant, ne doivent pas être à angle-Droit avec le demi diamètre $m^r b^r$ incliné, qui est cependant dans un plan vertical, mais on aura seulement l'angle qu'elles doivent faire avec Lb .

Du point m^r milieu de Lr pour centre, & de l'intervalle mR ou mK pour rayon, on fera de part & d'autre des arcs de cercles kG en L^r & FL prolongée en k^r , la ligne $k^r L^r$ fera le diamètre rampant auquel les autres ordonnées passant par m^1 , m^2 , seront parallèles & égales à $m q^1$, $m q^2$, & l'arc-Droit sera fait passant par $k^r b^r L^r$.

DANS les traits des Voutes simples nous avons donné la maniere de tracer les cintres de niveau & rampans des facées de descente & de montée, parce que nous les avons supposés planes; ici nous n'en faisons pas de même, parce que ces faces étant à double courbure, une projection verticale n'en marqueroit pas le véritable contour, ainsi elle deviendrait inutile pour la pratique.

L'ARC-DROIT, les projections horizontales & verticales étant tracé, on aura tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux si on opere par leur moyen, ou bien pour appliquer le Trait sur la pierre par équarrissement, comme on a fait au Trait précédent, dont celui-ci ne diffère qu'en ce que le berceau est en descente, au lieu que l'autre étoit supposé de niveau.

Si l'on opere par panneaux on peut en trouver toutes les mesures au profil & à l'arc-Droit.

CEUX de doële qui seront des trapezes mixtes, auront pour distance de leurs côtes parallèles la longueur de la corde de l'arc-Droit, & pour longueurs des côtes celles des joins de lit compris entre les deux profils des faces, mais pour avoir des points des courbes convexes de tête de descente, & concave de tête de montée, il faudra les chercher en sous-divisant les arcs des têtes du cintre primitif 1², 2³, &c. ce qu'on n'a pas fait ici pour ne pas trop enbroûiller le Trait.

Les panneaux de lit seront de même des trapezes mixtes composez des joins de lit pris au profil, & de l'intervale de la doële & de l'extrados, dont les avances des têtes sont données au même profil comme celles des joins de doële.

Aplication du Trait sur la Pierre.

POUR tailler les Voussoirs de cette Voute à la face de descente, avec facilité & justesse, il faut operer partie par panneau de doële, & partie par équarrissement de tête, parce que à la tête l'arête de doële & de face est une courbe à double courbure, & que celles des joins y sont des courbes planes des sections coniques, toutes lesquelles courbes se forment exactement sans les connoître par le moyen de l'équarrissement.

POUR y parvenir il faut une petite préparation dans la projection horizontale, qui est de tirer par le point de l'arc & de l'arête inferieure avec le joint du Voussoir qu'on se propose de faire, une ligne droite au centre de la Tour C', laquelle coupera l'arc circulaire concentrique qui passe par l'angle de la même arête avec le lit superieur.

SUPPOSANT par exemple qu'on veuille faire le second Voussoir, on tirera par le point 2' une ligne au centre C', qui coupera l'arc de cercle passant par les points 1' & 4' au point z, ou ce qui revient au même & qui est plus convenable :

ON tirera par le point 1' la ligne 1' C' qui coupera l'arc de cercle concentrique, passant par les points 2' 3' au point X, la ligne 1' X ou 2' z servira comme on le dira ci-après.

ON fera encore une petite préparation à l'élévation, qui est de tirer par l'angle 2³ le plus haut une horizontale 2³ X, & une verticale par le plus bas 1⁴ V, qui coupera l'horizontale au point X.

AYANT dressé un parement pour servir de doële plate, on y appliquera le panneau 1^d 2^d n² n' fait comme à toutes les épures précédentes par le moyen des longueurs des côtez donnez au profil, & leur position à l'égard d'une directrice DB^d prise au profil en G d ou ailleurs ; il n'importe.

Le contour du panneau étant tracé, on aura les quatre angles du Voussoir, mais non pas les courbes des têtes.

ON prendra avec la fausse équerre l'angle de rampe & d'aplomb k GV, puis du point 2³ pour centre & de l'intervale 2' X pris au plan

N ij

horizontal, on décrira un arc sur la tête ébauchée, puis avec le biveau de l'angle $\angle GV$ on abattra la pierre pour y faire une plumée qui fera un côté de cylindre, au-dedans de laquelle & à la hauteur donnée à l'élevation 14 X. On fera un trou d'environ un pouce de profondeur pour y placer la longueur de la petite ligne 1' X, comme on voit à la figure † au haut de la planche 81, enforte que le point 1^e soit toujours distant du point 2 de l'intervalle dont nous venons de parler 2' X.

PAR ce moyen on aura trois points de la surface conique de la Tour dont les deux 1 1^e sont sur un côté, enforte qu'on y peut appliquer la règle & prolonger ce côté tant qu'on veut.

SECONDEMENT on a les deux points 2 & X sur une section plane parallèle à la base du Cône, par conséquent si l'on prend sur le côté IX prolongé un point à volonté comme a , on pourra en trouver un second y en prenant le reculement du Talud a T sur le côté cylindrique donné par le biveau en 1' Y du plan horizontal, sur la droite 1' c', & tirant par le point Y une parallèle à X 2', qui coupera la ligne 2' c' au point y .

Si l'on dégauchit les quatre points donnez a 2 & a y par le Prob. I. du 2^e tome, on aura la position du point y sur le côté du cône tronqué de la Tour, & par conséquent on pourra exactement enformer la surface, comme nous l'avons dit, pour les portions de cône au commencement du même tome; sçavoir, en appliquant la règle sur les points 2 & y , qui sont sur le côté du cône, & appuyant la cerche qui est donnée à l'arc 2' 3' du plan horizontal, sur les points 2, X de la figure †, & la cerche de l'arc Y y aussi donnée au plan horizontal par un arc de cercle concentrique au précédent, sur les points a , y , pour y former un arc parallèle à la base & au précédent 2 X, ainsi l'on formera exactement la surface conique de telle grandeur qu'on voudra, tant en hauteur qu'en largeur.

LA formation de cette surface donnera déjà un des contours de l'arête de doële & de tête qui est conique, & la formation de l'arc cylindrique qu'on creusera à l'ordinaire pour la doële du berceau en descente déterminera & formera comme par hazard l'arête à double courbure que l'on se propose de faire.

LA doële étant formée il sera aisé de former les courbes des joins de tête 1' 8, 2' 7, à la même surface conique de la Tour, parce qu'en abattant la pierre à l'ordinaire avec les biveaux de lit & de doële,

on formera de même ces joins de tête courbe 1^o 8^o, 2^o 7^o, par une espece de hazard, sans s'embarrasser s'ils sont Elliptiques, paraboliques ou hyperboliques; & cependant par une opération qui est très exacte en elle-même.

Explication Démonstrative.

Si l'on suppose plusieurs plans verticaux passans par les joins de lit de la descente, il est clair que leurs sections à la surface de la Tour en Talud qui est un vrai cône tronqué, seront toutes des hyperboles dont les sommets sont déterminez aux points b^1 , b^2 , b^3 de la fig. 65. où ces plans verticaux qui ne sont représentés en élévation que par des lignes droites, coupent le côté de la Tour L prolongé en S. Fig. 65.

Si l'on décrit ensuite l'arc de cercle LD qui est la base de la Tour, & qu'on prolonge les mêmes lignes qui représentent les plans dont nous parlons, elles couperont cette base aux points 1, 2, 3, &c. qui détermineront l'amplitude de chaque hyperbole.

On a donc deux choses données pour décrire chaque hyperbole, qui ne fussent pas en general, mais qui fussent ici, parce que le cône est donné, par conséquent leur centre le fera, qui est la troisième donnée nécessaire pour la déterminer.

CELA supposé si l'on examine notre construction, on reconnoitra qu'elle est la même que celle que nous avons donnée au second Livre pag. 236. parce que les divisions des Voussloirs en profil 1^o, 2^o, &c. donnent des hauteurs de plans horizontaux qui coupent l'axe du cône en C^1 , C^2 , &c. & le côté du cône AS en f^1 , f^2 , 7^o, par conséquent qui déterminent les rayons des cercles des différentes sections parallèles à la base f g, 1^o 4^o, 2^o 3^o.

Or le contour de l'hyperbole formée par le plan vertical correspondant à la division de chaque Voussloir, coupe ce cercle en un point qui est commun aux deux sections, donc ce sera aux points 1^o 2^o &c. provenans des divisions 1^o 2^o du cintre primitif, ce qu'il est facile de concevoir pour peu qu'on donne d'attention à la fig. 65. où l'on a tracé dans la moitié de l'élévation LSC les sections verticales en profil, & dans la moitié CSO les demies hyperboles en élévation, où leurs sommets f^1 , f^2 , &c. sont déterminez par les horizontales menées des sommets du profil b , b^2 .

PAR le moyen des points trouvez à la projection horizontale de l'arête de la porte en descente avec la Tour, on a trouvé d'autres points

de la projection verticale de la même arête, ce qui marque qu'elle est à double courbure.

QUANT à la courbe de l'arête de la même descente avec la surface concave de la Tour, il est aisé de voir qu'elle est toute représentée en projection horizontale par l'arc IK, parce que la surface intérieure étant à plomb, cet arc représente toutes les sections horizontales qu'on peut faire à différentes hauteurs.

Ces hauteurs ne sont plus les mêmes qu'à la face $b^e D^e$, parce que les joins de lit sont inclinez en descente, mais elles seront toujours déterminées par l'intersection des verticales élevées sur les points v^1 , v^2 , &c. avec les profils des joins de lit, ce qui donne pour la projection verticale de cette arête, la courbe $k u^4 u^3 i u^2 u^1 n$, qui détermine toutes les longueurs des joins de lit qu'il falloit trouver avec leurs positions respectives d'avances & de réculement nécessaires pour former les panneaux.

Troisième situation du Cylindre à l'égard du Cône.

DE LA RENCONTRE DES VOUTES Coniques avec les Corps cylindriques verticaux.

Nous venons de parler de la pénétration des cylindres dans les cônes, ici par l'inverse nous traitons de celle des cônes dans les cylindres, ce qui renferme plusieurs cas de variations accidentelles, qui ne changent rien au fond de la construction; mais cependant qui constituent des différences de noms de Voutes.

PREMIEREMENT l'axe du cône peut être horizontal ou incliné, ce qui fait la trompe ou voute en canoniere de niveau ou rampante.

SECONDEMENT cet axe peut être perpendiculaire à la corde de l'arc de la Tour où la Voute conique se termine, ce qui fait la trompe droite, ou il peut être oblique à cette corde, ce qui lui donne le nom de biaise.

TROISIEMEMENT dans ce qui concerne la Tour, elle peut être creuse, c'est-à-dire concave, ou ronde, c'est-à-dire convexe.

ENTIN la concavité ou convexité de la Tour que la Voute ou Trompe rachete, peut être un arc d'un petit nombre de degrés, ce qui n'a pas de nom particulier, ou d'un demi cercle entier, ce qui en donne un nouveau qui est celui de *Trompe de Montpellier*.

Nous avons parlé ailleurs de la différence des noms de Trompe & de Canoniere ; le premier signifie le demi cône entier, & le second une Voute en demi cône tronqué.

Tous ces cas peuvent être réduits à deux, l'un des Voutes coniques où l'axe est horizontal, l'autre de celles où il est rampant, parce que le plus ou le moins de concavité ou de convexité de la Tour ne produit d'autre changement qu'à la longueur des joins de tête ; la convexité les augmente depuis l'imposte jusques vers la clef, & la concavité au contraire les diminue aux mêmes endroits.

SECONDEMENT la variation du biais ne produit qu'une inégalité de longueur de ces joins de la droite à la gauche.

ENFIN la Trompe & la Canoniere ne differe en rien pour la construction, car si l'on ôte le trompillon d'une trompe, le reste peut être appelé Voute en canoniere, c'est-à-dire une portion de cône tronqué.

PROBLEME IV.

Faire une Voute conique dans une Tour à plomb.

LA Tour peut être ronde ou creuse, & la Voute horizontale par son axe & par le diamètre de son cintre de face qui est à double courbure.

PREMIERE ESPECE,

où les impostes sont de niveau.

CANONIERE,

ou Trompe en Tour creuse.

Pl. 82.

Fig. 67.

Soit (fig. 67.) l'angle rentrant ASB dans lequel on veut construire une Voute conique, dont les piédroits AS, BS sont égaux & de niveau, soit ADB l'arc concave qui est la projection de la Tour creuse, dont la surface retranche par sa rencontre la partie BDAB du cône droit, & forme pour l'arête de face une courbe à double courbure.

POUR parvenir à sa formation on peut opérer comme nous l'avons dit au troisième Livre, par addition ou par soustraction, c'est-à-dire que l'on peut prendre le cintre primitif de la Trompe sur la base extérieure du cône AB qui est toute hors de cette Voute, & après l'avoir supposée pleine, en retrancher le partie du vuide, où bien la supposer coupée par un plan vertical perpendiculaire à son axe comme en GF, & ajouter à ce cône droit la partie mixte restante pour atteindre à la Tour creuse GADBFD.

Nous choisirons ici la voye de l'addition comme la plus simple.

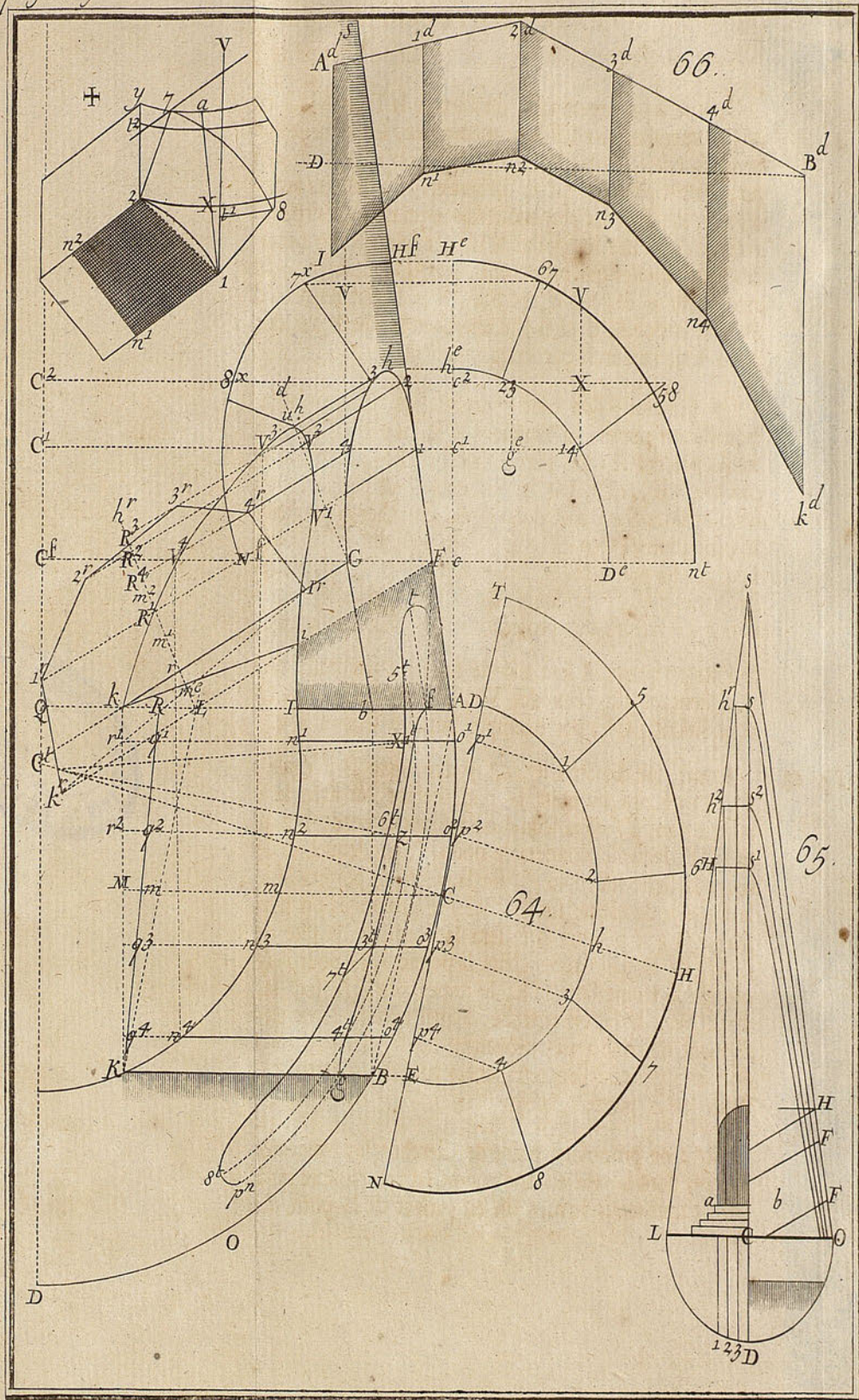
On tirera par le point D, où l'arc de la Tour ADB coupe l'axe SC, une perpendiculaire GF à ce même axe, sur laquelle comme diamètre compris entre les piédroits SA, SB, on décrira un demi cercle GbF pour cintre primitif, qu'on divisera en ses Vouffoirs aux points 1. 2 &c. d'où on abaissera des perpendiculaires qui donneront par leur intersection avec ce diamètre les points KL, par lesquels on tirera du sommet S des lignes droites qui couperont l'arc ADB de la projection de la Tour aux points z^1 z^2 , les lignes Sz^1 , Sz^2 feront les projections des joins de lit à la doële, dont il faut chercher la valeur par des profils, parce qu'ils sont racourcis par cette représentation.

On prendra si l'on veut pour base de ces profils la ligne fB , sur laquelle on portera la longueur fK en Sk , fL en Sl pour élever sur les points k & l des perpendiculaires k^2 , l^1 qu'on fera égales aux à plombs $2K$, $1L$; par les points k^2 l^1 & par le sommet S on tirera les indéfinies Sn^1 , Sn^2 dont il faut chercher la longueur; l'on portera la projection fz^2 en SN , & fz^1 en LM sur la base de profil fB , ensuite par les points N, M on élèvera des perpendiculaires qui couperont les lignes f^2 f^1 prolongées aux points n & m , les lignes fn & fm seront les valeurs des projections des joins de lit qu'on cherche.

PRESENTEMENT il sera aisé de faire les panneaux de doële plate en commençant par celui des Vouffoirs de la Trompe Droite qui est le cône inscrit fGF , par exemple pour le second 1. 2.

Fig. 68. AYANT tiré à part (fig. 68.) une ligne $f^d F$ égale à fF de la fig. 67. on décrira du point f^d pour centre, & avec la même fF pour rayon, l'arc Ff dans lequel on inscrira la corde 1 2 du cintre primitif GbF, laquelle donnera le point f , par lequel & le point f^d , on tirera la ligne indéfinie f^s , sur laquelle on portera la longueur $f^d l$ de la fig. 67. de même sur le côté $f^d F$ prolongé, on portera la longueur fm en $f^d k^2$, la ligne $k^2 l^1$ fera la corde de la tête de la doële plate $f^d kl$, de laquelle retranchant la pointe $f^d r$ pour l'espace donné qu'occupe le trompillon STR, le trapezoïde $rk^2 l^1$ sera le panneau de la doële plate que l'on cherche, lequel excède le creux de la Tour d'un segment d'Ellipse $k^2 o l^1$ provenant du segment de cercle de la projection $z^2 o z^1$, que l'on retranchera comme il sera dit à l'application du Trait sur la pierre.

Nous ne proposons point de chercher les panneaux de lit de cette Voute, dont la tête est une courbe en arc d'Ellipse qu'on pourroit trouver comme nous l'avons dit en parlant de la porte en Tour creuse; parce



parce que nous pouvons nous en passer par une voye d'équarrissement par laquelle on les forme, sans qu'il soit nécessaire de les connoître.

IL reste seulement à trouver les biveaux de lit & de doële, & ceux de doële & de tête, de la même maniere que nous l'avons dit au second Tome, en parlant de la trompe Droite & de la trompe plate.

Application du Trait sur la Pierre

APRES avoir formé un parement pour servir de doële plate, on y appliquera le panneau de celle du Vouffoir qu'on se propose de faire pour en tracer le contour, par exemple, celui qui est dans une partie de la fig. 68. $t k^n l^m r$.

PUIS avec le biveau de doële & de tête, on abattra la pierre pour former une seconde surface plane, qui sera un pan de la Tour creuse, qu'on suppose premierement circonscrite à un prisme de plusieurs côtez.

ON fera ensuite à part (fig. f.) un triangle rectangle $1 2$, avec trois lignes données, sçavoir, la corde de la projection de la tête $z^2 z^1$; la difference des hauteurs des extrémités des joins prise au profil, qui sera $n n^2$ qu'on aura en menant pas le point le plus bas m^1 , une parallele à la base BS, & la troisième qui sera l'hypotenuse de ce triangle, sera égale à la ligne $k^n l^m$.

CETTE préparation étant faite, on prendra avec la fausse équerre l'angle $1 2 n$, & l'on posera une de ses branches sur l'arête de la tête plate $1 2$, l'autre donnera une ligne d'aplomb $n 2$ sur le parement de tête plate; par la même maniere avec l'ouverture de l'angle $2 1 m$ supplément du précédent, on tracera une seconde ligne d'aplomb $n 2$, sur laquelle on portera la hauteur $2 n$ en $1 m$, pour tirer la ligne $2 m$, à laquelle on tirera une parallele $n o$ à hauteur $2 n$, prise à volonté, cependant le plus loin que la pierre pourra le permettre.

ON levera ensuite une cerche convexe sur l'arc concave B $z^1 z^2$, suivant laquelle on creusera deux pluviées sur les lignes $2 m$, $n o$, par le moyen desquelles on formera un parement creux à la règle, comme il a été dit pour tout segment de cylindre & doële de berceau, lequel parement sera celui de la Tour creuse.

PRESENTEMENT il ne s'agit plus que d'abattre les lits avec les biveaux de lit & de doële, comme aux Voutes coniques ordinaires à la règle, la section de la surface plane du lit avec ce parement formera une tête

de joint de lit en arc Elliptique, sans qu'on en ait connu auparavant la courbure, & le Vouffoir sera achevé à la tête supérieure : l'inférieure du côté du trompillon se fera comme à toutes les Trompes.

ON a dessiné à la fig. 69. une embrasure dans un flanc concave, dont la construction est la même que celle de la Trompe en Tour creuse.

SECONDE ESPECE,

De la Trompe en Tour ronde, & en particulier de la Trompe de Montpellier.

Fig. 70. LA construction de la Trompe en Tour creuse dont nous venons de parler, conduit facilement par une opération contraire à celle de la Trompe en Tour ronde, & comme celle de Montpellier est la plus convexe qu'il est possible de faire (comme on peut le voir à la fig. 70. où elle est représentée en perspective) : nous en donnerons le Trait pour exemple.

Fig. 67. SOIT (fig. 67.) l'angle BSA celui des piédroits, sur lesquels on veut faire une trompe, que nous supposons égaux ; ayant tiré par leurs extrémités A, B, une ligne droite, on la fera servir de diamètre à un demi cercle AEB, qu'on tracera à deux fins, l'une pour exprimer la faillie de la Tour ronde dont il est la projection, l'autre pour servir de cintre primitif à la construction de la trompe, dont il représente la section verticale du cône droit, coupé par la ligne AB.

AYANT divisé ce demi cercle en ses Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaissera à l'ordinaire les perpendiculaires 1 p^1 , 2 p^2 , &c. sur le diamètre AB, pour avoir la projection de ces divisions aux points p^1 p^2 , par lesquels, & par le sommet S de la trompe, on tirera des lignes qui couperont le même arc BEA, considéré comme projection de la Tour aux points Q^1 Q^2 ; les lignes SQ SQ² feront les projections des joins de lit.

IL faut présentement chercher la valeur de ces projections, de la même manière que nous avons fait pour la Tour creuse, par le moyen d'un profil pour chacune, dont on prendra la base sur SA prolongée pour la commodité.

ON transportera les projections des joins de lit comprises seulement dans le cône droit sur une base prise à volonté, par exemple SA, por-

tant $f p^1$ en $f o^1$, $f p^2$ en $f o^2$, & $f C$ en $f a$, puis on élèvera sur tous les points $a o^2 o^1$ des perpendiculaires sur $f A$, qu'on fera égales aux hauteurs des retombées du cintre primitif, ſçavoir $ab = CE$, $o^2 f^2 = 2 p^2$, $o^1 f^1 = 1 p^1$, & par les points b, f^2, f^1 , & le ſommet f , on tirera des lignes indéfinies $f b^e$, $f 2^x$, $S 1^x$, dont il faut trouver la terminaiſon aux points $b^e 2^x 1^x$.

ON portera les projections totales des joins de lit $f Q^1$, $f Q^2$, $f E$ en $f q$, $f o$, $f E$, & par les points $Q o e$ on élèvera ſur la baſe $f e$ des perpendiculaires qui couperont les profils des joins de lit aux points demandez $b^e 2^x 1^x$, les lignes $f b^e$, $f 2^x$, $f 1^x$ feront la valeur des joins de lit à la doële.

Avec ces longueurs des joins, on peut bien faire comme au Trait précédent, un panneau de doële plate triangulaire $f^d 2^d 1^d$ de la fig. 68. qui fera la valeur de celui de la projection $f Q^1 Q^2$, de la fig. 67. mais comme il reſte encore au dehors un ſegment de cercle $Q^1 1 Q^2$, qui eſt la projection d'une partie de la Tour ronde, il faut en ajouter la valeur au panneau triangulaire de la fig. 68. ce que l'on peut faire de deux manieres.

PREMIEREMENT en changeant l'arc de cercle $Q^1 1 Q^2$ en arc Elliptique, dont on trouvera pluſieurs points par le Probl. IX du 2. Livre page 147.

SECONDEMENT par une autre maniere, qui facilite l'exécution; on inſcrira ce ſegment de cercle dans un angle formé par deux tangentes, pour changer la face de la Tour ronde cylindrique en priſmatique à pluſieurs pans.

ON tirera du centre C aux points $Q^1 Q^2$ des rayons $C Q^1$, $C Q^2$, auxquels on tirera des perpendiculaires $Q^1 T$, $Q^2 T$, qui ſe couperont en T , & feront des tangentes du ſegment $Q^1 1 Q^2$.

Si le cintre primitif AEB eſt circulaire, ces lignes ſeront égales entre elles; mais ſi il étoit ſur-hauſſé ou ſur-baiſſé, elles ſeroient inégales dans le raport des diametres conjugez, & ne ſeroient plus perpendiculaires aux lignes $C Q^1$, $C Q^2$; en ce cas pour tirer ces tangentes, il faut avoir recours au Probl. 3. du 2. Livre.

POUR trouver la valeur de ces tangentes, il faut chercher celle de la ligne $f T$, qui donnera le point x de leur rencontre à la figure 68. comme cette ligne coupe le diametre AB en y à la fig. 67. on lui élèvera une perpendiculaire $y x^e$, qui coupera la corde 1^2 au point x^e .

ON portera ensuite la longueur fy en fY sur la base SA des profils, & on lui fera une perpendiculaire YX égale à la hauteur $y x^e$, par les points S & X . On tirera l'indéfinie ft^* , qui sera terminée au point T^* par une verticale $t T^*$, provenant du point T de la projection horizontale fT portée en ft ; la ligne fT^* fera la valeur de la ligne fT que l'on cherche.

POUR placer cette ligne dans le panneau de la fig. 68. on tirera la corde $b^2 b^1$, sur laquelle on portera du point b^2 la longueur $x^e 2$ du cintre primitif en $b^2 y$; on tirera par les points $f d$ & y la ligne $f^1 x$ égale à fT^* de la fig. 67. qui donnera le point x de la fig. 68; si l'on tire de ce point les lignes $x 1^d$, $x 2^d$, le trapezoïde $f^1 1^d x 2^d$ fera le panneau de la doële plate que l'on cherche, duquel on retranchera pour le trompillon le triangle $t f^d r$, suivant la longueur donnée fT^a de la fig. 67.

IL faut présentement, comme à la trompe précédente, chercher les biveaux de doële & de tête, pour donner à cette doële plate l'inclinaison qu'elle doit avoir, avec les plans de la Tour circonscrits à la surface de la Tour ronde qu'on se propose de faire, & comme il y en a deux pour une seule tête de Vouffoir, suivant les lignes de projection $Q_1 T$, $Q_2 T$, il faut aussi deux biveaux differens, qu'on trouvera de la même manière qu'il a été dit pour la trompe plate Tome 2. page 80. & pour la trompe droite, page 210.

Application du Trait sur la pierre.

CE que nous avons dit de l'application du Trait de la trompe précédente en Tour creusée, sur la pierre peut servir ici pour la Tour ronde, avec cette difference qu'ici chaque Vouffoir étant terminé à la tête par deux surfaces, il faut y doubler l'opération, en prenant pour chaque pan une hauteur $V T^*$ ou $T^* q^2$, qui soit la difference des angles de la tête du Vouffoir, pour en former le côté vertical d'un triangle rectangle $q^1 V T^*$, qui donnera les angles du biveau de la tête du Vouffoir $1^d x$ ou $x 2^d$, avec l'arête des pans, laquelle est représentée à la projection par le point T , comme l'angle obtus $q^1 T^* r$ de la fig. sur le chiffre 70. ou son supplément à deux droits $T^* q^1 O$, pour tracer sur chaque pan une horizontale OT^* , comme on a fait au Trait précédent, pour avoir 2 m, ou n.o à la fig. †, sur lesquelles horizontales on posera la cerche concave formée sur l'arc convexe AE , qui doit servir à former la surface convexe de la Tour ronde.

de la même manière qu'on a formé la concave de la Tour creuse, où l'on voit que nous supposons qu'on a formé les surfaces des pans par le moyen des biveaux de doële & de tête,

La portion de surface convexe de la Tour que doit occuper la tête du Vouffoir étant formée, on abattra la pierre avec les biveaux de lit & de doële pour former les lits, dont les sections avec cette surface cylindrique formeront des joints de tête en arcs Elliptiques, sans le secours des panneaux de lit, & cependant fort exactement, quoique par une espèce de hazard sans connoître ces arcs.

Il ne reste plus à présent qu'à creuser la doële avec les cerches convexes formées sur les arcs des têtes du côté du trompillon, & sur un plus grand à la tête supérieure; mais comme cette tête n'est pas plane, on ne peut y tracer un arc de cercle ou d'Ellipse comme aux trompes à face plane, c'est pourquoi nous allons donner une manière d'y poser un biveau mixte, dans une situation qui soit verticale lorsque le Vouffoir fera mis en place; par conséquent dont l'arc de doële puisse être pris sur le cintre primitif AEB.

AYANT tiré le joint de tête $2^{\circ}7$, on prendra dans ce joint un point 7° à volonté, duquel on abaissera une perpendiculaire $7^{\circ}9$ sur le diamètre AB; on portera la longueur $S9$ en Sd sur SA, & par d on élèvera sur la même une verticale $d7^{\circ}$ égale à $9^{\circ}7$, & par les points S & 7° , on tirera la ligne $S7^{\circ}$.

On formera ensuite un triangle $S7^{\circ}f^{\circ}$ avec les trois lignes données $S7^{\circ}$, Sf° & $2^{\circ}7$; l'angle $Sf^{\circ}7^{\circ}$ fera celui du biveau que l'on cherche, dont on mettra un des bras sur l'arête du lit & de la doële, l'autre donnera sur le lit une ligne $f^{\circ}7^{\circ}$, qui sera verticale en œuvre, suivant laquelle on posera la branche droite du biveau mixte $1^{\circ}2^{\circ}7^{\circ}$, qui aura été formé au cintre primitif sur l'arc $1^{\circ}2^{\circ}$, pour la branche courbe, & le joint $2^{\circ}7$ pour la branche droite.

Il faut encore observer que la branche courbe doit être dirigée vers l'arête opposée, de manière qu'elle fasse des angles égaux avec celle du lit de dessus & celle du lit de dessous, ce que l'on peut faire sans peine lorsque la branche convexe du biveau est exactement égale à l'arc $1^{\circ}2^{\circ}$, parce qu'alors il n'y a qu'à la tenir de manière que l'angle d'un côté & le bout de l'autre soient posés sur les côtes opposés de la doële.

PAR le moyen de la plumée qu'on fera avec ce biveau, & l'arc de tête du trompillon, on formera la doële conique à la règle, comme nous l'avons dit au commencement du quatrième Livre, & cette sur-

face rencontrant celle de la Tour ronde qu'elle pénètre, formera la courbe à double courbure de l'arête de face, sans qu'il soit nécessaire d'en faire le développement pour en former un panneau flexible, comme font les Auteurs des Livres de la coupe des pierres, ce qui n'est ni moins exact, ni moins expéditif & plus commode.

L'AVANTAGE que l'on a encore dans cette construction est qu'elle peut toujours avoir lieu de quelque courbure Elliptique, sur-haussée ou sur-baissée que puisse être le cintre primitif.

Explication Démonstrative.

POUR réduire la Voute dont il s'agit à la régularité d'un cône Droit, proprement dit, lorsque le cintre primitif est circulaire ou droit, sur une base Elliptique lorsqu'il est sur-haussé ou sur-baissé : nous avons décrit ce cintre sur un plan supposé perpendiculaire au triangle par l'axe du cône ASB, qui doit être supposé en situation verticale, & nous avons supposé d'autres plans verticaux passans par les divisions des joins de lit, comme aux Voutes coniques ordinaires, auxquels nous avons ajouté l'excès compris dans le segment AEB, qui représente une portion de cylindre, suivant les principes que nous avons donné au 3. Livre page 306. pour la formation des figures irrégulières, par l'inscription ou la circonscription des régulières.

POUR faire sentir l'avantage de l'inscription plutôt que de la circonscription, il n'y a qu'à faire remarquer que par ce moyen nous avons trouvé dans les lits un moyen de placer la branche du biveau mixte qui sert à creuser la doële, ce qu'on n'auroit pû faire après que la surface de la Tour ronde a été formée, parce qu'alors la place du cintre primitif auroit été enlevée.

ON voit que dans ce Trait nous avons levé deux biveaux de plus qu'aux trompes coniques ordinaires, où l'on n'a besoin que de biveaux de lit & de doële, & de tête & de doële.

ICI nous en avons formé un troisième pour la position du biveau mixte, pour suppléer à l'arc qu'on décrit sur les têtes planes, parce que celles-ci sont courbes.

Et enfin un quatrième biveau pour tracer une ligne horizontale sur chaque pan de la Tour ronde inscrite dans un prisme, afin de pouvoir nous servir de l'arc horizontal de la projection ou base de la Tour.

SECOND CAS.

*De la Trompe conique rampante, en Tour ronde
ou creuse.*

LA difference de ce Trait au précédent consiste 1°. en ce que les impostes de la trompe ne sont pas dans un même plan horizontal comme dans la précédente ; mais l'une est horizontale & l'autre inclinée à l'horison. 2°. Que son axe est aussi incliné à l'horison, d'où il suit que le diametre de toutes les sections verticales par des plans perpendiculaires à la direction horizontale de cet axe, sont aussi inclinées à l'horison ; ainsi la courbe de l'arête de la doële, avec la face du Trait précédent est la rencontre d'un cône droit dont l'axe est horizontale avec un cylindre vertical, & celle-ci est la rencontre d'un cône scalene de base Elliptique avec un cylindre vertical, ce qui fait si peu de changement à la construction qu'on auroit pu en renvoyer le détail à la précédente, si l'une ne servoit d'éclaircissement pour l'autre ; car il faut avouer que ces sortes de Traits sont assez composez pour embarrasser le Lecteur, & demander une grande contention d'esprit à ceux qui ne sont pas encore bien au fait.

SOIT donc (fig. 71.) ASB l'angle rentrant, dans lequel on doit construire une trompe rampante en Tour ronde, telle qu'elle est représentée en perspective à la fig. 75. Pl. 83.
Fig. 71.

AVANT divisé l'angle ASB en deux également par la ligne SH, qui coupera la projection du diametre AB en deux également en M, on prendra sur cette ligne SM, prolongée s'il le faut, le centre de la Tour vers S, si elle est convexe, ou tout au plus jusqu'en M, comme à la trompe de Montpellier rampante, & vers H si elle est concave, selon que l'arc ADB fera grand ou petit, ou qu'il sera donné par la fleche DM ; on a supposé ici le centre de la Tour en S pour plus grande simplicité du Trait.

LA ligne SD sera la direction horizontale de l'axe de la trompe & sa projection, d'où il suit qu'elle sera plus courte que cet axe qui est incliné à l'horison.

SUR AB comme base de l'élevation de la face qui sera représentée renversée pour la commodité de l'épure ; on élèvera en B la perpendiculaire BR, égale à la hauteur du point B de l'imposte rampante SB, au-dessus du point A de l'autre imposte de niveau, & l'on

tirera la ligne AR, qui sera la ligne de rampe de l'arc de face représentée au plan horizontal par la ligne AB.

ON prendra ensuite sur sc prolongée la longueur cH égale à MA, ou plus ou moins grande pour demi diamètre conjugué à AR, & par les points AHR on décrira la demie Ellipse AHR, qui sera le cintre primitif; on le divisera en ses Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, en sorte que la clef, c'est-à-dire la corde H 4, soit de niveau autant qu'il est possible.

CETTE préparation qui est particulière à la trompe rampante étant faite, le reste se fera de la même manière que nous l'avons dit du Trait précédent, avec cette seule différence qu'au lieu de prendre les hauteurs des divisions du cintre primitif sur son diamètre rampant AR, on les prendra plus bas sur sa projection horizontale AB, aux perpendiculaires d_1, e_2, f_3, g_4 , qui comprennent outre les ordonnées au diamètre $4r^4, 3r^3, 2r^2$, les hauteurs des points r^1, r^2 , &c. sur l'horizontale BA, de sorte que l'on doit considérer la figure mixte AHRB comme le cintre primitif composé d'une demie Ellipse AHR, & du triangle de rampe ARB.

COMME les lettres de la figure de la projection horizontale sont relatives à celles des profils, il sera aisé d'y reconnoître la construction du Trait précédent, sans qu'il soit nécessaire de la répéter.

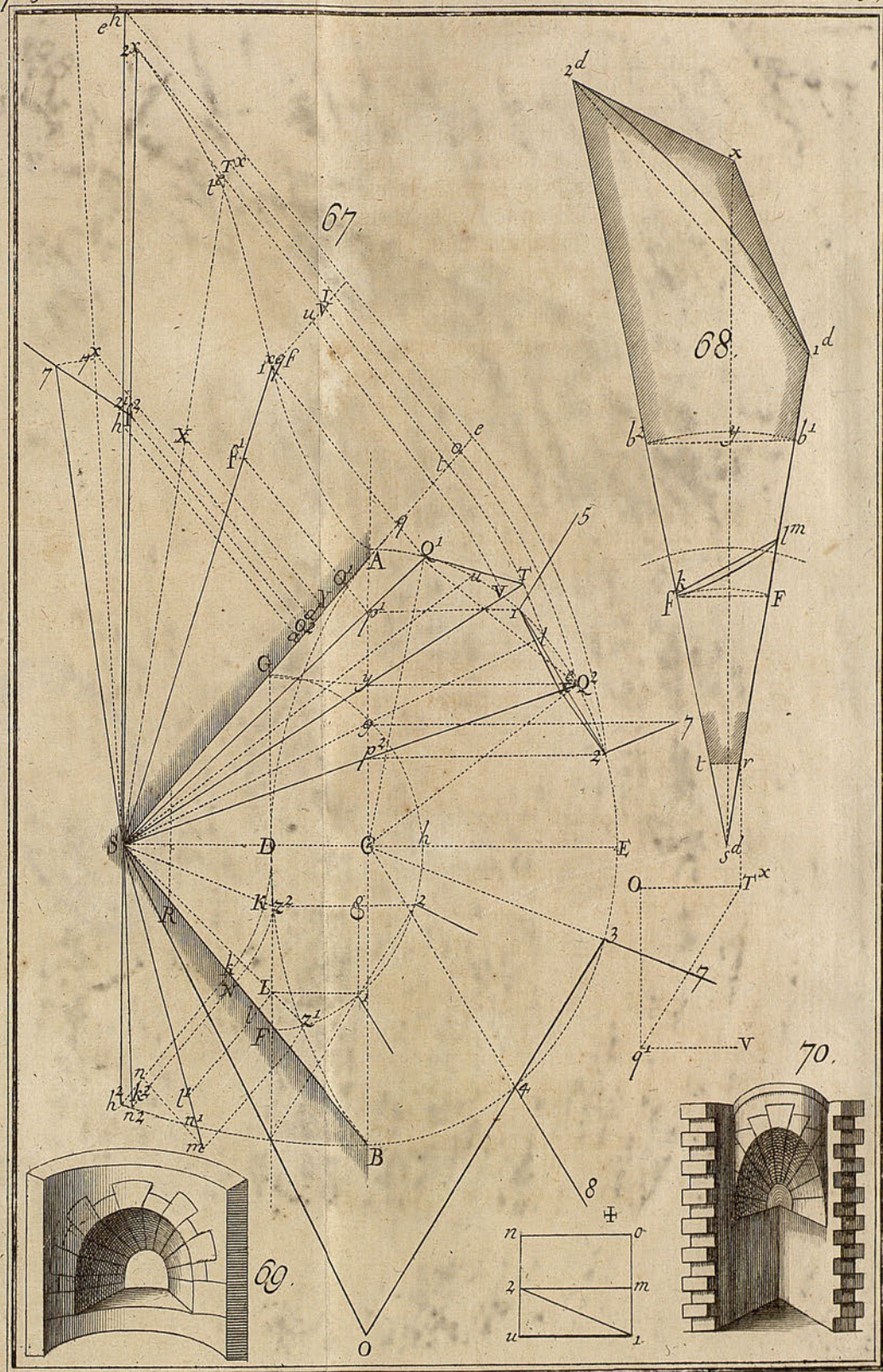
ON a tracé à la fig. 72. un panneau de doële plate du 3^e. Vouffoir, dont la projection horizontale est le triangle mixte fQ^2yQ^3 inscrit dans le trapezoïde fQ^2TQ^3 , où la ligne fT^* est la valeur de la ligne ST de la fig. 71.

ON a aussi tracé à la fig. 73. le triangle fNf_3 , qui donne l'angle f_3N , pour placer le bras droit du biveau mixte du lit & de la doële formé au cintre primitif sur l'angle mixte n_3l_2 , comme on a fait à la fig. 67. en ff^270 .

ENFIN on a exprimé à la fig. 74. la manière de tracer des horizontales sur les pans $2u$ & un_3 , comme on a fait au Trait précédent au dessus du chiffre 70. & plus bas à la fig. † pour le même sujet. On remarquera seulement ici qu'à cause de l'inégalité de la rampe les pans à l'arête de la doële plate sont fort inégalement inclinez, ce qui n'arrive pas à celle de la trompe précédente.

Remarque sur cette Construction.

SUIVANT la méthode de la réduction des corps ronds en polyédres,



on se passe des panneaux de développement dont se servent le P. Deran & M. de la Ruë, lesquels panneaux ne peuvent presque servir qu'à vérifier en partie ce qui a déjà été fait, car puisqu'ils sont faits sur des matières flexibles comme du carton, des lames de plomb, &c. pour pouvoir être appliquez sur des surfaces courbes, ils les supposent déjà faites, ce qui est cependant une partie de la question, puisqu'on cherche premièrement le moyen de les faire pour y tracer l'arête de rencontre de la Voute conique.

TROISIEME CAS.

De la Trompe Conique rampante par son axe & par ses impostes, dont la base est renversée en situation horizontale ou inclinée, rattachant une Tour creuse.

PREMIERE supposition, que la base du cône renversée est de niveau, PL. 84. représentée en perspective à la fig. 76.

Fig. 76,
& 78.

SOIT (fig. 78.) l'angle rentrant ASB, dans lequel on veut former une trompe renversée, qui serve de support à une Tour creuse AMB, dont la base est de niveau, au lieu que dans les cas précédens elle étoit aplomb cintrée.

AYANT divisé l'angle ASB en deux également par la diagonale SC; on prendra sur cette ligne le point C, pour centre de la Tour creuse en tel endroit qui convient à sa grandeur; & de ce point C, on mènera des perpendiculaires CA, CB aux côtes de l'angle donné SA, SB, pour y inscrire l'arc de base de la Tour creuse AMB, lequel étant divisé en Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, on mènera par ces points des lignes droites au sommet de l'angle S, lesquels 1 S, 2 S, &c. feront les projections des joins de lit à la doële de la trompe.

ON décrira de même d'un point *c* pris à volonté sur la diagonale SC, un arc *fg*, terminé aussi par des perpendiculaires *fc*, *gc*, aux côtes des murs AS BS.

PRESENTEMENT pour avoir les véritables longueurs des joins de lit à la doële, on fera, comme à l'ordinaire, un profil pour chacun, mais dont la hauteur doit être commune à tous les Vouffoirs, au lieu que dans les autres elle étoit inégale à chaque Vouffoir.

CETTE hauteur SH est arbitraire, mais il est visible que plus elle sera grande à l'égard de l'horizontale du fond SM, plus la trompe aura de force pour soutenir la Tour.

ON élèvera sur AS, si l'on veut prendre cette ligne pour base de profil, la perpendiculaire SH, de la hauteur dont on voudra que la base de la trompe soit élevée au dessus du point S de sa naissance, qui est le sommet du cône, & par le point H, on menera HÆ parallèle & égale à AS, & l'on tirera la droite SÆ, qui fera la longueur d'un imposte, & son inclinaison le long du mur; ensuite on transportera la longueur S 1 en S d, & l'on menera D d parallèle à SH. On portera de même la longueur S 2 en S e, & l'on tirera aussi e E parallèle à SH, puis l'on menera par le sommet S les lignes SE, SD, qui feront les longueurs des joins de lit en doële.

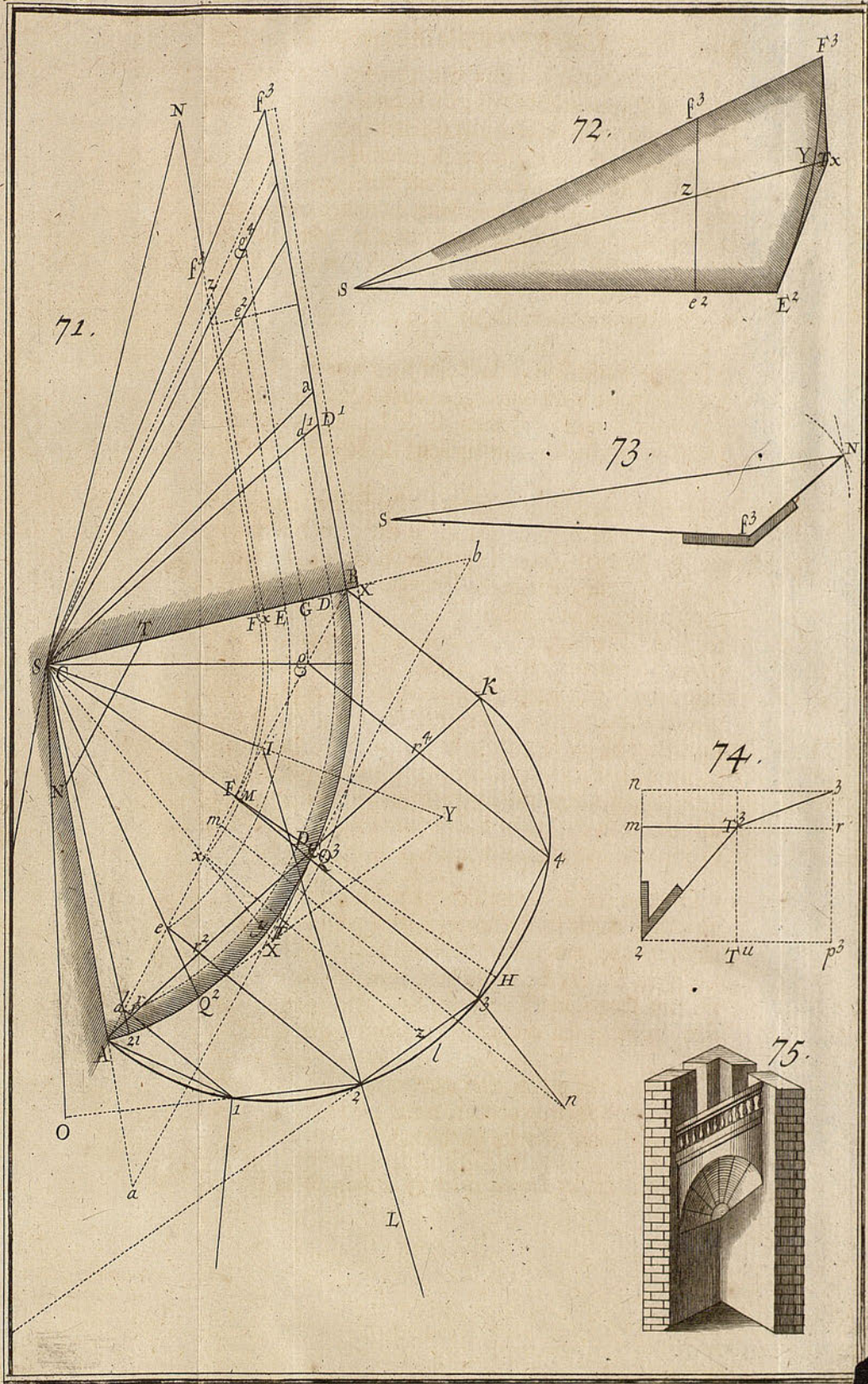
POUR le trompillon, du point f on menera f F parallèle à AÆ, & par le point F où cette ligne coupe SÆ, on menera FK parallèle à S e, qui donnera les points G & I pour les angles des têtes des Vouffoirs apuyez sur le trompillon, & l'épure sera tracée.

- Fig. 78. LES *panneaux de doële* se feront, à l'ordinaire, de deux joins de lit à la doële, & de la corde de l'arc de tête, dont on formera un triangle, par exemple, pour le premier Vouffoir, on portera à part, fig. 82. la longueur du joint de l'imposte SÆ en f^d, puis du point f pour centre, & de l'intervalle SD de la fig. 78. on fera un arc en r^d, & de l'intervalle de la corde A 1, pour rayon, & du point c^d pour centre, on fera un arc qui coupera le précédent au point 1^d, & l'on aura pour le premier panneau de doële le triangle f ω^d 1^d, dont on retranchera, pour l'espace qu'occupe le trompillon, le triangle f f^d g^d, en portant SF de la fig. 78. en S f^d de la fig. 82. & SG de la fig. 78. en S g^d de la fig. 82. ainsi des autres Vouffoirs dont on a mis ici en façon de développement, les panneaux de doële de suite, par où l'on voit que celui du milieu de la trompe, qui est la clef, est isoscele f 2^d 3^d, ainsi que la projection S 2 3 de la fig. 78.

LES *panneaux de lit* sont donnez par le profil en y ajoutant un angle droit pour le parement creux de la portion de Tour, qui s'appuie sur la trompe, tels sont les triangles SÆH, SDH, SEH, dont les angles en Æ, D, E, sont aigus, mais qui deviennent obtus, en y ajoutant l'angle droit; de sorte que l'angle SÆH se change en SÆV, ainsi des autres qui deviennent de plus en plus obtus.

A l'égard des petites têtes inférieures, il faudra prendre garde qu'elles ne soient pas trop obtuses, parce que l'arête du trompillon deviendrait trop foible vers les impostes.

ON formera les *Biveaux de tête* & de doële, & de lit & de doële, sui-



vant la regle generale, en cherchant les sections de la doële avec l'horifon, de la tête avec l'horifon & du lit avec l'horifon.

PAR exemple, pour le biveau de doële & de lit du second Vouffoir $S\ 1\ 2$; il est clair que la corde $1\ 2$, que l'on suppose dans un plan horizontal ASB , est la section de la doële avec l'horifon, mais non pas celle qui passe par le sommet du cône S ; ainsi en menant par ce point S , une parallele $S\ o$, indéfinie à la corde $2\ 1$ ou $3\ 4$, cette ligne $s\ o$ fera la section de la doële avec l'horifon au plan horizontal de la projection. Il est encore clair, par les exemples des Voutes coniques ordinaires, que l'intersection des lits doit se faire suivant la diagonale $S\ c$, qui est la projection de l'axe du cône ; ainsi l'on a tout ce qui est nécessaire pour trouver ce biveau.

POUR le 3^e. lit, par exemple, on prolongera la projection $S\ 3$ vers X . On élèvera au point 3 , la perpendiculaire $3\ 3^b$ égale à $e\ E$ ou SH ; on tirera $S\ 3^b$, à laquelle on fera $3^b\ L$ perpendiculaire, qui rencontrera SX au point L , par lequel on tirera la perpendiculaire $o\ R^o$, jusqu'à l'intersection de la ligne $S\ o$, & de la diagonale SC ; on portera $L\ 3^b$ en LX , d'où on tirera les droites $X\ o$, XR^o , prolongeant cette dernière vers y ; l'angle $o\ X\ y$ fera celui sur lequel on doit former le biveau de lit & de doële du joint qui passe par $S\ 3$.

Aplication du Trait sur la Pierre.

AVANT dressé un parement, on y appliquera le panneau de doële ; & avec le biveau de lit & de doële on abattra la pierre en angle obtus ; sur ce second parement on appliquera le panneau de lit qui lui convient, lequel donnera la position des joins de tête, entre lesquels on abattra la pierre pour former la tête de face creuse, par le moyen d'une cerche tracée sur l'arc AMB , posée d'équerre sur le parement creux & de niveau, ce qui se fera en la posant d'équerre aux arêtes des joins de tête.

A l'égard de la tête du côté du trompillon, on la fera ou parallele à la premiere, ou perpendiculaire au joint de lit, alors elle devient conique concave, & le lit de dessus du trompillon conique convexe.

Si au lieu des biveaux de lit & de doële, on vouloit se servir de ceux de tête & de doële, il n'y auroit qu'à élever sur un point 4 , par exemple, de la corde $4\ 3$, pris à volonté, une perpendiculaire $4\ T$ prolongée jusqu'à la rencontre du plan de la doële avec l'horifon à la ligne $S\ o$, & prendre sur cette corde $4\ 3$, prolongée en z , la ligne $4\ z$, égale à la hauteur $4D$, & tirez $z\ T$, l'angle $T\ z\ u$ sera celui du

biveau de tête & de doële, avec lequel on peut se passer de celui de lit & de doële pour tracer la pierre, comme dans le cas précédent de la trompe rampante.

Explication Démonstrative.

Fig. 77.

POUR se former une idée nette & Géométrique de cette espece de trompe, il faut jeter les yeux sur la fig. 77. où est représenté un cône scalene renversé $anbmS$, dont la moitié $SmabS$ sert de support à une portion cylindrique def ; mais comme ce demi cône & ce demi cylindre sont dans le vuide, il n'en reste que les surfaces adhérentes au massif de pierre compris & soutenu par les murs qui forment l'angle rentrant abb , avec lesquels il commence à faire corps depuis les impostes Sa & Sb .

LE profil ou section de ce massif, passant par l'angle des murs, & le côté le plus court du cône sm , est le triangle bms .

CELA supposé, il sera facile d'expliquer la construction de la trompe, car en supposant les lignes des impostes ou naissances Sa , Sb , en situation horizontale au lieu de l'inclinée, on reconnoîtra que cette trompe peut être considérée comme une trompe conique de direction Droite & de face inclinée en Talud beaucoup plus grand que celle dont il est parlé au second Tome, page 230. laquelle face étant couchée de niveau, devient la base d'une portion de Tour creuse de beaucoup ou de peu de hauteur, quand ce ne seroit que le socle d'un balcon. Il est même de nécessité indispensable que la naissance de cette Tour soit unie, & ne fasse qu'un corps avec la doële conique, parce que l'arête de la doële de la trompe, avec cette face renversée, deviendroit trop aiguë, pour avoir la force nécessaire à l'usage de servir de support.

IL faut encore observer que la même jonction de la trompe, avec la base de la Tour creuse, se doit aussi faire dans les lits qu'il faut prolonger de la trompe à la Tour, ce que l'on peut faire de deux manieres, ou en continuant la même surface du lit, auquel cas elle occupe la base de la Tour obliquement par des joins inclinez, qui sont des portions d'Ellipses, ou en faisant un angle dans le lit pour reprendre la direction verticale du joint montant de la Tour, ce que l'on peut faire facilement en se retournant d'équerre sur les bouts des cordes de l'arc horizontal amb ; mais alors si l'on veut donner aux pierres de la Tour la coupe qui leur est naturelle, on ne le peut qu'en faisant un reffaut du lit au joint montant.

IL nous reste à rendre raison de la pratique qu'on vient de donner, *Fig. 78.* pour trouver le biveau de doële conique & de tête cylindrique. Il faut relever par la pensée, le triangle rectangle $T4z$, en situation verticale sur le plan horizontal OSB, en le faisant mouvoir autour de son côté $T4$ immobile dans ce plan jusqu'à ce qu'il lui devienne perpendiculaire; en cet état la ligne $4u$ sera une verticale dans le plan $4zT$, lequel est par conséquent aussi vertical; or parce que la ligne $T4$ est, par la construction, perpendiculaire à la ligne $4'3$, qui est l'intersection d'un plan horizontal, dans lequel est la base du cône renversé, avec le plan incliné de la doële plate, passant par la corde $4'3$; il suit que les lignes Tz & $z4$ sont perpendiculaires à cette commune section $4'3$, dont leur ouverture est l'angle d'inclinaison des plans de la doële plate conique, & d'une autre plane circonscrite à la cylindrique verticale passant par la même corde, parce qu'on a pris le supplément à deux droits Tzu , ce qu'il falloit démontrer.

*Seconde Espece de Trompe renversée,
lorsque la Tête est rampante.*

SUPPOSANT la même projection horizontale que pour la trompe renversée de niveau, & la même inclinaison d'une imposte SÆ, nous nous servirons de la fig. 78. à laquelle nous ajouterons la partie 79. qui est nécessaire pour trouver les ralongemens des joins de lit.

AYANT tiré la corde AB de l'arc donné AMB, on élèvera au point A la perpendiculaire AR, égale à la hauteur où la trompe doit monter depuis le point B jusques sur A, & l'on tirera la ligne de rampe BR ensuite par les points 1, 2, 3, 4, des divisions des Vouffoirs sur l'arc horizontal AMB, on mènera des perpendiculaires à la corde AB, prolongées jusqu'à la ligne de rampe BR, comme $4n$, $3p$, $2q$, $1r$, & par les points n , p , q , r , on mènera des perpendiculaires à la ligne de rampe $n2^4$, $p2^3$, $Q2^2$, $r2^1$, sur lesquelles on portera les longueurs $N4$, $P3$, $q2$, $R1$, qui donneront les points 2^1 , 2^2 , 2^3 , 2^4 , par lesquels on tracera l'arc Elliptique BmR , qui sera la base inclinée de la trompe rampante, sur laquelle s'élèvera sa tête ou face en Tour creuse, si l'on veut, ou en Voute hélicoïde.

MAIS dans cette dernière construction il faut y faire un changement dont nous parlerons à la fin de ce Livre. Nous considérerons seulement ici cette base comme plane; je veux dire, dont le contour est dans un plan incliné.

AYANT prolongé indéfiniment les lignes des hauteurs $A\mathcal{A}$, dD , eE , qui étoient toutes égales dans la trompe précédente ; on portera sur chacune la hauteur que la rampe y ajoute, ſçavoir ; sur $A\mathcal{A}$, la hauteur AR du point \mathcal{A} en a^2 , sur dD , la hauteur Rr du point D en d^2 , la hauteur Qq de E en e^2 , la hauteur Pp de E en 3^2 , & la hauteur Nn de D en 4^2 .

LES lignes Sa^2 , Sd^2 , Se^2 , $S3^2$, $S4^2$, $S\mathcal{A}$ feront les vraies longueurs des joins de lit, depuis le ſommet S , dont on retranchera celles du trompillon $E\gamma F$, qui eſt tout d'une piece, & dont la tête fera proportionnelle & parallèle à la baſe inclinée de la trompe.

PRESENTEMENT ſi l'on veut faire les panneaux de doële plate & ſon développement, on le peut commodément dans la même figure ; ſur SA prolongée, ayant pris Sb^2 égal à $S\mathcal{A}$, pour baſe du triangle de la doële du premier Vouſſoir, du point S pour centre, & de l'intervalle $S4^2$, longueur du ſecond joint pour rayon ; on décrira un arc de cercle $4^2 4^2$, & du point b^2 pour centre, & de l'intervalle $B2^2$ ou $a2^2$, corde du premier arc, on décrira un arc $1^2 4^2$, qui coupera le précédent au point 4^2 ; de même faiſant du point 3^2 D un arc avec le rayon $f3^2$, & du point 4^2 pour centre, un autre avec la corde $2^2 2^2$, ou ce qui eſt la même choſe $2^2 2^3$ pour rayon ; on fera un arc qui coupera le précédent au point D , le triangle $SD4^2$ fera le ſecond panneau de doële plate, ainſi des autres de fuite, comme la figure le montre depuis le point b^2 juſqu'en A^2 .

LES biveaux de lit & de doële, & ceux de doële & de tête ſe trouveront, comme aux trompes coniques, rampantes, dont la face eſt verticale en faiſant un cintre de face ſuppoſé ſur une ſection verticale qui ſera Elliptique, dont jeſ points principaux ſont donnez ſur la projection verticale, ſçavoir m^2 pour le ſommet, Y pour l'impoſte inferieure, x pour la ſuperieure, de même que les points des interſections des joins de lit avec la courbe de ce cintre, ce que l'on n'a pas fait dans cette figure pour ne la pas embrouïller, d'autant plus que cette eſpece de trompe eſt très peu d'uſage ; nous nous contentons d'indiquer le moyen de la réduire aux regles des trompes rampantes ordinaires, pour trouver la ſection des doèles plates avec l'horizon, & par conſéquent les biveaux des lits & de ces doèles.

Remarque ſur l'Uſage.

Fig. 80. LA premiere eſpece de trompe, dont la tête de face eſt de niveau,
 81. peut ſervir à racheter une Voute ſphérique ab *ab* fig. 80. & 81. ſur un

quarré $\mathcal{S}\mathcal{S}$, parce que tous les arcs horifontaux de cette surface font tangens aux murs $\mathcal{S}\mathcal{S}$ fur lesquels elle est apuyée ; ce qui rend cette jonction agréable à la vuë, ou pour porter une balustrade de dégagement au plafond d'un escalier ouvert en rond dans son milieu fur une cage quarrée, comme on voit fig. 81. & 82. mais la même trompe simplement rampante ne peut servir à racheter un berceau rampant, & tournant, comme le prétend le P. Deran, fans y faire de changement, comme nous le dirons en son lieu.

Troisième situation des Voutes Coniques, à l'égard des Cylindriques, lorsque les axes des deux Voutes sont horifontaux.

E X E M P L E.

Lunette ébrasée, Trompe ou Abajour qui racheté un Berceau de niveau.

SOIT, fig. 83, l'angle rentrant ASB, la base horifontale d'une Voute conique qui pénètre un berceau de niveau, dont l'arc vertical CR est une partie de l'arc-Droit. Sur AB, comme diamettre, on décrira, à l'ordinaire, un demi cercle pour servir de cintre primitif ; nous n'en mettons ici que la moitié Bb pour ne pas trop embrouiller ce Trait, parce que suposant l'axe du cône SC Droit sur sa base AB, une moitié de sa base circulaire ou Elliptique fera égale à l'autre.

Fig. 83.

AYANT divisé le quart de cercle Bb en ses Vouffoirs, comme ici en deux & demi pour cinq Vouffoirs, aux points 3, 4, & ayant abaissé sur sa base AB des perpendiculaires qui la couperont aux points TV, on menera par ces points & par le sommet S, des lignes ST 3', SV 4', prolongées au-delà de T & V indéfiniment ; ces lignes feront la projection horifontale des joins de lit, dont on déterminera la longueur par le moyen du profil qu'on fera comme il suit.

AYANT prolongé l'axe SC indéfiniment vers e, on prendra sur cette ligne, à volonté, un point c, duquel comme centre, & pour rayon CA ou CB. On repetera une moitié du cintre primitif en b H, portant ses divisions B4, 4'3 en b 2', & 2' 23, par lesquelles on menera des parallèles à la base eC, jusqu'à la rencontre de la perpendiculaire CD, qui la couperont en F & en G ; ensuite du sommet S & par les points F & G, on menera des lignes SG, SF, prolongés jusqu'à la rencontre de l'arc du berceau CR, l'une en K, & l'autre en M. On pro-

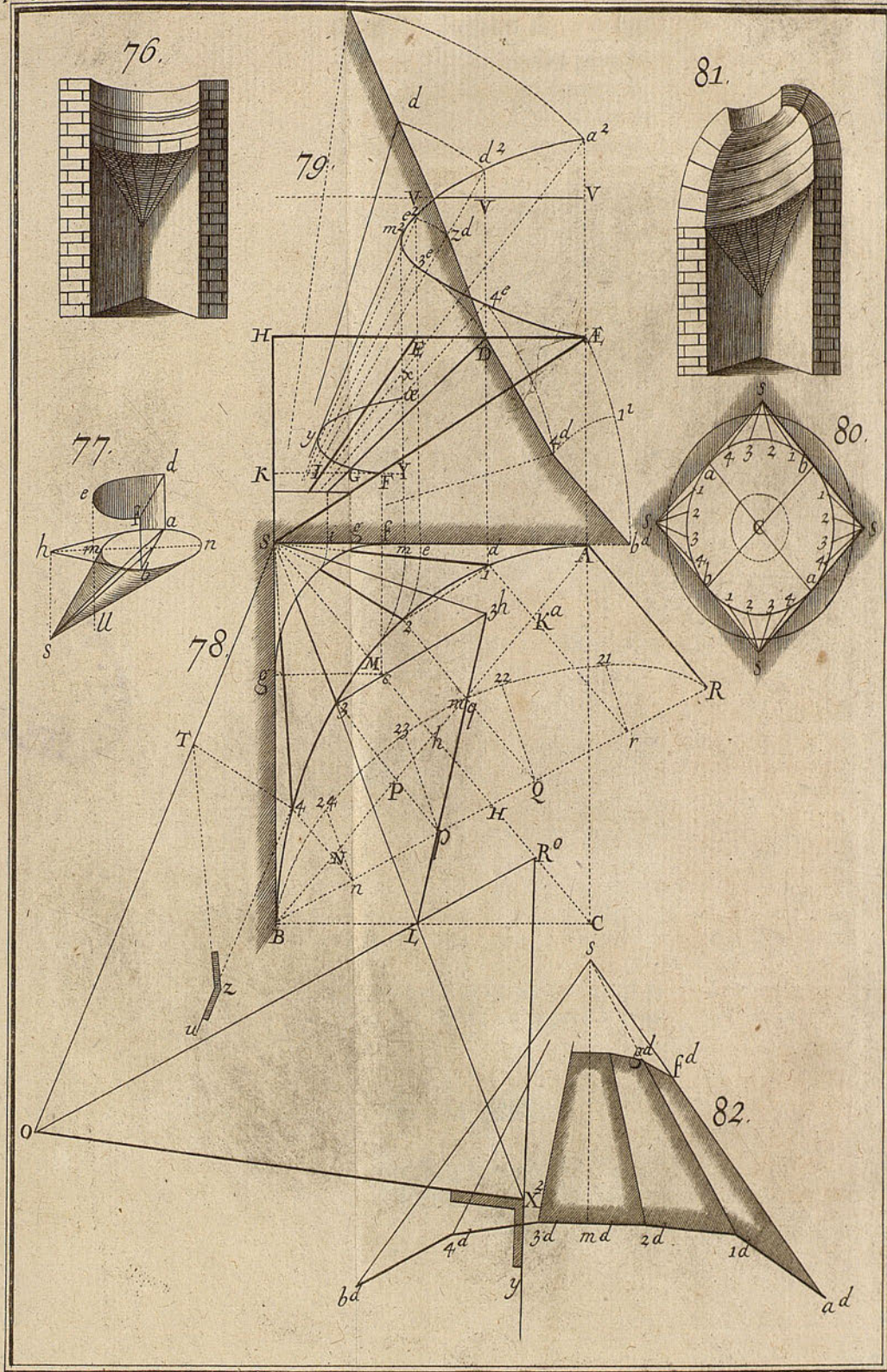
longera aussi SA en N ; les lignes SK, SM feront les projections verticales des joins de lit des divisions 3, 4, du cintre primitif, & de leurs deux correspondantes & égales, lesquelles serviront à déterminer les longueurs des projections horizontales ; car si par les points K & M on mène des parallèles à AB, comme K 4', M 3', elles couperont les projections horizontales des mêmes joins aux points 4' 3', ainsi S 3' est la projection horizontale, dont SM est la verticale, & S 4' est celle du même joint de lit dont SK est la verticale ; or ni l'une ni l'autre de ces projections est égale au véritable joint de lit, mais elles servent à les trouver dans un second profil, comme nous l'avons expliqué en parlant des trompes.

Soit une ligne droite placée à volonté S o, prise pour base du second profil, on portera sur cette base la longueur ST en S t, & S 3' en S 3', de même SV en S u, & S 4' en S 4', & par les points t, u, 3', 4', on élèvera des perpendiculaires, sur lesquelles on portera les hauteurs correspondantes à ces points, sçavoir T 3 en t 3', V 4 en u 4', & par les points f, 3', on menera la ligne f 3' 3', qui coupera la perpendiculaire 3' 3' au point 3* ; la longueur S 3* sera celle du vrai joint de lit, de même S 4' prolongée donnera S 4* pour le vrai joint de lit, dont la projection est S 4'.

Tous les joins que nous avons cherché jusqu'à présent ne sont qu'à la doële, & suffisent bien pour faire les panneaux de doële plate ; mais pour former les panneaux de lit qui donnent aussi les joins de tête, il faut faire un extradados E 8 7 1, & chercher les projections de ses joins qui doivent passer par les points 7' 8, de la même manière que nous l'avons fait pour l'intrados B b, ce que nous ne répétons pas, parce que la figure & la quantité de pareils exemples qu'on a donné paroissent suffire.

AYANT trouvé les projections X 7' X 8', qui donnent pour projections des surfaces des lits les trapezes S 3' 7' X & S 4' 8' X, on ne cherchera pas les longueurs des côtes X 7', X 8', mais des diagonales S 7', S 8', pour cet effet on les portera sur la base du second profil S o en S 7', S 8', & ayant porté leur hauteur prise au premier profil en O o, L l sur les perpendiculaires 7' 7* & 8' 8*, on aura les points 7* 8*, les lignes f 7*, f 8* feront les diagonales cherchées.

Avec les trois lignes données pour les panneaux de doële, sçavoir les deux joins de lit & la corde d'une division du cintre primitif, on parviendra



parviendra à former la doële plate, & avec les trois autres pour les panneaux de lit, ſçavoir un joint de lit, une diſtance du ſommet de la trompe à l'extrémité de la tête à l'extrados, & l'intervale de la doële à l'extrados au cintre primitif, on parviendra à former les panneaux de lit.

PREMIEREMENT, pour les *panneaux de doële plate*, par exemple, pour un ſecond Vouffoir au-deſſus de l'impoſte marqué 4³, on prendra au profil la longueur $S f^3$, ou ce qui eſt le même dans la trompe Droite $S f^4$, avec laquelle pour rayon, & d'un point f^2 (fig. 84.) pour centre, on fera un arc $3^f 4^f$, dans lequel on inſcrira la corde 3^4 du cintre primitif, & l'on tirera les lignes $S 3^f$, $S 4^f$, ſur leſquelles étant prolongées, on portera les longueurs $S 3^x$, $S 4^x$ du profil en $S^d 3^x$, $S^d 4^x$, la ligne $3^x 4^x$ fera la tête biaiſe de la doële plate. Fig. 84.

IL ne reſte plus pour achever cette doële qu'à y placer la tête 3ⁿ 4ⁿ du trompillon, ou de la ſeſſion d'un mur ſ'il s'agit d'une Lunette, comme à la fig. 86. priſe à la fig. 83. en 3ⁿ 4ⁿ, pour en trancher le triangle iſoſcele $f^d 3^n 4^n$, en faiſant un arc avec le côté $f A'$ pour rayon, qui coupera les côtés $f^d 3^x$, $f^d 4^x$ en 3ⁿ 4ⁿ, le trapezoïde 3ⁿ 3^x 4^x 4ⁿ fera le panneau que l'on cherche.

PRESENTEMENT pour y ajouter les *panneaux de lit* en développement, on prendra la partie de la diſtance du ſommet S à l'extrados dans le cône Droit inſcrit, qui eſt $f f^7$ au profil, ou $f f^8$ avec laquelle pour rayon & du point f^d de la fig. 84. pour centre, on fera un arc en $f g$, & de l'intervale 3^7 du cintre primitif pour rayon, & du point 3^f pour centre, on décrira un arc qui coupera le précédent au point f , par lequel & par le point f^d , on menera la droite $f^d 7^x$, qu'on fera égale à $f 7^x$ du profil, & par les points 7^x & 3^x , on tirera une ligne qui fera la corde de l'arc Elliptique, qui eſt la ſeſſion du plan du lit de la trompe dans le berceau qu'elle rachete, & ſi l'on tire la ligne $7^x 7^n$ parallèle à $3^x 3^n$, & $7^n 3^n$ parallèle à $f 3^f$, on aura le trapeze $7^x 7^n 3^n 3^x$, qui fera le panneau de lit que l'on cherche.

PAR la même maniere on trouvera celui du lit de deſſous 4ⁿ 8ⁿ 8^x 4^x, comme il eſt aiſé de le concevoir par les ſignes relatifs à ceux du profil.

Aplication du Trait ſur la pierre.

ON pourroit exécuter ce Trait par des Vouffoirs à branche d'enfourchement, comme nous avons fait ceux de la rencontre d'un berceau en

descente avec un berceau de niveau ; il fera facile d'en apercevoir la possibilité en comparant ce que nous avons dit page 63 avec l'épure de ce Trait.

LES reins de la Voute en berceau en feroient même mieux appuyez & mieux liez à la trompe ; mais pour varier un peu les constructions, nous en donnerons ici une, où il n'est pas nécessaire de chercher le biveau d'inclinaison des deux doëles plates à l'enfourchement comme au Trait cité.

ON formera un panneau de lit de fausse coupe incliné à l'horison, mais perpendiculaire au plan vertical, passant par l'axe de la trompe SC, qui aura sa tête de niveau, pour y pouvoir appliquer les biveaux mixtes des joins de lit en profil, avec l'arc-Droit du berceau de niveau.

PAR exemple, pour former celui du second Vouffoir 3'4, qui est désigné par une tête 4 R, parallèle à AB, & comprise entre les aplombs de doële 4 V, & d'extrados 8 u.

Si le cône inscrit est Droit, ce panneau fera un triangle qui pourra toujours avoir pour un de ses côtes la longueur de l'imposte SA ou SB ; si le cône n'est pas droit circulaire, mais que le cintre primitif soit Elliptique, on cherchera la valeur des projections par des profils, ayant porté SV en S o, on lui fera la perpendiculaire o 4° égale à 4 V, la ligne S 4° fera la valeur cherchée.

DE même sur S u projection de l'extrados 8, on élèvera une perpendiculaire u 8° égale à la précédente 4 V ou R u avec ces deux longueurs, & l'intervalle horizontal 4 R ou V u, on fera un triangle f° 4" 8" dont on fera usage, comme nous allons le dire.

AVANT dressé un parement pour y placer le panneau de doële plate 3" 3" 4" 4", on y en tracera le contour & les points de répare de la tête du cône Droit inscrit 3^f 4^f.

ON formera ensuite le lit de dessus avec le biveau de lit & de doële trouvé ; comme il a été dit au Tome précédent, au Trait de la trompe droite page 209.

ON appliquera sur ce second parement le panneau du lit de dessus 7" 7" 3" 3", avec les points de réparations du cône Droit inscrit f 3^f, pour en tracer le contour & y marquer ces points.

ENSUITE au lieu de former le vrai lit de dessous, on formera le faux lit, en abattant la pierre avec le biveau 3'4R, dont une des branches

sera posée sur les répairs $3^f 4^f$, & l'autre sera d'alignement avec ces deux points & le répaire du lit de dessus f ; ainsi on formera un troisième parement, sur lequel on appliquera le panneau $4''$ S^o de la fig. 85. posant le point $4''$ sur l'arête 4^f , & la ligne $4'' S^o$ au long de la même arête pour tracer la ligne $4''$, à laquelle on menera, par le point $4''$ du panneau de la doële plate, une parallèle qui servira à la position du biveau mixte $S k Q$ du premier profil, qui est l'angle du joint de lit $f k$, avec l'arc-Droit du berceau KQ .

PAR le moyen de ce biveau qu'on posera quarrément sur cette ligne qui est en œuvre une horizontale, on formera la doële concave du berceau, en creusant, suivant la branche courbe convexe, une plumée au point $4''$ qui est le plus bas, & si l'on veut une seconde à côté, tirant vers l'extrados, qui donnera un second arc parallèle au premier; ensuite on abattra la pierre suivant ces plumées, avec la règle posée d'équerre, qu'on fera couler sur les points $8''$, $3''$, $7''$, comme l'on a coutume de faire les segmens cylindriques, & la tête sera formée au lit de dessus sans en avoir connu la courbe.

ON abattra ensuite le faux lit avec le biveau de lit inférieur & de doële, qui coupera cette surface cylindrique suivant un arc Elliptique qui se formera aussi sans l'avoir connu.

ON auroit cependant pu les tracer, comme l'on a fait les joins de tête du berceau en descente, qui en rachete un de niveau page 64 mais on peut s'en passer comme l'on voit, & opérer avec exactitude.

ENFIN avec le biveau mixte $3' 4' 8$ ou $4' 3' 7$ pris à la face du cintre primitif, & le biveau $3'' 3'' 4''$, ou $3'' 4'' 3''$ pris sur l'arc $A' b B'$ du trompillon; on creusera les deux têtes de la doële conique sous la doële plate, observant exactement de poser ces biveaux, l'un sur les trois répairs $f 3^f 4^f$, l'autre sur les lignes $7'' 3'' 4''$, pour y faire des plumées creuses, sur lesquelles on fera couler la règle pour former la surface conique, comme il a été dit au commencement du second Tome, pour la formation de ces sortes de surfaces.

Explication Démonstrative.

LA formation de la Voute conique est visiblement la même que celle des simples, dont il a été parlé au Tome précédent, par le moyen d'une pyramide inscrite dans le cône; mais comme la tête ou arête de face de cette Voute est à double courbure, nous avons inscrit au-dedans un cône Droit, au-delà duquel est une partie fail-

lante qui est bien déterminée par la projection verticale faite sur un plan parallèle à l'axe du cône ; mais non pas les longueurs des joins de lit qui y sont comprises , parce que leur direction étant inclinée à l'axe d'où elles tirent leur origine au sommet du cône , cette projection ne suffit pas pour en déterminer les longueurs , c'est pourquoi on est obligé de faire un second profil , qui donne la valeur des joins de lit jusqu'à l'arête d'enfourchement , d'où retranchant la partie du cône Droit inscrit , le reste est l'excès de la Voute sur la trompe Droite simple.

U S A G E.

QUOIQUE ce Trait ne tombe pas souvent en pratique pour les trompes , il est très fréquent pour les Lunettes qu'on fait souvent ébrafées pour donner ou recevoir plus de jour , comme dans les nefs des Eglises au-dedans des vitraux. On en voit de pareilles aussi dans les fortifications comme dans les noyaux des Tours bastionnées du Neuf Brifack , où le magasin à poudre , qui est pratiqué , est éclairé par une lunette conique sur-baissée , qui rachete le berceau du souterrain qui tourne par pans autour du noyau.

Nous devons ajouter ici une observation sur le changement qui doit arriver lorsque la Voute conique est dans une situation contraire à celle du Trait précédent , c'est-à-dire lorsque le sommet du cône , qui étoit au-dehors du berceau en S , est au-dedans , par exemple en S^r ; alors l'ébrafement qui se faisoit du dehors au-dedans , se fait au contraire du dedans au dehors , comme font quelquefois les abajours.

IL résulte de cette différence de position du cône , que supposant toutes choses égales , il faut que la projection de l'arête d'enfourchement , & par conséquent l'arête même soit faite en sens contraire , tournant en concave ce qui étoit convexe , parce qu'au lieu que la clef étoit allongée de la quantité AN , elle se trouve ici raccourcie de la quantité A^g , dont la projection gC est moindre que Cn , quoique l'on suppose le cône égal ; dans ce cas il semble qu'il convient d'opérer par circonscription , en faisant passer le cône Droit par les impostes AB , qui sont plus longues que la clef.

Si l'on fait attention au Trait dont il s'agit , tant dans l'un que dans l'autre cas , on reconnoitra qu'il a déjà été donné ci-devant , & sous un autre nom , lorsque nous avons parlé de la rencontre des cônes avec les cylindres verticaux ; car si au lieu de considérer le berceau comme horizontal , on le suppose dans une situation verticale ,

on reconnoitra que l'arc CQ , qui étoit un profil, devient sans aucun changement intrinseque, le plan horizontal, & que le point N , qui est ici le profil du milieu de la clef, devient une des impostes, de sorte que le premier cas où la clef étoit convexe à son arête d'enfourchement, devient le second dont nous venons de parler, où la même arête est concave.

Quatrième situation des Voutes Coniques à l'égard des Cylindriques, lorsque les axes sont inclinez à l'horison.

E X E M P L E.

Trompe Conique, biaise dans un angle obtus, rampante par une imposte, & de niveau à l'autre, rachetant un Berceau en descente.

Il semble par l'énoncé de ce Trait que j'imagine des difficultez bizarres qui ne peuvent être d'aucun usage dans la pratique; cependant j'ai eu occasion de l'exécuter dans une petite lunette, où la descente souterraine au fossé est extrêmement oblique à la direction de l'entrée d'un petit magasin, pratiqué dans l'épaisseur du rempart, comme il est exactement exprimé à la fig. 88. J'ai dit que j'avois eu occasion de mettre ce Trait en œuvre, & non pas que je l'aye fait, parce que je n'ai fait les Voutes que de briques au lieu de pierre de taille, qui auroit causé une dépense inutile, dans un endroit si peu fréquenté; mais comme la brique n'est pas commune par-tout, il peut arriver qu'on ait besoin d'en faire en pierre de taille, au moins l'arête d'enfourchement.

Soit (fig. 87.) l'angle obtus ASB , dont les côtés inégaux AS , BS sont terminez en A & B par le piédroit GD , d'un berceau $GFED$, qui descend de D vers G .

Il s'agit de vouter le renforcement triangulaire ASB , de maniere que la Voute apuye & rachete celle du berceau, ce qu'on ne peut mieux faire que par une trompe conique biaise, dont l'imposte SA doit être rampante de S vers A de toute la quantité $Ar = AR$, de la descente du berceau depuis B vers A , que nous avons exprimé par AR ; en sorte que si l'on suppose les triangles SAr & BAR qui sont ici dans le plan du papier, se mouvoir au-tour de leur côté SA & BA jusqu'à ce qu'ils lui soient perpendiculaires; les points R & r se réuniront sous A , & les lignes Ar & AR n'en feront plus qu'une aplomb.

J'ai dit qu'il falloit que la seule imposte SA fût rampante, parce

qu'il convient que l'imposte SB, qui doit servir de linteau à une porte IK, soit de niveau.

AYANT donc fait au point A, qu'on suposera de niveau avec B, une perpendiculaire AR égale à la différence de niveau que donne la descente depuis B vers A; on tirera RB qui représentera l'imposte de la descente du berceau, laquelle RA doit être prise pour le diamètre du cintre primitif de la trompe, lequel doit ramper comme l'imposte du berceau.

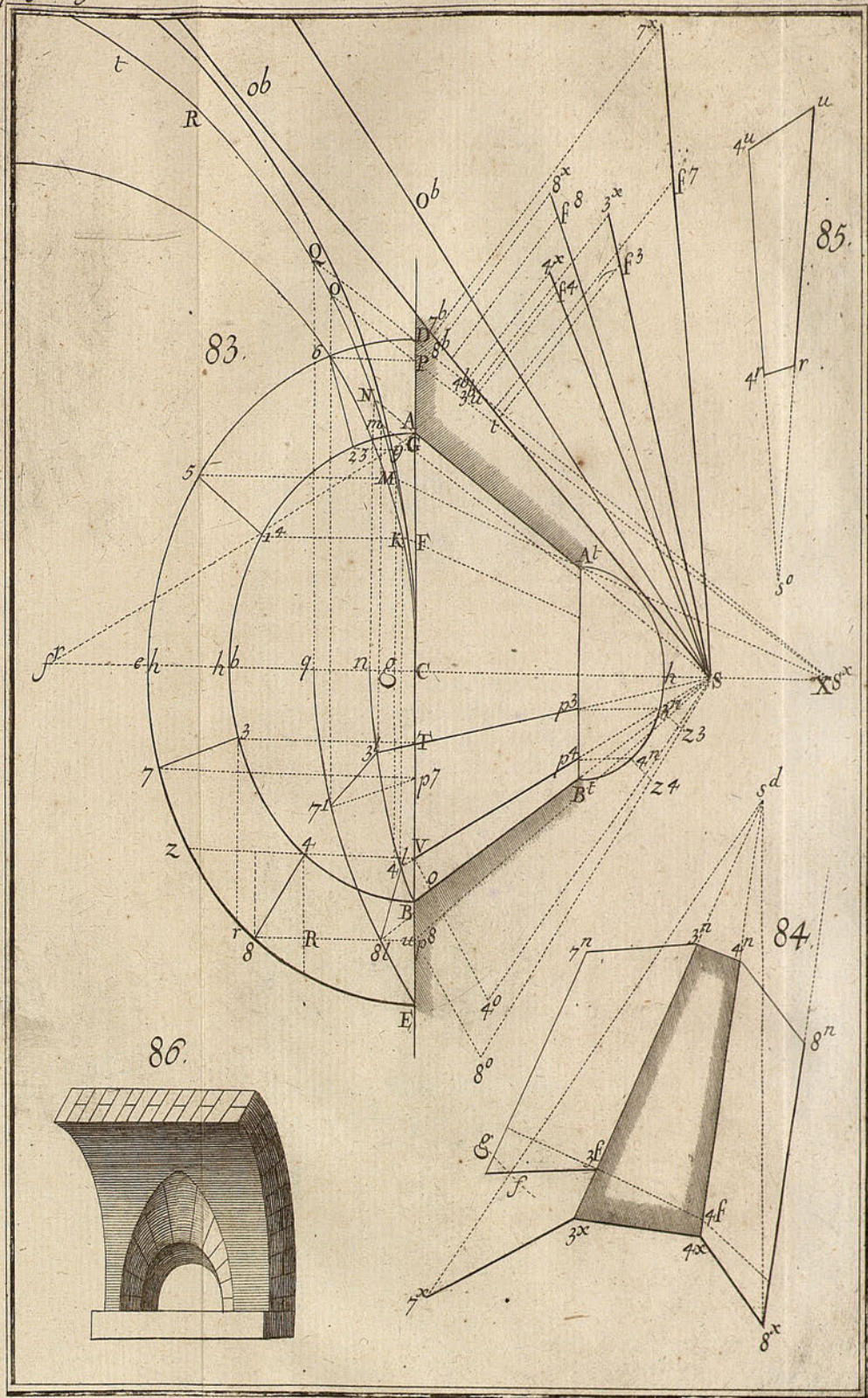
IL faut présentement chercher le demi diamètre vertical CH de ce cintre, pour lui donner la plus grande hauteur qu'il est possible, afin d'appuyer solidement les reins du berceau, échancrez par la rencontre de la trompe.

ON divisera AB en deux également en P, & l'on tirera PC perpendiculaire sur AB, qui coupera RB aussi en deux également en C.

PAR les points S & P on tirera la droite Sq, qui coupera les impostes du berceau en descente, l'une en P, l'autre en q; la partie Pq feroit le diamètre d'une section Elliptique du berceau s'il étoit de niveau, mais comme il monte de A vers B, si l'on tire qg perpendiculaire sur AB, on reconnoitra que le point q doit être au-dessus de P d'une quantité proportionnelle à la distance de P à g, en disant BA. AR :: Pg. gx, ainsi ayant fait la ligne qQ égale à gx, & perpendiculaire sur Pq; on tirera PQ, qui sera le diamètre rampant de la section du berceau, coupé par un plan vertical passant par le sommet S de la trompe, & le milieu de la clef.

Si l'on suppose le berceau en plein cintre DVE à sa section verticale, le demi diamètre CV donnera celui de l'Ellipse à faire sur PQ, ainsi avec les deux diamètres conjugez PQ & CV transporté en CL, & l'angle PC^mL que fait le diamètre rampant PQ avec la verticale ML; on décrira la demie Elliptise PLQ par le Probl. 8. du second Livre.

Soit donc PTL le quart de cette Ellipse, on élèvera sur SP, au point S, une perpendiculaire Sm égale à CP, & par le Probl. III. du même Livre, on tirera de ce point m une tangente au quart d'Ellipse PTL qui le touchera au point T, par où on abaissera une perpendiculaire sur Sq qui la coupera au point Y, la longueur PY exprimera la plus grande profondeur de la lunette dans le berceau suivant la clef de la trompe.



Et si du point P on élève une perpendiculaire sur Pq , jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne mT en b , la ligne Pb fera le demi diamètre vertical du cintre primitif de la Voute que l'on cherche.

Avec le grand diamètre rampant RB , le demi diamètre vertical CH , qui doit être égal à Pb , & l'angle de la descente R avec l'aplomb CH , on décrira, par le Probl. 8. du second Livre, la demie Ellipse RHB , dont on fera le cintre primitif de la trompe.

L'AYANT divisé en ses Vouffoirs, par exemple en sept, aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on abaîssera de ces points des perpendiculaires sur AB , lesquelles étant prolongées, couperont le diamètre rampant aux points o^1, o^2, o^3 , &c. & l'horizontale AB aux points p^1, p^2, p^3 , &c. par lesquels & par le point S on tirera autant de lignes jusqu'à la rencontre de l'imposte opposée du berceau FE . Pour avoir autant de diamètres des sections du berceau qu'il y a de joins de lit à la trompe, lesquels diamètres doivent tous être rampans, les uns en montant, les autres en descendant, ce qu'il est facile de connoître en tirant du point S , sommet de la trompe, une ligne SN perpendiculaire aux côtes du berceau; les sections obliques faites par les joins de lit de la trompe prolongez, seront en descente depuis O vers X , & en montée depuis O vers C^u .

POUR trouver facilement la quantité, dont chacune de ces Ellipses rampent, on menera par le point O une ligne rOb parallèle à RB , & par tous les points $m^1 m^2 m^3$, &c. où les projections des joins de lit prolongées coupent la ligne du milieu XC^u , on lui menera des perpendiculaires qui couperont la ligne de rampe rOb aux points z^1, z^2, z^3, z^4 , &c.

PAR tous les points m^1, m^2, m^3 , &c. on tirera des perpendiculaires ml , aux projections des joins de lit prolongez Sm^1, Sm^2 , &c. sur lesquelles on portera les longueurs $m^1 z^1, m^2 z^2$, &c. en dessus depuis O vers C^u , & en dessous depuis O vers X , lesquelles lignes donneront les points c^1, c^2, c^3, c^4 , &c. qui feront les centres des différentes Ellipses qu'il faut tracer, dont le diamètre vertical $C^1 L^1, C^2 L^2$ est toujours égal à $C^u V$.

LES demi diamètres rampans & verticaux de toutes ces demies Ellipses étant donnez & leurs angles de conjugaison, on les décrira par le Probl. 8. du second Livre, comme on les voit dans la figure; il ne reste plus qu'à trouver la rencontre des joins de lit de la trompe avec chacun de ces quarts d'Ellipses.

SUR chacun des joins de lit en projection, on élèvera une petite perpendiculaire au point S, qu'on fera égale à la distance de la ligne AB de niveau avec le diamètre RB rampant, & une seconde perpendiculaire sur AB, au point où cette projection de joint de lit coupe la ligne AB.

AINSI, par exemple, pour le second joint S p^2 , on élèvera au point p^2 la perpendiculaire $p^2 b^2$, qu'on fera égale à la hauteur de retombée 2 o^2 du cintre primitif RHB; ensuite au point S on fera la petite perpendiculaire S 2^2 égale à $p^2 o^2$, & par les points 2^2 & b^2 on tirera la droite $2^2 x^2$, qui coupera le quart d'Ellipse $p^2 x^2 l^2$ au point x^2 , d'où l'on abaissera sur l'horizontale S m^2 la perpendiculaire $x^2 y^2$, qui donnera le point y^2 de la projection de la rencontre du joint de lit avec l'arête de la lunette à son intersection avec la surface du berceau, que l'on cherche.

ON cherchera de même tous les points x pour avoir les vraies longueurs des joins de lit en S x , & dans les points y pour avoir la courbe R y Y y B de la projection de l'arête de rencontre des deux doëles de la trompe & du berceau.

CETTE projection & les longueurs des joins de lit étant donnez, il est visible par tous les exemples des enfourchemens des Traits précédens, que l'on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux de doële plate, & chercher les biveaux; & enfin pour tracer les Voulfoirs par équarrissement si l'on veut, en faisant un lit de supposition horizontale passant par AB, ou parallèlement à AB au-dessus dans les Voulfoirs qui approchent de la clef, & au-dessous pour la naissance en R, & rapportant à ce plan de supposition toutes les hauteurs des retombées du cintre primitif sur l'horizontale, passant par le point le plus bas du Voulfoir, ce qui est facile à concevoir & à exécuter, si l'on a compris ce qui a été dit dans toute cette seconde partie des Voutes composées.

Explication Démonstrative.

Si l'on suppose des plans verticaux passant par les joins de lit de la trompe prolongez, il est évident qu'ils feront deux sections, l'une triangulaire dans le cône, parce qu'ils passent par son sommet, l'autre Elliptique dans le cylindre, parce qu'ils le coupent tous (à la réserve d'un seul) obliquement à son axe, par conséquent l'interjection de tous les triangles avec toutes les Ellipses qui sont dans les mêmes plans verticaux, fera l'arête de rencontre des deux surfaces, d'où il suit que

quent si de tous ces points d'interfection on abaiffe des verticales xy , on aura, fur le plan horifontal, la projection de cette arête qui eft courbe à double courbure.

MAIS à caufe que le Berceau eft fupofé en defcente, & le point S de niveau avec le point B, il arrive que le plan du triangle par l'axe, fera incliné à l'horifon fuivant la ligne RB, par conféquent que le fommet S fera d'autant plus haut que tous les points p de la ligne A B, qu'on fupofe de niveau avec B, que chacun de ces points p approchera de B, où S & B; font de niveau, c'eft pourquoi nous avons porté fur le point S les hauteurs op , op , qui marquent de combien l'impofté eft au deffous du niveau de S & de B.

Ou l'on peut remarquer que ces hauteurs ainfi rangées autour de S donnent des rayons d'une fpirale S 1' 2' 3', &c.

CHAPITRE TROISIEME DES RENCONTRES DES BERCEAUX avec les Voutes sphériques.

L'UNIFORMITE de la Sphère, n'offre pas beaucoup de combinaifons de rencontres avec les Berceaux. Quant à la Sphère confiderée en elle-même, il n'y en a que deux; favoir, lorsque l'axe du Berceau paffe par le centre de la Sphère, & lorsqu'il n'y paffe pas; mais fi l'on fait attention à l'arrangement de fes lits, & à la fituation du Berceau à l'égard de l'horifon, on pourra multiplier les cas de ces rencontres, lorsque le Berceau eft vertical, comme une Tour. 2°. Lorsqu'il eft horifontal. 3°. Lorsqu'il eft incliné en defcente; nous allons traiter de chacun en particulier.

PROBLEME V.

*Faire un Berceau en fituation, quelconque qui
rachete une Voute sphérique*

PREMIER CAS.

*Berceau Droit ou biais de niveau, qui rachete
un Cu-de-Four.*

SOIT (fig. 89.) le trapeze ABDE, le plan horifontal d'un Berceau PL, 87.
de niveau, dont le demi cercle BHD, eft l'arc-droit, & la ligne c x Fig. 89.

son axe prolongé, qui ne passe pas par le centre C de la Sphère FPAE, ce qui fait une rencontre biaise, que nous choisissons pour exemple, parce qu'elle est un peu plus difficile que la Droite, qui est celle où l'axe du Berceau passe par le centre C de la Sphère; dans le premier cas, les Vouffoirs d'enfourchement sont égaux de part & d'autre de la clef, au lieu qu'ici ils sont tous différens.

AYANT divisé le centre primitif du Berceau, (qui est ici l'arc-droit BHD) en ses Vouffoirs, aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des parallèles à la direction indéfinies 1 n^1 , 2 n^2 , &c.

ON fera ensuite un profil de la Voute sphérique sur son diamètre FG, qui est parallèle à la direction du Berceau; à son milieu, on élèvera une perpendiculaire CP, sur laquelle on portera les hauteurs des retombées du Berceau 1 p^1 , 2 p^2 , en Cr^1 , Cr^2 , par où on tirera des horizontales qui couperont l'arc FP en t^1 , t^2 , d'où l'on abaissera des perpendiculaires sur la base de profil FG, qui la couperont aux points Q^1 , Q^2 .

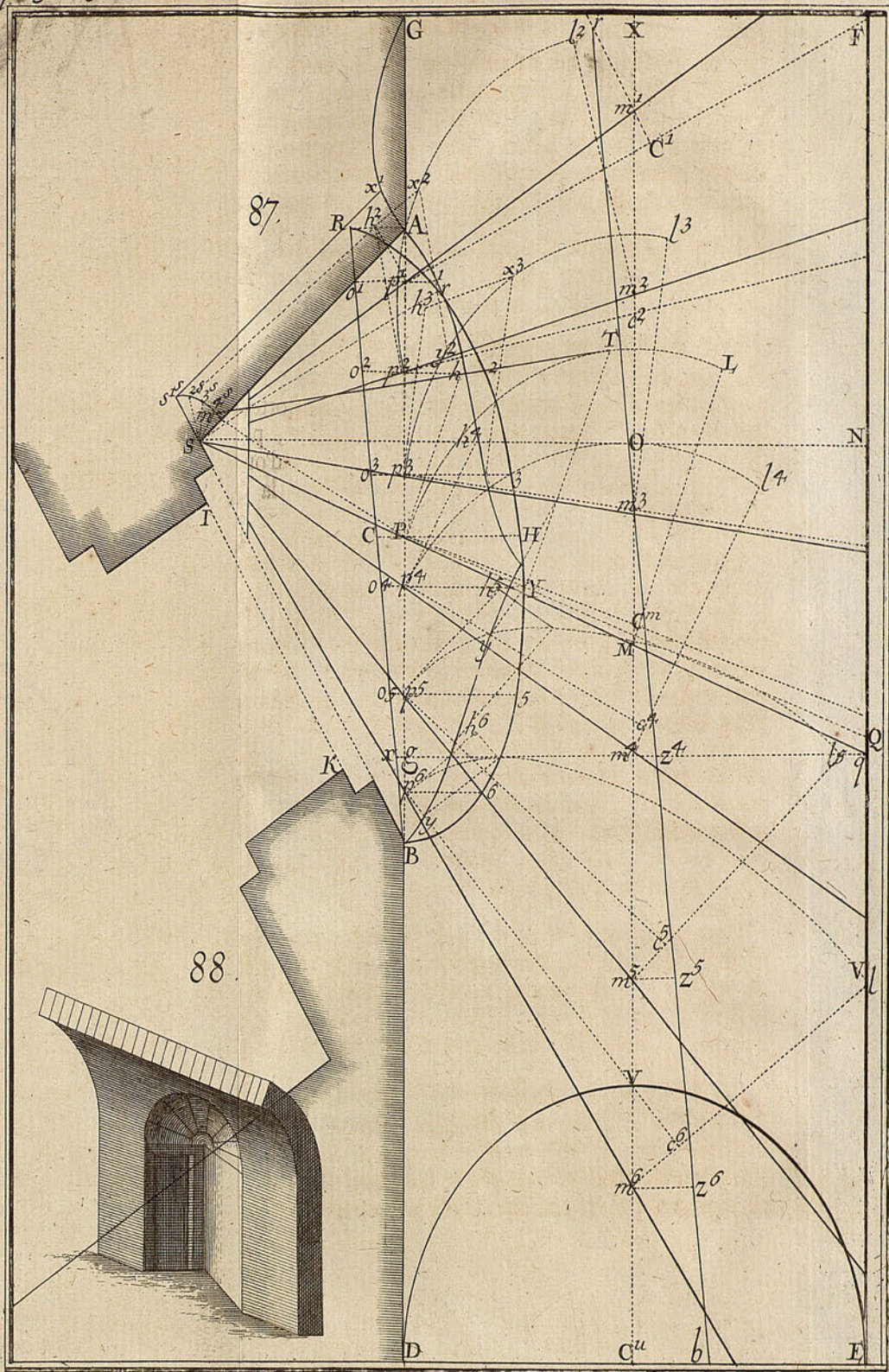
Du point C pour centre, on tracera par ces points des arcs de cercles concentriques, qui couperont chacun deux des projections de lit du Berceau correspondantes; sçavoir, l'arc sur Q^1 , coupera la projection p^1 , n^1 , au point n^1 , & sa pareille provenant du point 4, qu'on suppose de même hauteur que le point 1, au point n^4 . L'arc passant par Q^2 , coupera de même les deux projections des joints de lit, à côté de la clef en n^2 , n^3 .

PAR les points trouvez A n^1 , n^2 , n^3 , n^4 E, on tracera une courbe, qui sera la projection de l'arête de l'enfourchement du Berceau & de la Voute sphérique, laquelle courbe est un Ellipsimbre. Au lieu de cette courbe, il suffira de mener des lignes droites d'un point à l'autre, qui en seront les cordes.

Nous n'ajoutons pas de profil de la courbe de l'arête d'enfourchement, parce qu'il est inutile pour trouver les longueurs des joints de lit, qui sont déjà données à la projection, dans la supposition que le Berceau soit de niveau. Il n'en n'est pas de même lorsqu'il est en descente, comme on le verra au trait suivant.

PAR le moyen des longueurs des joints de lit AB, $n^1 p^1$, $n^2 p^2$, &c. on fera les *Panneaux de doële plate du Berceau*, suivant la manière ordinaire; par exemple pour le quatrième Vouffoir, ayant porté à part la corde 3 4, en $3^d 4^d$, de la fig. 91. & ayant tiré deux perpendiculaires par ses extrémités 3^d , 4^d , on portera sur l'une la lon-

Fig. 91.



gueur p^4 , n^4 , & sur l'autre la longueur de la projection p^3 n^3 , le trapeze p^3 , n^3 , n^4 , p^4 , fera le panneau que l'on cherche ; ainsi des autres qui sont tous tracez de fuite à la fig. 91.

PRESENTEMENT, il faut faire le *panneau de doële plate* de la partie de la *Voute sphérique*, que comprend le Vouffoir d'enfourchement, dont la projection horifontale est le triangle mixte n^3 q n^4 , compris par l'arc n^3 q , la ligne droite q n^4 , provenant du centre C, & la corde n^3 , n^4 , commune aux deux doëles du Berceau & de la Voute sphérique.

On tirera du centre C par les deux extrêmités de la ligne n^3 , n^4 , & par son milieu des lignes droites entre les deux projections des lits de dessus & de dessous comme n^3 i , q n^4 , & M m , & les cordes n^3 q & i n^4 , qui couperont la ligne du milieu M m , prolongée en y & z .

CETTE préparation étant faite au plan horifontal, on en fera encore une au profil, on portera la flèche M y , en i^2 V , & z m en i^1 u , sur l'horifontale i^1 i^2 , & l'on tirera la ligne V u .

ON déterminera ensuite la longueur du Vouffoir de la Voute sphérique, qui peut s'étendre au-delà de la partie de l'enfourchement, autant que la grandeur de la pierre qu'on veut employer le permettra comme q d ; mais pour la facilité de l'exemple, nous n'embrasserons que la partie de l'enfourchement n^3 q .

On portera dans une place à part la corde i n^4 en NT , de la fig. 90. sur le milieu de laquelle on fera une perpendiculaire M m , égale à la ligne V u , du profil par l'extrémité M , de laquelle on tirera une parallèle à TN , sur laquelle on prendra la longueur MQ égale à M q , de la fig. 89. & M n égale à M n^3 , le trapeze Qn NT , fera celui de la doële plate d'un Vouffoir de la Voute sphérique, de laquelle il faut retrancher pour le Berceau de niveau, le triangle Tn N , fait par la diagonale n N .

Si le Vouffoir étoit plus long, on pourroit lui ajouter la longueur q d , déterminée au plan horifontal par q d en Q d , de la fig. 90. & n^4 i en N i ; mais alors il faut tirer les cordes d n^3 & i i , qui donneront de plus grandes flèches, par conséquent la ligne V u du profil, sera plus éloignée de i^2 , i^1 , & le panneau sera fait.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement de suposition horifontale, on y tracera

les angles rectilignes $q n^3 p^3$, & $n^3 q S$, dont l'un est celui de la corde $q n^3$, avec la projection $n^3 p^3$, de la projection du joint de lit du Berceau, l'autre celui de la même corde, avec le joint montant de la Voute sphérique, sur lequel on portera la retombée $b u$, pour mener une parallèle à cette corde, suivant laquelle on abattra la pierre avec le biveau de doële plate & d'horison $V u O'$, pour former la doële plate de la Voute sphérique, sur laquelle on appliquera le panneau qu'on vient de faire à la fig. 90. pour y en tracer le contour, & former le Vouffoir en portion de Voute sphérique avec ses lits, comme il a été dit en parlant des Voutes simples, tom. 2. pag. 325. de la même manière que si la Voute n'étoit point pénétrée par un Berceau, à la réserve du lit de dessous qu'il ne faut pas encore faire, parce que le plan de supposition horizontale, qui est le premier parement qu'on a fait, doit servir pour la formation des deux doèles.

PAR le moyen de ce parement, on formera la partie du Berceau qui aboutit à la doële sphérique, par la même manière qu'on vient d'employer, c'est-à-dire, avec le biveau de la doële & d'horison $O' 4 3$, avec cette différence, qu'il ne fera pas nécessaire d'y faire une préparation de doële plate; on formera ce biveau tout d'un coup mixte, ayant une branche droite $O 4$, & une courbe $4 l 3$.

FAISANT couler la branche droite sur le parement de supposition horizontale, perpendiculairement à la ligne $n^4 p^4$ qu'on y suppose tracée par le point n^4 , parallèlement à la première $n^3 p^3$, & abattant la pierre suivant l'exigence de la branche courbe $4 l 3$, qui doit être aussi toujours perpendiculaire à la même ligne.

LES deux doèles creuses étant finies, on prendra les biveaux mixtes de doële & de lit de dessous, suivant lesquels on abattra la pierre, pour former le lit plan du Berceau, & le lit conique convexe de la Voute sphérique, lesquels par leur intersection, donneront l'arête de rencontre des deux lits, & la pierre sera achevée.

REMARQUE.

ON voit que par cette méthode, on n'a besoin ni de panneaux de doële de Berceau, ni de panneaux de lit de l'une & de l'autre Voute, ce qui rend l'opération beaucoup plus simple & plus commode, que celle qu'on trouve dans les Livres de la coupe des pierres.

SECOND CAS.

*Berceau en descente Droite ou biaizé, qui
rachete une Voute sphérique.*

Soit (fig. 96.) ABDE, la projection horifontale du Berceau, & Fig. 96.
le cercle KPAE, la base horifontale de la Voute sphérique où il
aboutit.

SUR BD, diametre du cintre primitif, ayant décrit le demi cercle
BHD, ou la demie Ellipse BSD, dont l'une est le cintre de face,
l'autre l'arc droit, & l'ayant divisé en ses Vouffoirs aux points 1, 2,
3, 4, on menera à l'ordinaire par ces points, ou par leurs projections
 p^1, p^2 , &c. (si la face de descente BD, étoit oblique à sa direction)
des paralleles à la direction de la descente, qui couperont le diametre
PQ, de la Sphère (perpendiculaire à cette direction) aux points c^1, c^2 ,
 c^3, c^4 , & le contour de la Sphère aux points b^1, b^2, b^3, b^4 .

ON fera ensuite le profil de la descente sur le côté BA, prolongé
en M^c , jusqu'à la rencontre du diametre PQ. Puis par le point E,
on menera une perpendiculaire à MB, qui coupera cette ligne en
 e , où l'on fera l'angle de rampe B e F, qu'on suppose donné, dont
le côté e F, coupera DB prolongé en F, suposant la face de descente
perpendiculaire à sa direction horifontale; car si elle ne l'étoit pas,
il faudroit toujours faire BF perpendiculaire sur e B.

POUR achever ce profil, on portera sur BF prolongée, les hauteurs
des retombées 1 p^1 , 2 p^2 , en F f^1 , F f^2 , par où on menera des
paralleles à la ligne de rampe F¹, N⁴, F², N³ prolongées indé-
finiment.

Si l'on avoit pris pour cintre primitif l'arc-droit BSD, on au-
roit porté les hauteurs des retombées sur une perpendiculaire à la
rampe en GR¹, GR², & l'on auroit continué de même.

ENSUITE du point M^c , où la base B e coupe le diametre de la
Sphère PQ, pour centre, & de toutes les distances c b, pour rayon,
prises successivement, on fera des arcs de cercles qui couperont les
profils des joins de la descente, en des points qui donneront les
avances de l'arête de la lunette.

AINSI du point M^c pour centre, c^1, b^1 pour rayon, on décrira

l'arc $N^1 1$, qui coupera le premier joint $F^1 N^4$, au point N^1 . Du même centre M^c , & pour rayon la longueur $c^2 b^2$; on décrira un second arc qui coupera le second joint de lit $f^2 N^3$, au point N^2 ; du même centre & de l'intervale $c^3 b^3$, on tracera un arc qui coupera le second profil, qui sert aussi pour le troisième joint en N^3 . Ainsi du quatrième qu'on trouvera du même centre avec c^4 , b^4 pour rayon.

Pour avoir les mêmes points du profil en projection horizontale; il n'y a qu'à abaisser des perpendiculaires sur les projections horizontales, correspondantes des joins de lit $p^1 n^1$, $p^2 n^2$, qu'elles couperont aux points n^1 , n^2 , n^3 , n^4 , par lesquelles on menera des lignes droites, qui seront les projections des rencontres des doëles plates du Berceau avec celles de la Voute sphérique.

Si au lieu de ces lignes droites, on trace par les mêmes points une ligne courbe, elle fera la projection horizontale de l'Ellipsimbre, qui se forme par l'intersection des surfaces de ces deux corps, laquelle courbe est rampante de la hauteur $A a$, qui est la différence du niveau des impostes e & a .

Les projections verticale & horizontale étant faites, il faut former l'arc-droit BSD, comme à toutes les descentes, par le moyen d'une perpendiculaire GR^2 à la rampe $e F$, portant les longueurs GR^1 & GR^2 , en $p^1 1^r$, $p^2 2^r$, &c.

PRESENTEMENT on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux des doëles plates des deux Voutes; celui de la Voute sphérique se fera comme au cas précédent, & celui de la descente du même Vouffoir qui fait l'enfourchement, se fera par le moyen des longueurs & des avances des joins de lit donnez au profil, & de leur intervalle donné à l'arc-droit, comme nous l'avons tant de fois repeté.

Fig. 96.

Il ne reste qu'à chercher le biveau nécessaire, pour donner à ces deux doëles l'inclinaison qu'elles doivent avoir entre-elles, pour former la rencontre d'enfourchement des deux Voutes.

SUPPOSONS, par exemple, qu'on cherche le biveau de rencontre des deux doëles du second Vouffoir marqué au cintre primitif $1^r 2$.

ON portera la hauteur $N^1 a$ du profil, en $p^1 V$, au-dessus de la projection p^1 , du point 1 , qui est le plus bas du Vouffoir; ensuite on prolongera la corde $2^r 1$, jusqu'à la rencontre du diamètre DB pro-

longé, qu'elle coupera en q . Par le point V , on mènera VY parallèle à $1q$, qui coupera la même ligne BF en Y , par où & par le point n^1 , de la projection horifontale d'enfourchement du premier lit, on tirera la ligne Yy , qui fera l'interfection de la deuxième doële plate du Berceau avec l'horifon.

L'INTERSECTION de la doële plate de la Voute sphérique, est donnée à la projection horifontal en n^1s , par la corde menée d'un de ces points à l'autre, parce que si la Voute sphérique n'étoit pas percée par le Berceau, ses lits feroient continuez de niveau.

LES sections des doèles plates du Berceau en descente, & de la Voute sphérique avec le même plan horifontal, étant données avec la projection n^1n^2 , de leur arête de rencontre, il fera aisé de trouver l'angle de leur inclinaison mutuelle, par le Probleme 12. du 3^e. Livre; mais pour ne pas y renvoyer le lecteur, nous en ferons ici l'application dans une figure 92. à part, pour ne pas embrouïller la *Fig. 92.* fig. 96.

AVANT transporté en un endroit à part, les angles des lignes $y n^1$, n^2 & $n^2 n^1s$, avec la longueur $n^1 n^2$, de la projection de la fig. 96. en $Z 12$, & $2 1s$, de la fig. 92. & fait $1' 2$, égal à $n^1 n^2$; on élèvera sur cette ligne au point 2 , une perpendiculaire $2h$, qu'on fera égale à la hauteur $t 2$, de la retombée du second Vouffoir. Par le point h , ayant tiré la ligne $h 1$, on lui fera une perpendiculaire hp , qui coupera 12 , prolongée au point p , par où on tirera à la même ligne $1' 2$, une perpendiculaire ZS , qui coupera les lignes données d'interfection des deux doèles avec l'horifon aux points Z & S sur $1p$ prolongée; on portera la longueur ph en $p\alpha$. Si de ce point α , on tire des lignes en Z , & en S , l'angle $Z\alpha S$, sera celui que l'on cherche pour assembler les doèles plates qu'on suppose faites, comme on l'a dit au trait précédent, & telles qu'on les représente aux fig. 93. & 94. avec les mêmes lettres du plan horifontal.

Application du Trait sur la pierre.

Si l'on ne cherchoit point à ménager la pierre, on pourroit faire l'application de ce trait, de la même manière qu'au cas précédent, par la supposition d'un parement horifontal; mais comme l'inclinaison de la descente, laisseroit un grand vuide au-dessus, elle occasionneroit trop de perte de pierre, c'est pourquoi nous revenons à la même pratique que nous avons donné pour les enfourchemens des Berceaux en descente, avec ceux qui sont de niveau.

AYANT dressé un parement destiné pour une des deux doëles plates, par exemple pour celle du 2^e. Vouffoir du Berceau en descente, on y appliquera le panneau de la fig. 91. qui convient à ce Vouffoir qu'on se propose de faire, pour en tracer le contour, puis avec le biveau des deux doëles trouvé, comme il a été dit à la fig. 92. & posé d'équerre sur l'arête commune, on abattra la pierre suivant l'angle $Z \propto S$, pour former un second parement, sur lequel on appliquera le panneau de la fig. 93. de la doële plate de la Voute sphérique, pour en tracer aussi le contour.

LES deux têtes des doëles qui se rencontrent, & les arêtes des joins de lit qui les comprennent étant données, il est visible qu'il n'y a plus qu'à abattre la pierre avec les biveaux de lit & doële plate, donnez aux arcs-droits des deux Voutes; par exemple $2' 1' 5'$, pour le lit de dessous de la branche de la descente, & $1' 2' 6'$, pour celui de dessus.

QUANT à la partie de la doële sphérique, si le Vouffoir ne fait pas une branche; mais seulement une tête au bout du rang de la descente, on n'aura à faire que le lit de dessus, suivant l'angle $K \propto T$ du profil, celui de dessous étant retranché par la rencontre du Berceau; mais si le Vouffoir fait une branche, comme il convient à la bonne construction, il aura deux lits inégalement longs, celui de dessus comprendra la longueur de la branche sphérique, outre la largeur de celle qui entre dans le Berceau, & celui de dessous, ne s'étendra qu'au long de la branche.

ON sçait qu'outre les biveaux de lit & de doële, il faut encore se servir de ceux de doële & de tête; mais comme ceux-ci n'ont rien de particulier dans les rencontres des Voutes, nous n'en faisons pas mention ordinairement, parce qu'ils sont toujours les mêmes qu'ils doivent être à chaque espèce de Voute simple.

CELUI de la partie sphérique, fera toujours l'angle de la corde avec le rayon de la Sphère, par exemple, l'angle $n^3 d n^4$, qui change d'ouverture, suivant le plus ou le moins de longueur de la corde du Vouffoir.

A l'égard de celui de tête de la descente, si le Vouffoir n'atteint pas à la face d'entrée, il fera Droit en retour d'équerre, pour la continuation de la Voute, & s'il s'étend jusqu'à la face, il fera d'une ouverture qu'il faut chercher, comme il a été dit au tome précédent, en parlant des Voutes simples, selon qu'elle sera à plomb ou en talud, ce qu'il est inutile de répéter.

Nous n'ajoutons rien ici touchant la différence du cas où la descente est

est biaise, nous en avons assez parlé au tome précédent, en traitant des Voutes simples, & cette différence qui en cause peu dans l'enfourchement, n'influe en rien dans la manière d'en faire la projection.

Explication Démonstrative des deux Traits précédens.

Si l'on suppose, suivant la méthode générale que nous avons donné au premier Livre, pour trouver les intersections des surfaces de différens corps, que la Voute sphérique & le Berceau en descente, sont coupez par des plans verticaux, passans par les projections des joins de lit du Berceau, en telle situation qu'on voudra, ou de niveau comme au cas précédent, ou en descente comme dans celui-ci; ces plans verticaux, feront par leurs sections, des parallelogrames dans le Berceau, & des cercles dans la Voute sphérique. La seule différence qu'il y aura dans les différentes situations du Berceau, sera que ces parallelogrames qui étoient rectangles, lorsque le Berceau étoit de niveau & sa face à plomb, seront obliqu'angles, s'il est supposé en descente; mais leurs hauteurs verticales sur la rampe étant entre mêmes paralleles, feront toujours égales aux hauteurs des divisions du cintre de face, qu'on suppose vertical, dans l'un & l'autre cas; on peut donc appliquer les hauteurs de ce cintre, dans le cercle majeur de la Sphère, qui sert de section de profil, comme si le Berceau en descente étoit de niveau.

Il est clair que tous les plans verticaux, qu'on suppose passer par les joins de lit du Berceau, sont par leur section, dans la Voute sphérique des cercles inégaux, selon qu'ils passent plus près ou plus loin du centre de la Sphère, & que les rayons de ces cercles, sont les longueurs $c^1 b^1$, $c^2 b^2$, $c^3 b^3$, &c. menées depuis le diametre PQ, à la circonférence de la base de la Voute sphérique, qui est retranchée par la pénétration du Berceau.

Or, comme dans la projection verticale, le diametre PQ, n'est représenté que par un seul point M; il est visible que tous les centres c^1 , c^2 , c^3 , c^4 , qui étoient sur ce diametre, sont réunis dans ce seul point M, qui a servi à faire tous les arcs de cercle, qui ont déterminé les points d'intersection des joins de lit du Berceau, à l'arête de l'enfourchement.

La construction des panneaux de doële plate, n'a pas besoin d'explication, il est visible que les inclinaisons des plans, étant différentes,

celui de la doële du Berceau, retranchera toujours une partie triangulaire de celui de la Voute sphérique, & qu'il s'agit seulement de trouver l'angle que font entr'eux ces deux plans.

Pour trouver cet angle, nous avons cherché suivant notre méthode générale du Probleme XII. du 3^e. Livre, la section de chacun de ces deux plans de doële plate avec l'horison; celle de la sphérique se trouve sans difficulté, par la corde de la base du Vouffoir, mais pour celle du Berceau, il y faut un peu plus d'attention.

Si on examine ce que nous avons fait, on reconnoîtra que nous avons imaginé une ligne horizontale N^1 , O passant par le point le plus bas du Vouffoir $1^1 2$, qui étoit proposé à faire, laquelle peut être considérée comme un plan horizontal, passant par ce point, & par le second lit de la Voute sphérique; or, ce plan est plus bas que le point F , qui est la projection verticale du diamètre BD , d'entrée de la descente, de la hauteur de la ligne $r u$, qui est une partie de l'aplomb $N^1 u$, composé de la hauteur de la retombée $N^1 r$, laquelle est égale à $1 p^1$, du cintre primitif, & $f^1 F$ du profil, par conséquent $p^1 V$, sera égale à $f^1 F + F i = N^1 r + r u = p^1 1 + 1 V$.

DONC le plan de la corde $2^1 1$ prolongé, & transporté en VY , rencontrera le plan horizontal, dont nous parlons, à une distance BY , du point B , & par la construction, il passera par le point n^1 , qui est la projection du point N^1 du profil; donc la ligne $Y n^1 y$, est la section de la doële de la descente avec l'horison, qu'il falloit trouver.

CETTE section $Y y$, d'une doële avec l'horison, la section $n^1 f$, de l'autre doële, & la projection de leur intersection $n^1 n^2$, étant connues, le reste de l'opération est démontré au Probleme XII. du 3^e. Livre.

COROLLAIRE.

De la rencontre des Berceaux avec les Cu-de-Fours, surhaussez, ou surbaissez.

DE la construction des Traits des enfourchemens des Voutes sphériques, avec les Cylindriques, on peut facilement tirer celles des rencontres, des Sphéroïdes avec les Cylindres; car par la même méthode des sections des plans verticaux, passans par les joins de lit des Berceaux, il en résulte des demie-Ellipses, dans le Sphéroïde,

au lieu des demi-cercles dans la Sphère, lesquelles auront toujours au profil, le même point M^c pour centre, pour moitié d'un de leurs axes, les ordonnées au diamètre PQ , de l'Ellipse $PAEQ$, supposée telle, si le plan est Elliptique, considéré dans un plan horizontal, & pour moitié de l'autre, les ordonnées au même diamètre, considéré dans un plan vertical, formant une autre Ellipse, ou un demi-cercle PKQ , suivant que le Sphéroïde sera allongé ou aplati.

Avec les deux axes donnez, on décrira des arcs Elliptiques, du centre M^c , au lieu des quarts de cercles qu'on a décrit, pour avoir la terminaison des joins de lit à leur profil, marquez N^1 , N^2 , &c. qui sont à l'arête d'enfourchement des deux Voutes.

Si la Voute en Cul-de-Four, étoit une de ces figures d'Ellipsoïde, dont nous avons parlé au 2^e. tome, qu'on ne peut faire par le moyen des doëles plates, il faut faire cette partie par équarrissement, comme si la Voute n'étoit pas pénétrée par un Berceau, ensuite faire le Berceau, passant par les points de rencontre, qui auront été trouvez au profil, qui doit être fait de la même manière que pour la rencontre de la Voute sphéroïde, par l'intersection des Ellipses différentes, suivant l'exigence de la figure de l'Ellipsoïde, mais cependant ayant toutes le même centre en M^c .

Il est visible que par ces profils, on aura les deux points de jonction, de chaque doële plate & creuse, des Vouffoirs du Berceau en descente; les deux autres se trouveront sur la pierre, par le moyen du parement de supposition horizontale, qui aura servi à faire la surface concave de l'Ellipsoïde, par équarrissement, c'est-à-dire, dans ce cas, par l'inscription des Cylindres; on abattra la pierre avec le biveau du niveau, & de la rampe $M^c F$, pour tracer dans ce nouveau lit incliné l'arête du lit inférieur de la descente, laquelle étant donnée, il sera facile de trouver celle du lit de dessus, par plusieurs manières, ou par le moyen de la retombée du Vouffoir, ou par le moyen du biveau de lit, & de la doële plate ou creuse, ou du panneau de doële plate: Nous avons trop parlé de tous ces moyens, & nous en avons trop donné d'exemples, pour qu'il soit nécessaire d'en répéter ici l'application.

SECONDE ESPECE,

Des rencontres des Voutes Cyliindriques avec les Sphériques, dont les Poles sont dans le plan de leur imposte.

Nous avons donné ci-devant, la construction des enfourchemens

des Berceaux, avec les Voutes sphériques, dont les Poles sont au sommet de leur hauteur, c'est-à-dire, au milieu de la clef, & dont les joins de lit, sont parallèles à l'horison; ici, nous parlons des Voutes sphériques, dont les joins de lit, sont inclinés, & leur pôle dans le plan de l'imposte, ce qui peut encore faire deux combinaisons, l'une de la Sphère, avec un Berceau horizontal, l'autre avec un vertical, c'est-à-dire, une Tour ronde ou creuse. Nous n'en comptons pas une troisième, avec un berceau incliné, parce que ce cas ne tombe guère dans la pratique; dans cette circonstance, on doit donner à la Voute sphérique, l'arrangement des joins du cas précédent.

Première Combinaison.

Voute sphérique, ou Niche en Tour ronde ou creuse

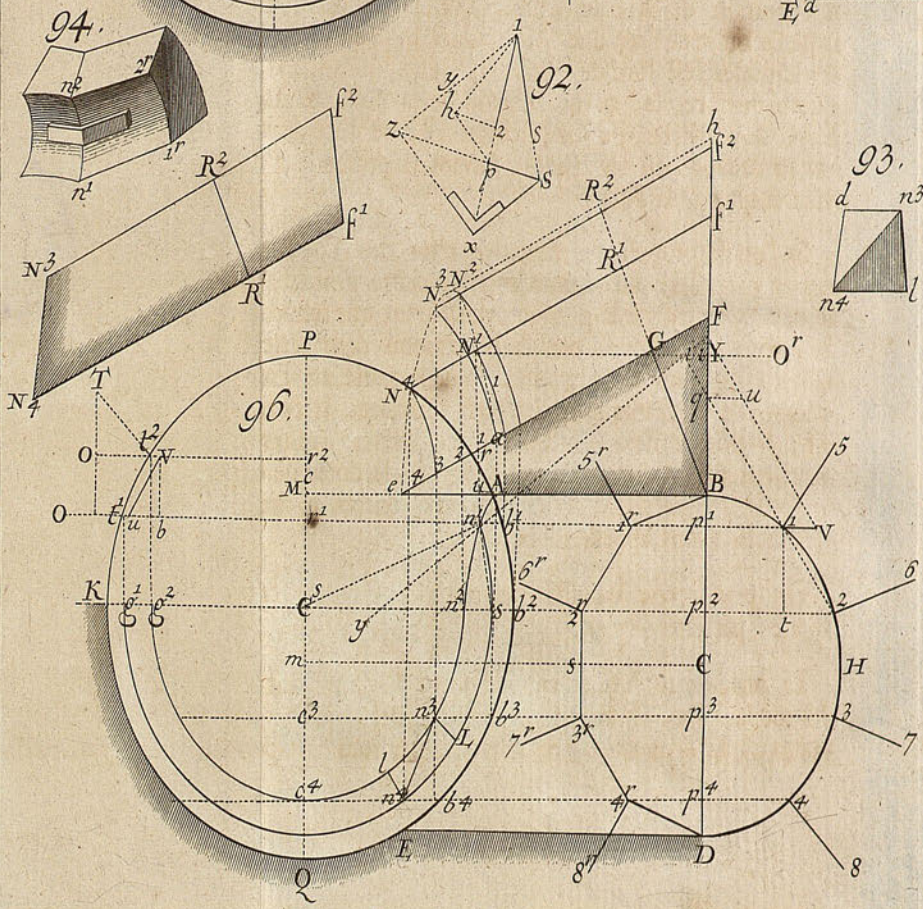
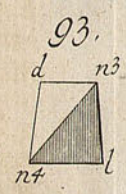
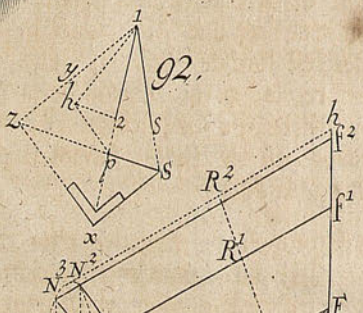
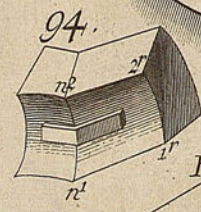
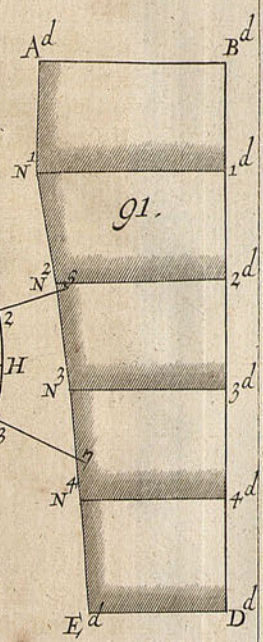
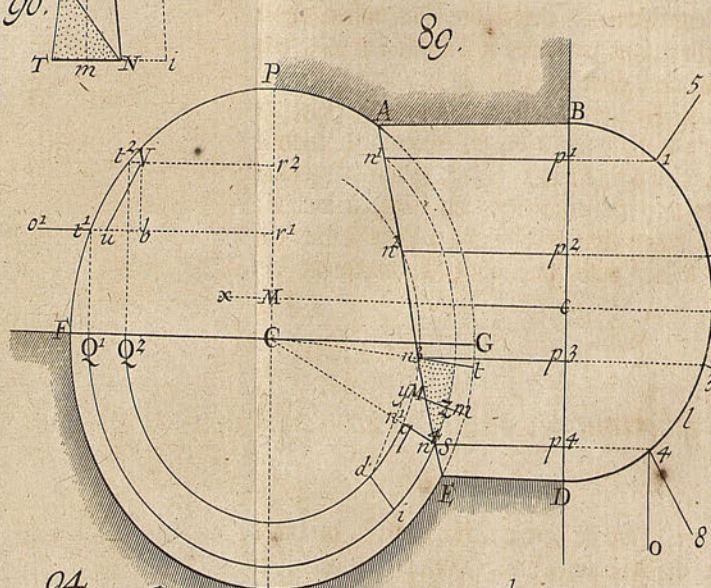
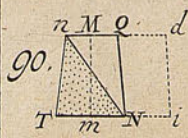
PL. 88.
Fig. 97.

Soit (fig. 97.) l'arc de cercle concave ACB, ou l'arc convexe ECD, une portion de la base d'une Tour creuse ou d'une ronde, dans laquelle on veut faire une Niche, dont le plan horizontal, passant par les impostes, est l'arc de cercle APB, égal, plus grand, ou plus petit que le demi-cercle, ce qui dépend de la position arbitraire du centre C de la Niche, ou sur la corde AB, de l'arc de la Tour creuse, ou au dedans, ou au dehors, suivant la profondeur que l'Architecte veut donner à la Niche.

Si l'on se propose de faire les têtes des Vouffoirs parfaitement égales entr'elles, il faut prendre pour cintre primitif, celui qui seroit le développement de la portion cylindrique, que retranche la Sphère à la surface de la Tour, par la pénétration dans cette Tour, lequel cintre est comme nous l'avons dit, de la porte en Tour ronde, une demi-ovale mécanique, qui a pour diamètre, la rectification de l'arc AB, & pour ordonnées, les verticales élevées sur cet arc, lesquelles sont terminées à l'arête de rencontre de la doële de la Sphère & de la Tour. Cette arête, est une de ces courbes à double courbure, que nous avons appelé Ellipsimbre.

On peut revoir là-dessus, ce qui a été dit de la porte en Tour ronde, par têtes égales.

La manière de faire ce cintre de face développé, est de diviser l'arc AB de la Tour, en autant de parties égales, qu'on voudra avoir de points de la demi-ovale, & de mener par tous ces points *d, d,* des



perpendiculaires à l'axe MP, qui le couperont aux points c, c , & la circonférence de la Niche APB, aux points x, x . Par tous les points d, d , on menera des parallèles indéfinies à l'axe MP de la Sphère, & des points c, c , pour centre, & avec les longueurs cx, cx , pour rayons, on décrira des arcs, qui donneront les hauteurs des ordonnées de l'ovale qu'on veut tracer, laquelle fera surbaissée, parce que l'arc ACB, ou seulement sa moitié C d B, rectifiée, qui en est un demi axe, sera plus grande que le demi diamètre de la Sphère CI, qui est l'axe vertical de cette ovale H 1 b.

Le contour de ce cintre étant tracé, on le divisera en tel nombre de Vouffoirs qu'on voudra aux points 1, 2, &c. d'où l'on abaissera des perpendiculaires, qui couperont le diamètre aux points p^1, p^2 . On portera ses intervalles de suite repliez, sur l'arc ACB, pour y faire passer les projections des joins de lit, qui sont des portions d'Ellipses, lesquelles doivent toutes passer par ces points, & par le Pole P de la Sphère.

Si l'on ne veut pas affecter une division des têtes des Vouffoirs en parties exactement égales, on rendra l'opération plus courte & plus simple, comme il suit :

AYANT tiré par le point C, la ligne DI, parallèle à la corde AB, & élevé sur cette corde la perpendiculaire MP, on divisera le demi-cercle DPI, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où l'on abaissera des perpendiculaires, qui couperont DI, en des points q^1, q^2 , lesquelles détermineront les demi-axes de plusieurs Ellipses, qui doivent passer par ces points, & par le Pole P, pour exprimer sur le plan horizontal, la projection des joins de lit de la Niche.

AINSI ayant les demi-axes de ces Ellipses, & la moitié du grand axe CP, commun à toutes, il sera facile de les tracer par le Problème VII. du 2^e. Livre; ces arcs d'Ellipses prolongez, rencontreront l'arc ACB de la Tour creusée, en des points e^1, e^2 , qui donneront les projections des divisions des Vouffoirs à la face creusée.

Avec ces deux projections horizontales ACB, de l'arête de rencontre de la doële de la Niche, avec le parement de la Tour & des joins de lit, on pourroit former la Niche proposéé par la voye de l'équarrissement; mais comme la perte de la pierre seroit trop considérable, nous allons donner le moyen de la ménager, par l'inscription d'une pyramide dans la Sphère, dans laquelle elle donnera des doèles

plates, dont les angles toucheront trois points de la surface sphérique, & qui fourniront le moyen de trouver le quatrième de la même manière que nous l'avons dit au tome précédent, en parlant de la *Trompe sphérique sur le coin*, pag. 368.

ON commencera par déterminer la position de la tête du Trompillon, en tirant une ligne TN, perpendiculaire à l'axe MP, qui coupera les projections Elliptiques des joins de lit, aux points n^1, n^2 , &c. par lesquels & par les points trouvez e^1, e^2 , on tirera des lignes droites, qui rencontreront l'axe MP, prolongé au point S, où sera le sommet de la pyramide tronquée, que doivent former les doëles plates, depuis la face jusqu'au Trompillon.

SUPOSONS par exemple, qu'on se propose de faire la doële plate du second Vouffoir de la Niche, dont la projection doit passer par les quatre points e^2, z^n, r^n, e^1 , on menera par le point le plus avancé e^1 , une parallèle $e^1 r$, à la corde AB, jusqu'à l'aplomb z , e^2 , prolongé en r , par où on tirera au sommet S, la ligne $r S$, qui coupera l'arc CB en Z, & la corde TN du Trompillon, tout près de n^2 , que nous prendrons pour ce point d'intersection, parce qu'on ne peut mettre un caractère auprès, sans y jeter de la confusion.

ON tirera ensuite par les projections de la face e^1, e^2 , une ligne droite LB, qui coupera l'axe MP, au point L, & la circonférence de l'imposte APB, tout auprès de B, en un point que j'appelle aussi B, par la même raison de l'article précédent.

SUR LB, comme rayon, on décrira le quart de cercle B $x^2 l$, auquel on menera par les points e^1, e^2 , les ordonnées qui le couperont aux points x^1, x^2 , & par le point z , une parallèle aux ordonnées $z Z$, dont il faut trouver la longueur par le profil, comme on le dira ci-après, en cherchant les valeurs des lignes, qui doivent faire les côtes du panneau de doële plate, dont nous venons de faire la projection horizontale.

SUPOSANT qu'on veuille faire servir de base des profils, la ligne HS, pour la commodité de la place, on portera la longueur S e^1 , sur cette ligne en SF, où l'on élèvera une perpendiculaire F f^1 , égale à la hauteur de la première retombée $r p^1$, puis on tirera $f^1 S$, qui coupera NT en T¹, la ligne f^1, T^1 , fera la valeur de la projection e^1, n^1 , qui est un des côtes de la doële plate, & la même fera la valeur d'un autre côté de suposition, dont la projection étoit $r n^2$.

POUR trouver la vraie longueur de ce second côté, on portera la longueur $S e^2$, en SG , sur la ligne de base du profil, & l'on élèvera la perpendiculaire $G g$, qui coupera la ligne T^1, f^1 en g ; la ligne $g T^1$, fera la valeur de ce second côté du panneau en joint de lit de dessus.

LES valeurs des côtes du même panneau qui marquent les têtes, font les cordes 1^2 , des divisions du cintre formé sur le rayon $u V$, passant par le point e^1 , parallèlement à la corde AB de l'arc de la Tour, & la corde t^1, t^2 , de l'arc de Trompillon $T b N$; ainsi on a les quatre côtes d'une doële plate, qu'on formera comme il suit:

AVANT tracé dans une place à part, fig. 98. deux lignes indéfinies *Fig. 98.*
 $a b, c d$, perpendiculaires entr'elles, qui se croiseront au point m , on prendra la moitié de la corde 1^2 de l'arc VE , & on la portera à la fig. 98. de m en e & en f , par où on tirera les lignes $e 1, f 2$, parallèles à $a b$. On prendra de même, la moitié de la corde $t^1 t^2$, de l'arc du Trompillon $T b N$, que l'on portera de m en n , & en o ; puis des points n & o pour centres, & pour rayon la longueur T^1, f^1 du profil, on fera des arcs qui couperont les parallèles $e 1, f 2$, aux points 1 & 2 , où l'on tirera les lignes $n 1, o 2$, qui seront les côtes d'une doële plate de pyramide droite, inscrite à la Sphère.

MAIS à cause que la partie de la Tour, comprise par la corde $e 1, e^2$, est oblique à l'axe, il en faut retrancher la partie $f 1 g$, donnée au profil; ainsi portant la longueur $T^1 G$, de o en g , on aura pour longueur du côté qui répond au lit de dessus du Vouffoir, la ligne $o g$; enfin ayant tiré la ligne $1 g$, le trapezoïde $n 1 g o$, fera le panneau de la doële plate, qui ne touche cependant la doële Sphérique, que par trois de ses angles $n, o, 1$; mais non pas en g , par la raison que nous avons donné au second tome pag. 370.

IL faut donc chercher la distance dont ce point g , est éloigné de la surface sphérique de la doële de la Niche; pour cet effet, on portera la longueur $T^1 g$, du profil, sur la ligne $z Z$ de l'élévation de la fig. 97. où elle donnera le point z , d'où on tirera la ligne $x^2 z$, puis du point o , pour centre de la fig. 98. & avec la longueur $o g$, pour rayon, on fera un arc vers z , & du point g pour centre, & $x^1 z$ pour rayon, on fera un autre arc, qui coupera le précédent au point z , le triangle $o g z$, étant ajouté en retour de la doële plate, le point z touchera la doële sphérique qu'on cherche.

LES panneaux de doële plate étant formez, on tracera ceux de lit, dont les joins à la doële sont tous égaux en contour, en ce qu'ils sont tous des arcs d'un cercle majeur, passant par l'axe MP, mais ils sont un peu inégaux en longueur, parce qu'ils se raccourcissent peu à peu, depuis l'imposte APB, jusqu'à la clef.

LEURS têtes du côté du Trompillon, sont aussi toutes égales, suivant l'angle mixte AT n^* ; mais les têtes du côté de la Tour, sont des arcs d'Ellipses inégaux, en ce que, quoique leurs cordes soient égales à la distance de l'arête de doële à celle d'extrados, elles sont toujours moins creuses à mesure qu'elles s'éloignent de l'imposte BX, où la première tête de lit est égale à la cavité de l'arc BX, de la base de la Tour qu'elle comprend, & son inclinaison à l'égard de la doële est l'angle curviligne XBN, qui est aussi le plus obtus de tous ceux des têtes supérieures, qui se referment à mesure qu'elles approchent de la clef, au milieu de laquelle cet angle devient mixte, & égal à celui du Trompillon AT n^* .

POUR trouver la courbure des arcs de tête, il n'y a qu'à rallonger les arcs circulaires de la projection horisontale, comme nous l'avons dit, en parlant des têtes de la porte en Tour ronde ou creuse; tels sont les arcs circulaires X e' , que donne la projection du premier lit 1' 5, & l'arc $e^2 y$, que donne celle du second lit 2' 6, ce que nous ne pouvons exprimer ici bien nettement, à cause de la petitesse de la figure.

ON tirera la corde de chacun de ces arcs, & on la divisera en autant de parties égales, qu'on voudra avoir de points de la courbe; il suffit ordinairement de la diviser en deux ou trois pour la pratique, & par ces divisions, on tirera des perpendiculaires à la corde, qui se termineront à l'arc de cercle.

ON prendra ensuite la corde du joint de la tête 5' 1, ou 6' 2, qu'on divisera en un même nombre de parties, qui seront égales entr'elles, mais plus grandes que celles de la corde de l'arc de cercle, & l'on portera sur ces divisions, les perpendiculaires de l'arc de cercle, lesquelles donneront les points de l'arc Elliptique, que l'on cherche.

QUANT à l'ouverture de l'angle curviligne, que doit faire cet arc de tête avec le joint de doële, il est aisé de le trouver; on menera par les points e' & X, où la projection des points 1 & 5, coupe la base de la Tour, des verticales $e' E'$, & X 5^* , sur lesquelles on posera la corde 1' 5, à l'extrémité de laquelle on fera une perpendiculaire,

culaire, qui coupera la ligne $X \zeta^*$ au point ζ^* ; on en fera de même pour les points $e^2 y$ de la projection, qui donneront les points $E^2 \zeta'$ du profil; les angles curvilignes $\zeta^* ET$, & $\zeta' E^2 T$, feront ceux que l'on cherche.

Il ne reste plus à présent qu'à chercher les biveaux de lit & de doële, & de tête & de doële, suivant nos principes généraux.

PREMIEREMENT, pour le biveau de doële & de lit, par exemple, pour le second Vouffoir, on prolongera la corde 2 1 de l'arc EV , jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne $u r V$, prolongée en O' , d'où l'on tirera au point S , la ligne $O' S$, qui sera la section de la doële avec l'horison, & parce que tous les plans des lits se couperont à l'axe MP , cet axe sera la seconde section, laquelle avec la hauteur de la retombée, fournira le moyen de trouver l'angle des plans du lit & de la doële plate, comme il a été expliqué au Probleme XII. du 3^e. Livre, & comme nous l'avons repeté dans les Traits des Voutes coniques.

PARAILLEMENT, & par le même Probleme, on trouvera le biveau de tête plate $L e^1, e^2 B$, qu'on prolongera jusqu'à la section de la doële avec l'horison en V , ainsi on aura la section de la tête avec l'horison en LY , celle de l'horison YS , & la hauteur de la retombée $x^2 e^2$; ainsi l'on trouvera l'angle de tête & de doële, comme l'on a fait à la Trompe plate, pag. 80. du 2^e, tome, & à la Trompe Droite, pag. 209. du même tome.

Aplication du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour servir de *doële plate de supposition*, que j'appelle ainsi, parce que le panneau de cette doële, ne peut toucher la surface sphérique qu'on se propose de faire, que par trois de ses angles, on y appliquera ce panneau, pour en tracer le contour, puis avec le biveau de lit & de doële plate, on abattra la pierre pour former les deux lits.

CELUI de dessus étant fait, on y appliquera le second petit panneau triangulaire $o g z$, de la fig. 98. pour avoir le point z de la surface sphérique, que l'angle g du panneau de doële plate ne pouvoit toucher.

ON appliquera sur ces mêmes lits, un panneau ou une cerche formée sur l'arc AB , d'un cercle majeur de la Sphère, qu'on fera passer

au lit de dessous, par les points 1 & n de la doële plate tracée, & au lit de dessus par les points o & 2, puis avec le biveau mixte de coupe & de doële pris où l'on voudra, par exemple en TPS, on creusera la doële sphérique, comme il a été dit au Chap. VII. pag. 368. du tome précédent.

Il faut cependant avant que de la creuser, abattre la pierre avec le biveau de tête plate & de doële, si l'on n'a pas dessein de faire usage des panneaux de lit.

En ce cas, on prendra avec la fausse équerre l'angle $6' 2' 9''$, que fait le joint de tête $6' 2'$, avec une horizontale $2' 9''$, parallèle à AB, suivant laquelle on fera une plumée creuse, dans laquelle on appliquera une cerche convexe, formée sur l'arc ACB; mais comme le point 9 n'est pas déterminé de position, il faut chercher un second point d'appui à la cerche en 8, par le moyen d'un second biveau, en prenant l'angle $V' 1' 5''$, que fait une verticale $V' 1'$, avec le joint de tête $1' 5''$; secondement, en faisant une parallèle $6' i$ à la ligne $V' 1'$, puis posant deux règles sur les points i & 6, qu'on placera suivant ces directions verticales, & qu'on dégauchira en creusant des plumées sur la tête, l'une en haut, l'autre en bas, la plumée $V' 1'$ donnera le point 8 d'intersection de l'horizontale $2' 9''$, que l'on cherche pour déterminer la position de la cerche convexe, qui doit servir à former la tête en Tour creuse, en faisant couler cette cerche, parallèlement à elle-même, sur les plumées verticales $6' i$ & $V' 1'$. Par ce moyen, on formera le creux des joins de tête en portion d'Ellipse, (comme elles doivent l'être,) par une espèce de hazard, que produit l'intersection de la surface plane de chaque lit, avec la creuse cylindrique de la Tour.

Si l'on fait usage des panneaux de lit, ils donneront les courbes des têtes de lits au parement creux de la Tour, mais ce ne fera pas assez pour creuser ce parement, il faudra encore user d'autres moyens.

On peut se servir de celui que donne le P. Deran, quoiqu'il ne soit pas parfaitement juste, qui est de faire le développement de l'arête de la Niche à la surface de la Tour, en rectifiant l'arc HB avec ses divisions, comme on a fait à la fig. 97. en $c b c r$, portant les avances $B a$, $e^1 a$, $e^2 a$ de la Tour creuse, à l'égard d'une ligne CI, tangente à l'arc ACB, en $b i$, $1 d$, $2 d$, $2 c$ de la fig. 99. qui donneront les points c , 2 , 1 , 6 , par où on tracera la courbe onnée, qui est le développement de l'arête à double courbure de la rencontre de

la surface sphérique de la Niche avec la cylindrique de la Tour. Nous ne parlons ici que du Trait du P. Deran, parce que M. de la Rue n'en a rien dit.

ON voit que (dans la rigueur) ce développement suppose un cylindre horizontal, au lieu de la surface sphérique de la Niche, parce qu'on y prend des distances horizontales; mais la différence est si petite, qu'elle ne mérite pas qu'on y fasse attention dans la pratique, parce que l'inclinaison des cordes de la portion de Sphère, comprise entre le cercle majeur passant par DI, & l'arc ACB de la Tour, est si peu considérable, qu'elle ne peut alterer le contour du développement d'une manière sensible, dans l'opération la plus exacte.

Ce développement étant tracé sur un corps flexible, comme du carton, on l'appliquera dans la surface de la Sphère, entre les points donnez 1 & 2, en l'appuyant pour le faire plier, en sorte qu'il la touche par toute sa longueur.

DANS cette situation, on tracera l'arête de la doële avec la Tour, & l'on aura trois lignes courbes, pour former la tête creuse; mais ce n'est pas assez pour la former exactement, il faut encore en revenir au moyen que nous venons de donner, pour y appliquer une cerche formée sur l'arc horizontal ACB, & posée horizontalement sur la tête, par le moyen d'un angle 6° 2' 9".

LA différence qu'il y a, c'est que cette cerche trouvera deux apuis, donnez l'un sur le joint de tête du lit de dessous, l'autre sur l'arête de doële de la Niche à la surface de la Tour, aux points 5° 7', & au dessous, ce qui fournit le moyen de trouver la position de la verticale 1° V', qui servira d'appui à la cerche d'un côté, l'autre appui étant donné sur le joint de tête du lit de dessus 6° 2'.

ON pourroit aussi, sans faire de développement, faire la cerche rallongée de l'arc $e^1 e^2$, de la Tour sur la corde $x^1 x^2$ qui lui répond, comme nous avons rallongé les arcs des joins de tête, & faire couler cette cerche inclinée parallèlement à la corde 1° 2°, l'appuyant sur les arcs des joins de tête donnez par les panneaux, qui en ont été faits; cette manière est la plus simple, la plus commode, & la plus exacte dans son principe.

LA tête du Vouffoir étant faite à la surface de la Tour, il ne reste plus qu'à faire l'autre du côté du Trompillon, de la même manière que nous l'avons dit, en parlant des Voutes sphériques simples en

Niche , au Chapitre VII. du tome précédent page 368.

Ce que nous venons de dire , concernant la Niche en Tour creuse , fervira pour la Niche en Tour ronde , en renversant les panneaux de lit de la droite à la gauche. La différence qu'il y a pour le Trait, c'est. 1°. Que si l'on règle les profondeurs de la Niche à la clef , au lieu qu'elle augmente dans la Tour creuse vers les impostes , elle diminuera dans la Tour ronde. 2°. C'est qu'au lieu de prendre la corde de l'arc de la Tour , que la projection des divisions des têtes des Voussiors comprend , il faut prendre la tangente de cet arc , pour réduire la Tour ronde en polyèdre , dont chaque pan ou face , forme une tête plane au Voussior , laquelle sert de préparation à la formation de la tête ronde , qui sera de la même manière que la creuse , mais en sens contraire , avec une cerche concave , au lieu d'une convexe , laquelle sera cependant formée sur le même arc ACB , considéré en dehors dans sa convexité.

Seconde Combinaison.

Des Voutes sphériques avec les Cylindriques , lorsque le Berceau racheté par un Cu-de-Four est horizontal.

E X E M P L E.

Niche sphérique dans un Berceau de niveau.

A bien considérer le Trait dont il s'agit , ce n'est autre chose qu'un changement de position du précédent de la Voute sphérique en Tour creuse ; dans celui-là , l'avance de l'arête de rencontre des deux Voutes , diminueoit depuis les impostes jusqu'à la clef , ici au contraire , elle commence aux impostes , & finit à la clef.

Fig. 99. POUR apercevoir cette différence d'un coup d'œil , il n'y a qu'à
& 101.† jeter les yeux sur les développemens de cette arête de face , à la fig. 99. de la planche 88. à la fig. 101. † de la planche 89. & l'on verra que si l'on joint les deux moitiés de la première par leur extrémité , qui est aux impostes , on aura une figure égale à celle du développement de la fig. 101. †

ON peut aussi concevoir que le développement de l'arête de face de la fig. 101. est précisément le même que celui de la Niche en Tour ronde , c'est-à-dire , convexe , pour laquelle nous n'avons point don-

né d'exemple, comptant que celui-ci pouvoit servir pour l'un & pour l'autre.

AVANT que d'entrer en matiere, il faut observer que l'on peut faire une Niche qui rachete un Berceau de deux manieres, ou médiatement, ou immédiatement. Pl. 89.
Fig. 101.
& 102.

ELLE rachete la Voute du Berceau immédiatement, lorsque la doële sphérique rencontre la Cylindrique du Berceau à la clef, qui retombe au-dessous du niveau de A en a.

ELLE la rachete médiatement, lorsque la doële sphérique PA, étant montée à sa plus grande hauteur, sous le milieu de la clef en A, cette clef est menée de niveau en a, au lieu de retomber au-dessous de E, par l'arc A a, comme le pratiquent ordinairement les Architectes; alors la Voute sphérique rachete un petit demi-Cylindre de même diametre, & qui a son axe e C dans l'axe de la Sphère PC, prolongé par conséquent, dont l'arête de l'intersection commune, est un demi-cercle par le Théor. VIII. du 1^{er}. Livre, dont le rayon vertical est la ligne AC.

ENSUITE, ce même demi-Cylindre, rachete le grand Berceau CED^o auquel la doële de la Sphère ne se joint que par cette médiation. Alors ce trait devient le même que celui d'une Lunette Droite dans un Berceau, dont il a été parlé à la pag. 6. de ce 3^e. tome.

Nous considérons donc ici, la jonction immédiate des surfaces de la Sphère & du grand Berceau, pour ne pas tomber dans des redites.

Soit la ligne CP, donnée pour la profondeur d'une Niche circulaire à son imposte, le plan horisontal de cette Niche, ne fera qu'un demi-cercle APB, mais son profil sera plus grand que le quart de cercle PA, de l'intervale d'un arc A a, compris entre la plus grande hauteur A de la Voute de la Niche, & l'arc du Berceau de niveau, dont le profil est l'arc DE a C. Fig. 101.

FAISANT servir de cintre primitif le quart de cercle AP, on le divi-fera en ses Vouffoirs, comme une moitié de cintre de face, par exemple, ici, en deux & demi pour cinq Vouffoirs, aux points 3. 4, par lesquels on menera des paralleles à l'horizontale CP, qui couperont la verticale AC, aux points f³ f⁴, les lignes C f³ & C f⁴, seront les demi-axes verticaux de deux Ellipses, qui auront chacune la même ligne CP, pour demi-axe horisontal.

Par le moyen de ces axes donnez, on décrira par le Probleme VII, du 2^e. Livre, des arcs d'Ellipse $P f^3 F$, $P f^4 G$, qui couperont l'arc du profil du Berceau DEC, aux points F & C.

De la même maniere, précisément, on fera la projection horifontale, en repetant le quart de cercle PA en BH, sur le diametre BA, lequel sera divisé en ses Vouffoirs exactement, de même aux points 1 2, desquels abaissant des perpendiculaires sur CB, on aura les points de leur projection, $p^1 p^2$, par lesquels & par le pole P, on décrira comme ci-dessus, des arcs d'Ellipse prolongez indéfiniment au dehors de la ligne CB.

PAR les points F & G du profil, on abaissera des aplombs sur HP, lesquels étant prolongez, rencontreront les Ellipses des projections des joins de lit aux points f & g . Si l'on en abaisse aussi un du point E, qui coupera HC en e , on tracera à la main une courbe $e f g B$, qui fera la projection horifontale de l'arête de rencontre des surfaces de la Sphère & du Cylindre.

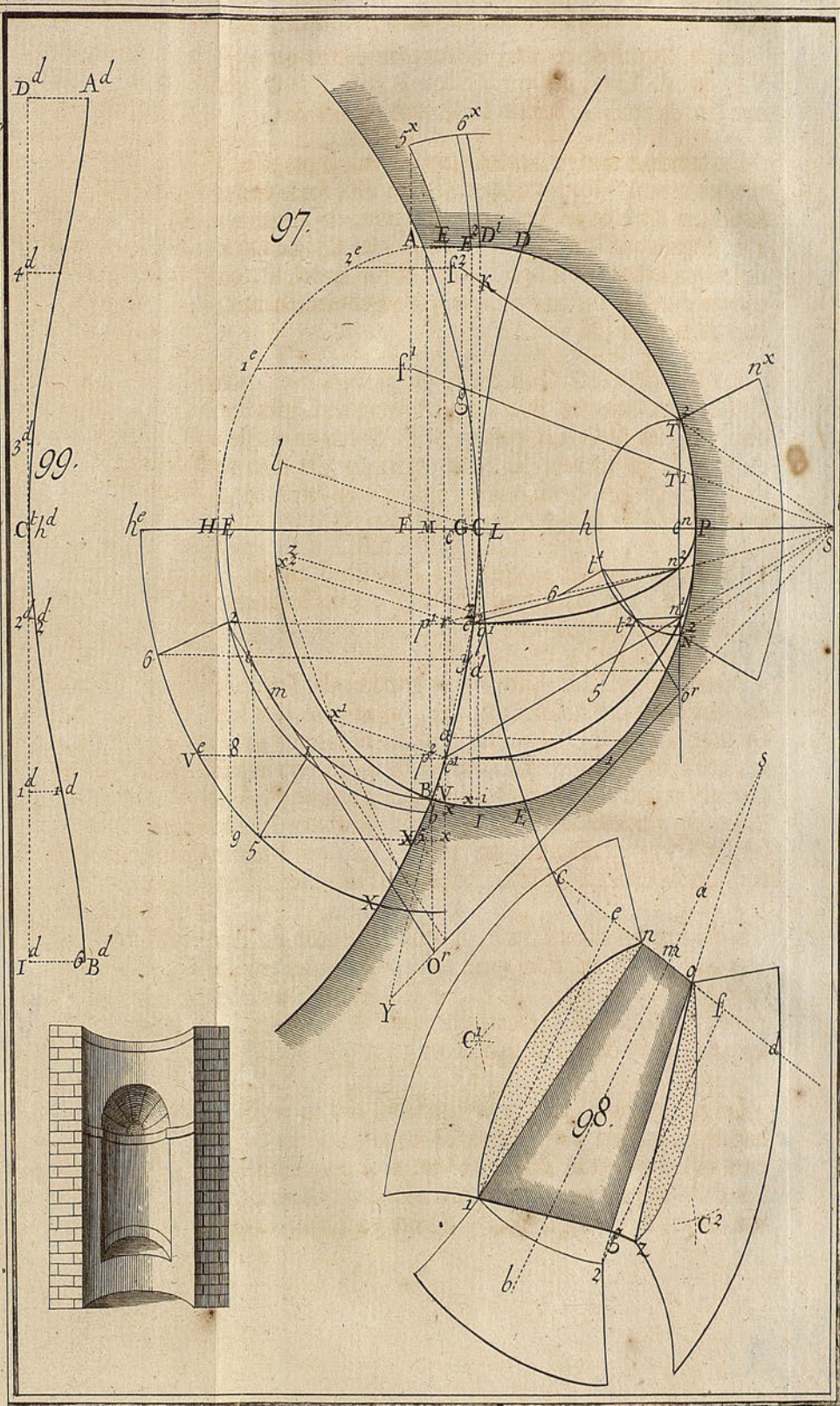
ON pourra faire aussi la projection de l'arête d'extrados de la même maniere, en menant par les points K 7 8 des horizontales, mais on peut s'en passer par notre méthode.

PRESENTEMENT il faut déterminer la grandeur du Trompillon, qui doit être un demi segment de Sphère, qui ait pour pole le point P. On tirera à volonté, & suivant la grandeur de la pierre qu'on y destine, une ligne TN, perpendiculaire à CP, qui coupera les arcs Elliptiques des projections des joins de lit, aux points $q^1 q^2$, desquels on élèvera des perpendiculaires sur TN, qui couperont le demi-cercle fait sur TN, pour diametre, aux points 1" 2", qui seront les divisions des Vouffoirs à la tête inférieure, qui s'appuye sur le Trompillon.

Si par une opération inverse, on avoit fait le cintre du Trompillon avec ses divisions, immédiatement après avoir fait les projections du cintre primitif, on auroit eu sur la ligne TN, des points des Ellipses, des projections verticale & horifontale des joins de lit, pour la premiere les points 3' 4', & pour la seconde les points $q^1 q^2$.

LES projections des joins de lit étant faites, tant au profil qu'au plan horifontal, on fera les panneaux de doële plate, de la même maniere qu'il a été dit au Trait précédent, avec cette différence, qu'au lieu d'une corde menée par les projections des divisions de l'arête de face creuse, & prolongée pour y d'écrire un cintre, comme l'on a





fait à la fig. 97. sur la ligne LB ; on mènera ici une tangente Vu , à la courbe convexe de projection flg , en tirant la corde fg , à laquelle on tirera une parallèle par le point l , le plus faillant de la courbe flg .

POUR avoir le rayon du diamètre, du cintre qu'il faut décrire sur cette tangente, on lui mènera par le centre C de la Sphère, une perpendiculaire Cd , qui la coupera au point d , où sera le centre de ce cintre, dont du fera le rayon, qui donnera un cercle mineur de la Sphère, dont le quart est l'arc dLu ; ce rayon du , coupera les Ellipses des projections des joins de lit, aux points $z z$, qui seront tout près des points fg , desquelles on élèvera des perpendiculaires sur du , qui couperont l'arc ul , aux points $z_1 z_2$.

Avec tous ces points donnez, on opérera pour faire les panneaux de doële plate, comme au trait précédent, ou pour remonter plus loin, comme au trait de la *Trompe en Niche sur le coin*, qu'on a vû à la pag. 368. du tome précédent, auquel on peut renvoyer le lecteur pour ne pas faire de trop fréquente redites, la fig. 103. en montrera l'application.

Explication Démonstrative.

ON peut comparer la rencontre des Niches avec les Berceaux de niveau ou de bout, à celle d'une Niche sur le coin, dont il a été parlé au tome précédent pag. 368. parce que les tangentes de la courbe convexe de la projection faillante, ou les cordes des divisions des Voussoirs dans la projection rentrante, lorsque la courbe de l'arête de rencontre à double courbure est concave, prise horizontalement, peuvent être considérées comme des pans des murs verticaux, qui forment un coin faillant, ou un angle rentrant, lesquels retranchent quelques parties du quart de Sphère, ou comprennent plus que son quart, selon que les angles de ces plans verticaux sont faillans ou rentrans, & que leur concours s'approche ou s'éloigne du pôle de la Sphère, qui est au milieu de l'imposte de la Niche.

CELA supposé, l'explication du Trait de la Trompe en Niche sur le coin, convient en tout à ceux dont il s'agit ici, par exemple, que les projections des joins de lit, doivent être des arcs d'Ellipses, parce que les sections des plans des lits qui passent par l'axe de la Niche, & par les divisions du cintre primitif, formans des cercles à la doële de la Sphère, lesquels sont inclinés au plan horizontal, leur projection doit être une Ellipse par le 2°. Théorème du 2°. Livre pag. 209.

QUANT au dispositif à l'excavation de la Sphère, il est clair que nous commençons par y inscrire des pyramides tronquées, dont les surfaces de leurs côtes, ne peuvent pas toucher les quatre angles de la portion sphérique, que le Vouffoir doit comprendre; si les angles de la rencontre du Berceau avec la Sphère, à chaque division de l'arête à double courbure, ne sont pas situés les uns à l'égard des autres, suivant les conditions que nous avons expliqué au commencement du second tome page 4; c'est pourquoi lorsque la doële plate, qui est une des surfaces de pyramides tronquées, inscrite dans la Sphère, ne touche la doële sphérique qu'en trois points, on est obligé de chercher la position du quatrième angle du Vouffoir qu'elle ne touche pas, en formant un second panneau en retour de la doële plate.

CHAPITRE QUATRIÈME.

DE LA RENCONTRE DES VOUTES

Coniques entr'elles.

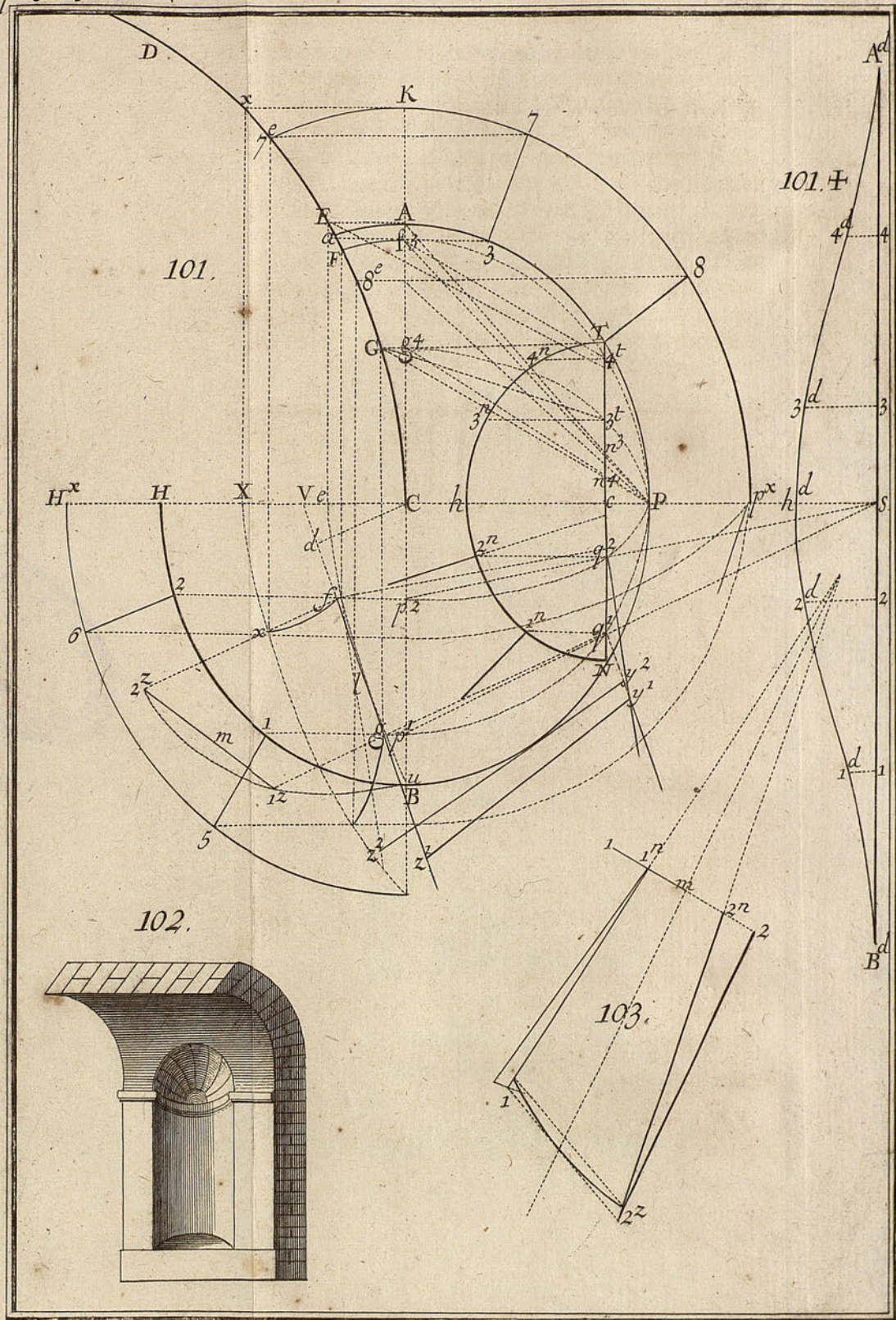
NOUS devons considérer les corps Coniques, comme les Berceaux, suivant leurs différentes situations à l'égard de l'horison, ce qui nous offre trois combinaisons des parties des Voutes composées de portions Coniques. La première, lorsque leurs axes sont horizontaux. 2°. Lorsque l'un est horizontal, & l'autre vertical. 3°. Lorsque l'un est vertical, & l'autre incliné. 4°. Lorsqu'ils sont inclinés tous les deux.

PROBLÈME VI.

*Faire la jonction de deux Voutes, ou Corps
Coniques en situation, quelconque.*

Première situation, où les axes des portions Coniques sont communs, dans une même direction horizontale ou inclinée.

DANS la construction des Fortifications, on a souvent occasion de faire des ouvrages de cette espèce, l'un est de ces ouvertures qu'on appelle aujourd'hui, *Embrasures*, & anciennement, *Canonnières*, parce qu'elles servent à y placer du Canon.



La seconde, est une façon de former certaines Portes extraordinairement biaises.

DANS l'une & l'autre ouverture, la jonction des deux portions de Voutes coniques qui la composent, ne doit pas faire une arête à double courbure; c'est pourquoi, il n'est pas indifférent qu'elles soient coniques arbitraires, par ce qu'on a vu au premier Livre, lorsque nous avons parlé de la pénétration des cones entr'eux, qu'il est plus de circonstances, où la rencontre de leurs surfaces, forme une courbe à double courbure, que de celles où elle forme une courbe plane.

PREMIER CAS.

Canoniere ou Embrasure à mettre du Canon, dans un Mur en talud ou à plomb.

EN traitant des Voutes coniques simples, au tome précédent, nous avons donné la manière de faire chacune des deux portions de cones tronquez, qui composent l'embrasure, l'une depuis le parement extérieur, qui est ordinairement en talud, jusqu'au Collet, l'autre depuis le parement intérieur, qui est ordinairement à plomb, jusqu'à la tête du même collet, ce qui fait pour l'une, une Trompe conique en talud, & pour l'autre, une Trompe conique sans talud.

CHACUNE de ces parties, peut aussi être Droite ou biaise, sur la direction qui doit être commune, quoique tournée en sens contraire de la base de l'une, au sommet de l'autre.

POUR en venir au Trait qui concerne la coupe des pierres, d'une Embrasure à vouter, je pourrois supposer celui de la disposition, & de la direction des parties de son plan horizontal; mais comme la manière ordinaire de tracer une Embrasure, lorsqu'elle est biaise, y jette des difficultez, pour la construction de la Voute, qui ont souvent embarrassé les Apareilleurs & les Ingenieurs, qui doivent les conduire; il est à propos de faire observer d'où elles viennent, pour fournir le moyen de les éviter.

SOIT (fig. 105.) DEFG, une partie de mur dans lequel on veut Pl. 09. établir une Embrasure voutée, dont la surface intérieure GF est à Fig. 105. plomb, & l'extérieure DE en talud.

ON commencera par donner à la ligne du milieu MN, la direc-

tion convenable au Canon qu'on y doit placer, pour qu'il batte à l'endroit le plus nécessaire à défendre, que je supposerai ici oblique au mur LGF.

ON déterminera ensuite la profondeur NC, du Collet de l'Embrasure AB, au-dedans du parement intérieur, laquelle est ordinairement de 15. à 18. pouces, lorsqu'il n'y a point de biais, mais lorsqu'il y a de l'obliquité dans la direction du milieu, il faut y avoir égard, en y ajoutant la longueur QF, que donne un trait d'équerre NQ, sur la direction NM, à une distance NQ, qui soit à peu près la moitié de la largeur intérieure de l'Embrasure.

LA profondeur NC, du Collet AB étant déterminée, on en déterminera aussi la demi-largeur AC & CB, quadrément sur la ligne du milieu MN, suivant la grosseur de la pièce de Canon qu'on y doit poser, qu'il faut considérer, non pas suivant son calibre, mais suivant le métal dont elle est.

DANS les Batteries des Ports de mer, où les Canons sont de fer & de gros calibre, souvent de 48. on ne donne guère moins de trois pieds de Collet; à celles de terre, où l'Artillerie est de fonte & de petit calibre, on n'y en donne quelques fois que la moitié.

LES points A & B, étant déterminés de position, il faut régler l'ouverture de l'ébrasement DE, suivant l'épaisseur du mur FM; c'est-à-dire, que plus le mur sera épais, plus aussi l'ébrasement doit augmenter, parce que le souffle du Canon fait un tourbillon d'air, qui s'élargit au sortir de la bouche, avec une si grande impétuosité, qu'il ébranle les jointures des Embrasures, si elles ne s'écartent pas assez en s'éloignant du Collet.

LA manière ordinaire de tracer l'ébrasement, est d'en porter la moitié du milieu M sur la face, de part & d'autre, en MD & ME; de tirer des points D & E, par les points A & B du Collet, les jointures extérieures DA, EB, auxquelles par les mêmes A & B, on mène des parallèles AG, BF, qui forment les jointures intérieures.

CETTE manière est bonne, lorsque l'Embrasure est Droite, & même suffisante lorsqu'elle est biaise, & qu'elle doit rester ouverte par le haut. Mais si elle est biaise, & qu'il faille la vouter, on ne doit pas la tracer de même, pour deux raisons; la première, est qu'en prolongeant les jointures, il se forme deux sections de cônes inégaux, DSE & GfF, dont les axes SM & fn , ne sont plus dans la direc-

tion donnée NM; par conséquent n'ayant pas les axes communs, l'arête de rencontre des Voutes extérieure & intérieure, ne pourroit être un cercle, ni une Ellipse, mais une courbe à double courbure.

La seconde, c'est qu'on ne peut faire les joûées intérieures parallèles aux extérieures opposées, sans jeter de l'irrégularité dans les Voutes coniques, du dedans & du dehors, parce que la direction du milieu NM, leur doit être commune, & par conséquent l'axe des deux cônes tourne en sens contraire, qui doivent avoir pour section plane, (aussi commune) le cintre du Collet AHB. Or, cette section AB, n'étant pas au milieu de MN, ni parallèle aux bases DE, FG, ni même sous-contrainte, parce qu'elle est perpendiculaire à l'axe; il suit que les deux cônes ne peuvent avoir leurs côtes parallèles aux opposés, parce qu'ils ne sont pas semblables, & qu'au cas qu'on les voulût faire parallèles, la Voute deviendrait un composé de quatre quarts de cônes inégaux, qui feroient des angles rentrants à la clef de la face intérieure & de l'extérieure, quand même la section AB, leur seroit commune, par la supposition, ce que l'on doit éviter.

Pour le démontrer, il n'y a qu'à prolonger toutes les joûées, jusqu'au milieu donné MN, & l'on verra qu'elles doivent toutes couper cette ligne en différens points; sçavoir, DA en N, & EB en R.

De même à l'ébrasement intérieur, GA coupe NM, au point f , & fB en H, parce que les angles alternes DNH, fHN , doivent être égaux, ainsi que les angles GfR , MRE, & l'angle DNM, est plus grand que MRE, par conséquent ces moitiés de triangles inégaux, appartiendront à des cônes différens.

Il faut donc tracer l'Embrasement qu'on doit vouter différemment de celle qui ne doit pas l'être.

AVANT déterminé le Collet comme nous avons dit en AB, perpendiculairement à la direction donnée, qui coupe le parement extérieur du mur en M, on mena par ce point la ligne OP, parallèle à AB. Puis ayant donné en MP, la moitié de l'ébrasement, d'une Embrasement Droite, on aura les points P & O, par lesquels on tracera les joûées AO, & BP, qui couperont, étant prolongées où il le faut, la face extérieure du mur en x & en E; ensuite par les points A & B, on tirera des parallèles AG, BF aux joûées extérieures, & l'Embrasement sera tracé.

LORSQUE l'obliquité est assez grande, pour allonger la joûée AG,
V ij

beaucoup plus que son opposée BF, on est obligé de faire un cran en enfoncement dans le mur, comme on voit en LKF, afin d'ôter la partie faillante en G, qui empêcheroit qu'on ne pût assez avancer le Canon en batterie, parce que la roüe de l'afût du côté de G, pourroit moins avancer que l'autre, qui doit être poussée jusqu'en F.

Fig. 106. Le plan horizontal de l'Embrasure étant tracé, il faut regler le profil. On fait ordinairement l'apui m C de niveau, & la plongée CM, plus ou moins inclinée, suivant la position de l'objet auquel on doit viser, observant que la Voute & la plongée, soient éloignées de la bouche du Canon, pour que l'impetuosité de son souffle n'y puisse pas ébranler les pierres ou les briques, comme je l'ai vu dans quelques Places maritimes; car il faut observer que ce souffle fait plus d'effet dans les Embasures de maçonnerie, que dans celles de fascines & de saucissons, qui lui cedent un peu par leur ressort.

L'EMBRASURE étant tracée dans toutes ses parties, & les hauteurs des clefs des cintres, relativement à celui du Collet que nous prenons pour le primitif, parce que c'est la partie la plus importante: on aura pour objet de construction, deux portions de cones tronquez comme celles de deux Trompes inégales, jusques à leurs Trompillons, lesquelles sont jointes par le cintre commun du Collet, lequel ayant été pris pour primitif, déterminera le contour des deux autres de face extérieure en talud, & intérieure à plomb, comme il a été dit au second tome page 222. Il ne s'agit plus que de la jonction de ces deux Voutes par des Vouffoirs, qui fassent partie de l'une & de l'autre doële, ce qui se fera par le moyen des biveaux de doële plate, de la même maniere que nous l'avons dit, pour les rencontres des Berceaux & des Voutes sphériques, suivant notre maniere générale, dont voici l'application au cas présent, de la fig. 105.

Fig. 105. AVANT fait la projection des joins de lit à l'ordinaire, & celle de la rencontre des deux doèles plates, du dehors & du derriere du Collet, par exemple, au second rang des Vouffoirs, au-dessus de l'imposte en 3' 4, ou 1' 2, on prolongera la corde 1' 2 du Collet, jusqu'à la rencontre du diametre AB, qu'elle rencontrera en O, par lequel & par les sommets des cones f , R, on tirera des lignes fO K, RO V, qui feront les sections des deux doèles avec l'horison.

PAR le moyen de ces deux sections de doèles plates avec l'horison, on trouvera facilement les biveaux de leur rencontre; ce que nous allons faire hors de la figure, pour ne pas l'embrouiller de trop de lignes & de chiffres.

SUR AB, prolongée au-delà du point O, on portera la retombée 1 q en O' Q, où on élèvera une perpendiculaire Q 2, égale à la hauteur de la retombée q 2. Sur O' 2, on tirera par le point 2, une perpendiculaire 2 x, qui coupera O' Q prolongée en x, par où on tirera à la même O' x, une perpendiculaire, qui coupera les sections de l'horifon SK en K, & RV en V. Sur O' x prolongée, on portera la longueur x 2, de x en X, d'où l'on tirera les droites XK, XV, l'angle KXV, fera celui que l'on cherche, pour assembler les deux doëles plates de l'ébrasement extérieur avec l'intérieur, lesquelles donneront la position des quatre angles, de chacune des doëles coniques, que l'on doit ensuite creuser à l'ordinaire, comme il a été dit pour ces sortes de surfaces; par le moyen de ce biveau, & de ceux de lit & de doële de chacune des Voutes coniques en particulier, on taillera le Vouffoir d'enfourchement de la même manière que nous l'avons dit, pour tous les Traits précédens des Voutes composées.

Il y a une seconde manière de faire les Voutes d'Embrasures, à peu près comme la *Corne de Vache* & le *biais passé*, qui est d'ébaucher les Vouffoirs, comme si c'étoient des portions de Berceaux; ce que nous allons expliquer au Trait suivant.

S E C O N D C A S.

Porte biaise en Corne de Vache double adossée, dont la doële est coudée en angle saillante, qui s'ouvre de plus en plus depuis les impostes à la clef, dont le milieu est en ligne Droite.

DANS ce Trait précédent, tous les lits étoient brisez en angle saillant & rentrant, & la doële coudée au Collet, ou également ou avec peu de différence d'une imposte à l'autre; ici, nous voulons que les lits soient plans, sans brisure, & que la doële soit inégalement coudée, depuis l'imposte à la clef, qu'on veut en ligne Droite à son milieu, pour ne rien diminuer de la hauteur du passage, & le reste par d'autres raisons de construction que je vais exposer.

Il se trouve quelquefois des passages si obliques, dans les Ouvrages de Fortification, qu'on ne peut en faire les Portes assez biaises, pour en suivre la direction, & cela par deux raisons.

La première, parce qu'une des arêtes d'un jambage devient si aigue,

qu'elle n'a aucune force ; de forte qu'elle peut être facilement écor-
née en la taillant ou en la posant , & ce qui est pire , par le moin-
dre choc des choses qu'on fait entrer.

Fig. 110. L'AUTRE, parce que si l'on donnoit aux Vouffoirs de la porte, la
direction biaise sans correction, ils pousseroient au vuide d'un côté,
comme on peut le voir par l'exemple de la fig. 110. où la perpen-
diculaire $M 9$, sur le milieu de la direction de la clef $N n$, poussé au
vuide en 9 ; de forte que l'arcade pourroit tomber, si la clef n'étoit
apuyée par une longue queue $M n$.

POUR remedier à cet inconvenient, il convient d'émouffer les an-
gles aigus, l'un en dedans, l'autre en dehors, & de changer la direc-
tion des joins de lit, pour la rendre moins oblique, & conserver le
niveau des joins de tête au devant & au derriere.

SOIT, le Rumboïde $IBVT$, (fig. 110.) le plan horifontal d'une baye
de porte biaise, suivant la direction de son milieu $N n$, qui fait avec la
face AB , d'un côté l'angle aigu $AN n$, & de l'autre l'angle obtus
 $n NB$.

AYANT déterminé l'épaisseur du jambage, & la place de la feüillu-
re DFG , où se doit loger la fermeture de la porte à angle-droit,
on divisera l'épaisseur $D i$ ou ID , du tableau en deux, également en
 m , par où on menera la ligne $m m$, parallele à AB , qui coupera les
tableaux en $x X$, d'où on tirera les lignes $x A$ & XE , perpendicu-
laires sur les faces AB du devant, & $F f$ du derriere, qui donneront
les points A & E , & pour plan horifontal de chaque pié-droit, une
surface coudée $A x D$, BXE , au lieu des tableaux droits ID & $B n$.
Par les points A & D , on tirera la ligne AD , & par le point B , la
parallele BE , que l'on prendra pour les directions des pié-droits,
sans égard à l'angle saillant de leur tableau.

PAR les points $x X$, on tirera des paralleles à DA & BE , qui
couperont la face AB , en a & b .

SUR ab comme diametre, on décrira le demi-cercle $a H b$, & sur
 AB pour grand axe, & CH pour moitié du petit axe, on décrira la
demi-Ellipse AHB . Puis ayant divisé ce cintre en ses Vouffoirs, par
exemple, ici, en 3 aux points 1, 2, & tiré ses joins de tête 1' 3,
2' 4, qui couperont le demi-cercle $a H b$, aux points 5, 6, on abaissera
des perpendiculaires de ces divisions sur AB , qu'elles couperont aux

points P & p , par où on tirera les directions des joins de lit PS, p f , parallèles, à AD & BE.

AVANT prolongé ces directions, on leur fera une perpendiculaire D^r R, qui les coupera aux points D^r ζ^d , ζ^d R, qui feront les projections du diametre de l'arc-droit D^r b R, formé comme aux Berceaux biaux, pour avoir l'angle de lit & de doële R ζ^d 4^r ou D^r ζ^d 3^r.

ON abaissera du point ζ , une perpendiculaire ζ q , sur AB, qui la coupera au point q , par où on menera q Q, parallèle à AD, qui coupera la ligne m m , au point Q, l'angle PQ f , fera la projection du joint de lit, lequel angle est plus ouvert que celui de la doële brisée au lit inférieur A \times D, & seroit plus fermé que celui du lit au-dessus, s'il y en avoit un, parce qu'il s'ouvre de plus en plus, en aprochant de la clef, où il s'évanoüit au milieu C c , qui est une ligne droite.

IL nous reste à tracer les panneaux de lit & ceux de doële.

LE panneau de doële plate, doit être fait comme pour un Voulfoir de Berceau simplement biaux, dont la projection est parallélogramme a q r i . Ayant tiré la diagonale q i , on la portera en q k sur AB, & l'on tirera k ζ , qui fera la valeur de cette diagonale, par le moyen de laquelle on formera le panneau de doële, (fig. 111.) comme il a été dit au 2^e. Livre, page 357. en faisant deux triangles égaux, sur cette base commune, avec la corde de la tête a ζ , & la projection d'un joint de lit q r , ou a i , tels sont les triangles k^1 a q^s , & q_s r k^1 , qui forment le parallélogramme a r , que l'on cherche.

ON formera de même le panneau de lit, en abaissant du point 3 Fig. 112. de l'extrados, une perpendiculaire sur AB, qui coupe ici cette ligne en y , si l'on tire y 3ⁿ, parallèle à q r , on aura le parallélogramme y q r 3ⁿ, qui sera la projection du lit, qu'on formera de même que celui de doële plate, par le moyen d'une diagonale q 3ⁿ, qu'on portera sur AB, de q en t , & la différence des hauteurs des points ζ & 3, qui est o 3, sera portée en q d , la ligne d t , fera la valeur de la diagonale q 3ⁿ, par le moyen de laquelle on formera comme ci-devant, le parallélogramme 3 ζ , 5ⁿ 3ⁿ, de la fig. 112. dont les côtez 3 3ⁿ, 5 5ⁿ, sont égaux à la projection q r , & les côtez 3ⁿ 5, & 3ⁿ 5ⁿ, sont égaux au joint de tête 3ⁿ 5, de l'élevation de la face à la fig. 110.

POUR achever de former ce panneau de lit, il faut porter la longueur

5' 1, de l'élevation en 5 1°, du panneau sur le devant, & 5" 1, sur la feuillure; puis du milieu Q, de la ligne 5 5", on tirera les lignes Q 1°, Q 1", qui formeront l'angle 1° Q 1", qui est le joint de lit que l'on cherche, pour déterminer l'inclinaison mutuelle des deux parties de la doële plate, qui s'ébrase en dehors & en dedans.

Application du Trait sur la pierre.

AYANT dressé un parement pour servir de doële plate, on y appliquera le panneau pour en tracer le contour. Puis avec le biveau de lit & de doële pris à l'arc-droit en R 6' 4', on abattra la pierre pour former les lits, sur lesquels on appliquera les panneaux qui leur conviennent; sçavoir, k a i FGL, pour le lit de dessous, & 3 5 5" f g T pour celui de dessus de la fig. 112., posant les points 5 5", sur q' q 5 de la doële, & les angles a & i du lit de dessous, en k & 1° de la doële.

APRÈS avoir ainsi formé les têtes, on y appliquera le panneau de l'arc du cintre primitif a 5, suivant lequel on creusera la doële, comme s'il s'agissoit d'un simple Berceau biais.

CETTE doële étant ainsi creusée, on y menera une courbe, parallèle à l'arête extérieure, en y traçant la longueur a x, quarrément au milieu. Puis on prendra le panneau de tête 3' 1, A k, qu'on reculera au lit de dessus, de la longueur 1° 5, & à celui de dessous de la longueur A a, & dans cette situation, on tracera l'arc 1 A sur le devant, entre lequel & la ligne courbe tracée en travers dans la doële, comme nous venons de le dire, on abattra la pierre à regle appuyée, quarrément sur ces deux arcs; sçavoir, A 1 à l'arête extérieure, & a 5 au milieu de la doële, & l'ébrasement extérieur sera formé.

ON en usera de même pour l'intérieur, s'il n'y a point de feuillure à ménager, mais s'il y en a une comme dans cet exemple, il faudra la tracer parallèlement à l'arc 1 A, & quarrément suivant la profondeur, après quoi on formera l'ébrasement intérieur, comme nous venons de le dire.

U S A G E.

J'ai fait exécuter deux de ces portes dans des réduits de Place d'Armes rentrantes, où le passage du souterrain, est aussi oblique qu'on le voit

voit à la fig. 110. parce que l'angle flanqué & celui de la gorge. sont extrêmement obtus.

DANS l'une, j'ai fait les joins de lit en angle faillant & rentrant, comme en PQS, pour plus de solidité, afin que la poussée du Vouffoir, dans la moitié de son épaisseur, fût presque directe.

DANS l'autre, j'ai mis en œuvre le Trait, tel que je l'ai donné ici, pour rendre l'opération plus simple ; mais n'ayant pu veiller continuellement à l'exécution, elle n'a pas été bien correcte, parce que, faute d'Apareilleur, j'étois obligé de m'en rapporter à un mauvais Tailleur de pierres, qui tournoit indifféremment le panneau de cintre Elliptique, comme s'il avoit été circulaire ; à quoi il faut prendre garde avec attention ; parce que les Ouvriers n'entendent pas à fond ce qu'on leur fait faire, quoiqu'ils le disent souvent de bonne foi, & souvent par vanité ; ce qui m'a engagé de tracer moi-même la troisième, que j'ai fait exécuter.

POUR donner une idée de l'application de ce Trait à la formation d'une Embrasure, j'ai dessiné en perspective à la fig. 114. un Vouffoir ébauché en Berceau, & achevé en deux portions de cones inégaux. Fig. 114.

Idée d'une nouvelle Corne de Vache double.

ON appelle assez mal à propos *Corne de Vache double*, une Voute cylindrique qu'on appelle aussi *Biais passé*, au lieu que la *Corne de Vache*, est une Voute Conique ; ainsi la *Double*, doit être un composé de deux Voutes Coniques, qui aient des impostes parallèles entr'elles, comme le *Biais passé*, & qui aient pour section par l'axe à l'imposte des triangles rectangles ABS, & DE \int comme la *Corne de Vache* ; telle est la Voute dessinée à la fig. 113. dans laquelle on voit que les deux surfaces de ces Voutes se rencontrent suivant une demi-Ellipse, dessinée en perspective en DMB ; on a dit au premier Livre, pag. 104. & fig. 79. pourquoi cette arête courbe étoit plane Elliptique, & non pas à double courbure. Fig. 113.

Le grand axe de cette Ellipse, est donné à la diagonale DB du plan horizontal, & l'on aura la moitié de son petit axe, en tirant par le milieu m de cette diagonale, une ligne FG, parallèle à AB, qui coupera le côté D \int d'un des cones en I, & l'autre BS en L ; la moyenne proportionnelle entre I m & G m , fera la moitié du petit axe que l'on cherche, que nous avons placé en M m .

Je ne crois pas nécessaire d'entrer ici dans le détail de la conf-

truction d'une telle Voute, dont je ne vois d'application à l'usage, qu'au cas qu'on eût un passage biais à vouter entre deux cintres de face égaux, entre lesquels il se trouveroit quelque empêchement de continuer la clef de niveau d'une face à l'autre.

C O R O L L A I R E.

Voute d'Arête Conique.

DE cette composition de deux Voutes coniques, on en peut tirer une de quatre portions de cônes, qu'on pourroit appeler *Voute d'Arête Conique*, dont les Auteurs n'ont jamais parlé, quoiqu'elle soit possible & même convenable dans une circonstance telle que celle dont je viens de parler, suposant que la fig. ADEB du plan horizontal soit un Rhumbe parfait, & non pas un Rhumboïde; car s'il se trouvoit de l'inégalité dans les côtes, elle ne seroit pas praticable, parce que les cônes deviendroient inégaux entre eux, par conséquent leurs arêtes seroient des courbes à double courbure, ce qui est une difformité dans les Voutes d'arêtes, où elles doivent se bornoyer en ligne droite d'une imposte à l'autre.

Je ne m'arrêterai pas non plus à la construction de cette Voute, dont l'usage ne peut guere tomber en pratique que par un cas bien extraordinaire, & qui est d'ailleurs plus foible qu'une Voute d'arête cylindrique, en ce que la clef de la croisée est plus basse que celle des formerets; d'où il suit qu'elle reçoit une partie de leur charge.

Explication Démonstrative

POUR bien entendre les deux Traits de l'Embrasure & de la Corne de Vache double, qui sont des pénétrations de portions de demi-cônes scalenes, il faut se représenter des cônes entiers, emboitez les uns dans les autres, comme nous les avons représentés aux fig. 104. 106. 107. 108. & 109. & parce qu'il s'agit de cônes scalenes, une seule représentation ne peut suffire pour montrer les différentes positions de leurs parties; c'est pourquoi pour exprimer l'origine de l'Embrasure, considérée dans son plan horizontal, on a dessiné en perspective la projection horizontale à la fig. 104. où l'on voit un petit cône *isf*, qui en pénètre un plus grand *de S'*, tourné en sens contraire; Or comme ces cônes sont de différentes especes, le petit étant Droit & le grand scalene, la courbe d'intersection *abb* seroit à double courbure, si cette courbe n'étoit déterminée en arc de cercle, ce qui rend le grand cône intrinséquement de même nature que le petit; car quoiqu'il pa-

Fig. 104.

roisse scalene par l'obliquité de la base *dte* sur l'axe \propto *S*, la section *abb* perpendiculaire à son axe, est par la construction un cercle, par conséquent la base *dte* ne peut être qu'une Ellipse.

LES deux représentations des sections verticales mises en perspective, font voir que la projection horisontale de la fig. 104. restant la même, les cônes qui se pénètrent peuvent encore être en différentes situations.

PREMIEREMENT l'axe commun *f* *C* peut être horisontal, comme lorsque l'on prend la naissance de la Voute de l'ébrasement extérieur sur une ligne de niveau avec la Genouillère, & celle de l'ébrasement intérieur; alors les deux cônes sont intrinséquement Droits, & l'extérieur est coupé obliquement par le Talud du mur en TL.

DANS cette construction, les piédroits ou jouées de l'Embrasement au-dessous de ce niveau, sont des surfaces planes, triangulaires, verticales & tangentes au cône *Pqr*, parce que le plan rampant de la plongée coupe le cône au-dessous de son axe de niveau; par conséquent l'arête de la face extérieure de l'embrasure rentreroit en elle-même, parce qu'elle seroit plus grande qu'une demi-Ellipse, ce qui ne convient pas à la commodité du pointage, parce que le canon ne doit pas toujours être directement au milieu de l'embrasure, on doit avoir la liberté de le tourner un peu à droite ou à gauche quand on le juge à propos; on ne voit d'embrasures rondes que dans les vieilles fortifications: on peut voir à la fig. 116. de la planche suivante les deux différentes especes de bayes d'embrasures, la ronde en haut & la mixte en dessous.

Fig. 106.

SECONDEMENT l'axe commun peut être incliné à l'horison, comme à la fig. 107. & alors suposant encore la courbe d'intersection *abb* plane & circulaire, les deux cônes sont encore rendus par la construction intrinséquement de même espece, en ce qu'ils sont tous deux également scalenes, leurs axes étant également inclinez en ce sens à la section commune circulaire.

Fig. 107.

DANS cette construction, la Voute de l'ébrasement prend directement sa naissance sur le plan incliné de la plongée, sans qu'il soit nécessaire d'y ajouter deux parties planes tangentes au cône.

PRESENTEMENT pour en venir à l'explication de notre corne de vache double, il faut remarquer qu'elle differe de la figure des Embrasures, en ce que les cônes, dont la doële comprend deux parties, n'ont pas comme aux Embrasures leurs axes communs, c'est-à-dire sur une même ligne droite, quoiqu'ils paroissent les avoir ainsi dans la projection

- Fig. 109.** horizontale, mise en perspective à la fig. 107. où les axes $S^c C$, & $S^e e$ ont une partie commune Ce ; mais ces axes sont inclinez entre eux comme l'on voit au profil mis en perspective à la fig. 108. où ils sont représentez par les lignes $f^c G$ & $f^e g$, qui se croisent en K .

Au lieu d'avoir leurs axes sur la même ligne, ils ont un côté commun en Ce sous le milieu de la clef, dans la ligne $f^c f^e$, qu'on suppose une ligne droite, ce qui fait voir la nécessité de deux représentations de plan & de profil, pour donner une juste idée de la position des cônes scalenes.

- ig. 113.** QUANT à notre invention d'une nouvelle *Corne de Vache double*, expliquée à la fig. 113. on peut voir la figure de la position respective des cônes au premier Tome à la page 104. & à la fig. 79. de la planche 7. ce qui suffit pour en donner une juste idée.

Deuxième situation, où les Axes des cônes ont des directions différentes, par exemple, l'une verticale, l'autre horizontale.

Porte ébrasée,

T R O M P E,

Ou Canoniere en Tour ronde, ou creuse en Talud.

- DANS le Trait précédent, nous avons considéré la jonction des doëles coniques au *Collet* de l'embrasure, ou à celui de la porte en Corne de Vache double: Ici nous cherchons la courbe de l'arête de rencontre d'une seule doële, avec le parement conique d'une Tour
- Pl. 91.** **Fig. 116.** ronde ou creuse, laquelle est une portion de cône tronqué vertical.
- Fig. 115.** SOIT, fig. 115. la demie couronne de cercle $DTE KLI$, la face d'une Tour en Talud par dehors, laquelle est percée d'une ouverture ébrasée $ABGF$, qu'il faut vouter.

AYANT tiré la corde AB , on lui mènera une parallèle ab , tangente au cercle DTE , qui le touchera en T , puis on prolongera de part & d'autre les directions des piédroits AF & BG , jusqu'à ce qu'elles concourent en S , où sera le sommet du cône horizontal de l'embrasure, & en dehors en a & b pour avoir le diamètre de sa base ab , sur lequel on décrira le demi cercle atb pour cintre primitif, qu'on di-

visera en ses Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, desquels on tirera les perpendiculaires 1 p^1 , 2 p^2 , &c. à l'ordinaire.

PAR les projections des divisions p^1 , p^2 , &c. on tirera des lignes droites au sommet S, p^1 S, p^2 S, p^3 S, &c. qu'on prolongera indéfiniment au-delà de S, lesquelles couperont l'arc FG en q , r , u , v .

DU point C, qui est le centre de la base de la Tour, on tirera des perpendiculaires sur chacune des projections de lit p^1 S, p^2 S, &c. qui les rencontreront aux points 1', 2', 3', 4'.

ON portera toutes les longueurs C 1', C 2', C 3', C 4' en R' R', R' R', sur la base DE, par lesquels on tirera les verticales R' V, R' V, &c.

ON fera ensuite le profil de la Tour suivant l'inclinaison de son Talud CDO, & ayant porté la hauteur MH du cintre primitif en C³, on divisera cette hauteur en autant de points qu'on voudra avoir, aux arcs des hyperboles qu'on doit tracer pour chercher les projections de l'arête extérieure de la Tour & de l'embrasure; supposons seulement en quatre, aux points C⁵, C⁶, C⁷, C⁸.

ON menera par ces points des parallèles à la base DE, qui rencontreront le côté de la Tour DO aux points d^5 , d^6 , d^7 , d^8 , & les verticales R' V, R' V, &c. aux points 5, 6, 7, 8.

DES points c^5 , c^6 , &c. comme centres, & de la longueur de chaque horizontale $c^5 d^5$, $c^6 d^6$, &c. pour rayons, on décrira des arcs de cercles en dessus ou en dessous, qui couperont les verticales R' V, R' V, aux points 1, 2, 3, 4, & chacune en des points x^6 , x^7 , x^8 .

PRESENTEMENT il faut tracer les arcs des quatre hyperboles que formeront à la surface de la Tour, des plans verticaux, passant par les projections des joins de lit de la Voute S p^1 , S p^2 , &c. lesquelles rencontrant ces joins de lit dans la Voute, y déterminent autant de points de l'arête de rencontre de la voûte de la Tour avec le parement de la Tour.

IL nous suffira de chercher un de ces points, par exemple, celui qui répond au point 4. du cintre primitif.

ON prendra la longueur 5 4, qu'on portera sur l'horizontale en 5 Fig. 115. Y⁵, ensuite 6 x^6 en 6 Y⁶, 7 x^7 en 7 Y⁷, &c. & par les points Y⁵,

Y^6 , Y^7 , on tirera à la main une courbe qui fera un arc de l'hyperbole qu'on cherche.

IL faut présentement faire le profil du joint de lit qui doit la couper.

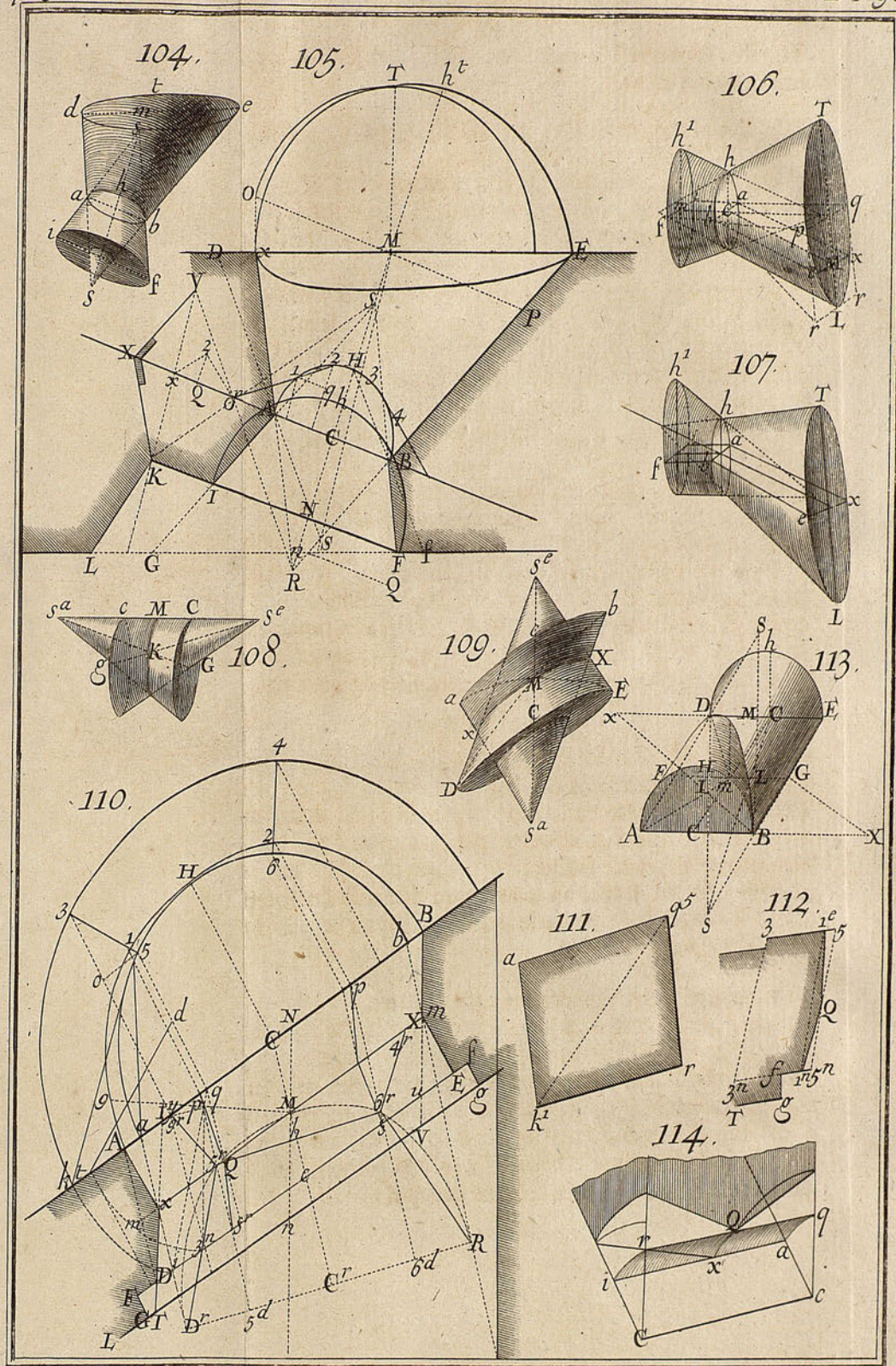
ON prendra la longueur $4^r p^+$, qu'on portera de R_4 en P^+ , sur l'horizontale DE. On élèvera au point P^+ une verticale $P^+ V^+$, qu'on fera égale à la hauteur de la retombée $p^+ 4$ du cintre primitif.

ON portera ensuite la longueur $4^r S$ de R en N , & l'on tirera l'inclinée $N V^+$, qui fera le profil du joint de lit, lequel coupera l'arc d'hyperbole qu'on vient de faire au point y , qui est celui que l'on cherche; duquel si l'on abaisse une perpendiculaire sur DE qui la coupera en t , on aura par ce moyen la projection de ce point, qu'on portera à la projection de la Voute de p^+ en p^+ sur la ligne $S p^+$.

PAR la même méthode, on cherchera les autres points p^3 , p^2 , t_1 , pour tirer par ces points la projection de la courbe de l'arête de la Tour en AmB , par le moyen de laquelle on pourra tailler chaque Vouffoir par équarrissement, ou si l'on veut par panneau, comme toutes les Voutes coniques dont on a la projection de l'arc de face à double courbure; en cherchant les diagonales des panneaux, comme il a été dit au 3^e. liv. & en plusieurs traits ci-devant, particulièrement dans celui de la Trompe, ou Canonière en Tour ronde ou creuse à plomb.

ON peut en effet ébaucher la tête du Vouffoir comme s'il étoit à plomb sur une partie du contour de la courbe de projection trouvée AmB , puis se reculer de la quantité que le Talud donne par une seconde courbe qu'il faut chercher par le moyen d'un extradoss, ou bien pour plus grande facilité, faire au lieu d'extrados une portion de lit horizontal, sur lequel on tracera l'arc de cercle du réculément que donne le Talud sur la hauteur qu'il y a depuis le plus haut de la doële à l'extrados.

CE moyen a cette commodité qu'il dispense du soin de faire les panneaux de lit, parce qu'après avoir formé la tête & la doële plate, ou le lit horizontal des retombées, dont on fait usage pour opérer par équarrissement, il ne s'agit plus que de former les lits, ou avec les biveaux d'aplomb & de lit, ou avec les biveaux de lit & de doële, & en abattant la pierre pour former le lit, sa tête au parement de la Tour se forme, comme par hasard, en une portion d'arc Elliptique qui est la section du lit dans la Tour conique.



ON peut aussi opérer au contraire en faisant la doële & un parement à plomb avec le biveau d'aplomb & de doële au lit de dessus, sur lequel on appliquera un panneau coupé sur l'arc hyperbolique, qui a servi à tracer l'épure, pour trouver le point de l'arête du lit de dessus ; cet arc donnera le reculement de la tête à l'extrados, & par conséquent le moyen de poser sur le lit supérieur horizontal, l'arc de cercle qui en donne le reculement de niveau ; tout cela suppose un peu d'intelligence dans le fond du Trait, pour mettre un trait aplomb à ce panneau, où il doit servir à le poser par le moyen d'un biveau de joint de lit & d'aplomb.

Le reculement de l'extrados sur l'arête du joint de lit de dessous ne peut se trouver par le moyen d'un panneau coupé sur l'arc hyperbolique, mais par une cerche où l'on mettra aussi un aplomb pour le poser par dehors, ayant soin de la dégauchir suivant l'arête de lit & de doële.

Remarque sur l'erreur de l'ancien Trait.

QUOIQUE ce Trait soit fort usuel dans les Bâtimens militaires, M^r. de la Ruë n'en dit rien, & le P. Deran en donne un qui ne vaut rien, sous le nom de Trompe en Tour ronde & en Talud ; il convient lui-même qu'il n'y observe pas la justesse des opérations Géométriques, pour ne pas le rendre trop difficile, *parce, dit-il, qu'il y auroit un grand embarras de discours & de lignes, pour arriver à celle qui pourroit être tenue en ces rigueurs pour la vraie* ; il se contente, ajoute-t'il, du nécessaire pour la pratique, laissant le curieux à ceux qui auront un dessein plus ample, *que celui qu'il s'est proposé*, c'est-à-dire, à moi, qui ne suis pas d'avis qu'on doive donner une opération fautive pour la rendre facile.

Si l'on veut sçavoir en quoi consiste la fausseté de son opération, il faut remarquer qu'il ne prend pas les reculemens du Talud sur des plans passans par l'axe de la Tour, ce qui les augmente évidemment, parce qu'alors la section de la Tour n'est plus une ligne droite, mais une courbe hyperbolique, car on sçait qu'il n'y a de section droite dans le cône, que celle qui passe par le sommet ; or les lignes de reculement n'y passent point, donc elles ne sont pas des lignes droites.

Au reste il me semble que le Trait que je viens de donner pour opérer juste, n'est pas plus composé & embarrassé de discours & de lignes, que celui du P. Deran pour le faire faux ; je ne sçai même

s'il n'est pas plus simple, puisqu'il ne consiste que dans l'intersection d'un triangle qu'il faut nécessairement faire, pour trouver la valeur du joint de lit, quelque manière qu'on opère, & d'un arc hyperbolique, dont la construction est des plus faciles.

QUANT à la voye que le P. Deran prend pour faire des têtes égales en rectifiant le contour de la base de la Tour pour faire son cintre primitif du cintre développé; elle n'est d'aucune conséquence pour la perfection de l'ouvrage, car la régularité de la figure de la doële qui résulte du cintre primitif de surface plane pris à la base du cône, est préférable à la petite inégalité qu'il produit sur les têtes, au lieu que le cintre primitif supposé en développement du cône, produit une irrégularité dans le contour de la doële.

QUE si l'on vouloit absolument des têtes égales, il faudroit toujours opérer, comme nous avons fait, par le même cintre primitif de la base, & après avoir fait le développement du cône, on y traceroit celui de l'arête par le moyen de la projection, trouvé comme il a été dit au Probl. 14. du 3^e. liv. & sur ce développement, on referoit de nouvelles divisions des têtes des Voussoirs autant égales qu'on le souhaiteroit.

Explication Démonstrative.

Si l'on suppose des plans verticaux passans par les projections des joints de lit de la Voute, il est clair que tous ceux qui ne passeront pas par l'axe de la Tour, étant prolongez s'il le faut, ne feront pas à sa surface des sections rectilignes, mais des hyperboles, par conséquent l'arête de rencontre de la surface de la doële & de celle de la Tour, sera toujours à l'intersection d'un triangle, qui est la section du plan vertical, passant par le sommet S de la Voute conique, & d'une hyperbole qu'il forme à la surface de la Tour; or il est visible que pour avoir l'éloignement du plan de cette hyperbole de l'axe du cône vertical, il faut mener une perpendiculaire de cet axe sur le plan coupant, comme l'on a fait en C 1^r, C 2^r, &c. que portant cette distance sur la base horizontale DE, à distance égale du centre C, & tirant une parallèle à l'axe comme R¹ V R² V, &c. chacune de ces parallèles représentera l'axe de l'hyperbole dans le cône, dont les ordonnées seront égales à des moyennes proportionnelles entre les segmens DR¹, & R¹ E à la base, ainsi qu'aux sections parallèles à cette base, entre les segmens d¹ s, & s e, ainsi des autres, ce qui a été fait par le moyen des arcs, & qui est exact, comme il a été démontré au Probl. 37. du 2^e. liv.

CHAPITRE CINQUIEME.
DE LA RENCONTRE DES VOUTES
Coniques avec les Sphériques.

LE nombre des combinaisons de rencontres de la Sphère avec le cône se réduit à deux cas. 1°. Lorsque l'axe du cône passe par le centre de la Sphère. 2°. Lorsqu'il n'y passe pas.

PROBLEME VII.

Faire une Voute Conique quelconque, qui rachete une Voute Sphérique.

PREMIER EXEMPLE.

Lunette ébrasée ou resserrée Droite, Biaise ou Rampante, dans une Voute en Cû-de-Four sphérique ou sphéroïde.

Soit (fig. 117.) l'arc $SabD$, l'imposte d'une Voute sphérique, la- Pl. 92.
quelle est percée d'une Voute conique, dont la projection horison- Fig. 117.
tale seroit le triangle ACB , si elle étoit complète & Droite, mais
dont il n'y a que la partie $AaXbB$ voutée; le reste $aCbX$ étant
dans le vuide de la Sphère. Sur AB , comme diametre donné, on dé-
crira le cintre primitif AHB circulaire ou Elliptique, qu'on divisera en
ses Voussloirs aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on abaissera des
perpendiculaires sur AB , pour en avoir la projection en $p^3 p^4$: nous
ne diviserons que la moitié BH , pour faire servir l'autre AH de pro-
fil, ce qui suffit lorsque la projection de la voûte conique est Droite,
c'est-à-dire que son axe cC passe par le centre C de la Sphère, ou
nous le supposons ici terminé, parce que les deux côtes de la clef sont
égaux entre eux.

ON tirera par le point C sommet du cône, qui se trouve aussi par
supposition arbitraire, au centre C de la Sphère, les projections des
joins de lit Cp^3 , Cp^4 , dont on portera les longueurs sur la ligne
 CH , qu'on prendra pour base des profils qui doivent donner la va-
leur de ces projections, lesquelles sont plus courtes que les véritables
joins de lit. On portera donc Cp^4 en Cd , & Cp^3 en Ce .

PAR le point d , on élèvera une perpendiculaire df^4 , qu'on fera
Tom. III. Y

égale à la hauteur $4 p^4$, & par le point e une autre $e f_3$ égale à $3 p_3$, puis on tirera la droite $f^4 S$, suposant que la Lunette soit rampante, & que le sommet du cône qui étoit dans la projection en C , soit au profil en S , au milieu de la clef de la Voute sphérique, ce qui est cependant arbitraire, & au gré de l'Architecte, qui peut le mettre où bon lui semblera, en de-ça ou en de-là, plus haut ou plus bas.

SUPPOSANT donc le sommet du cône en S , on tirera les lignes AS , $f_3 S$, $f^4 S$, qui couperont le profil de la Voute sphérique $c \propto S$ en x , y , z , d'où on abaissera des perpendiculaires sur CH , qui donneront leurs projections de profil X , Y , Z .

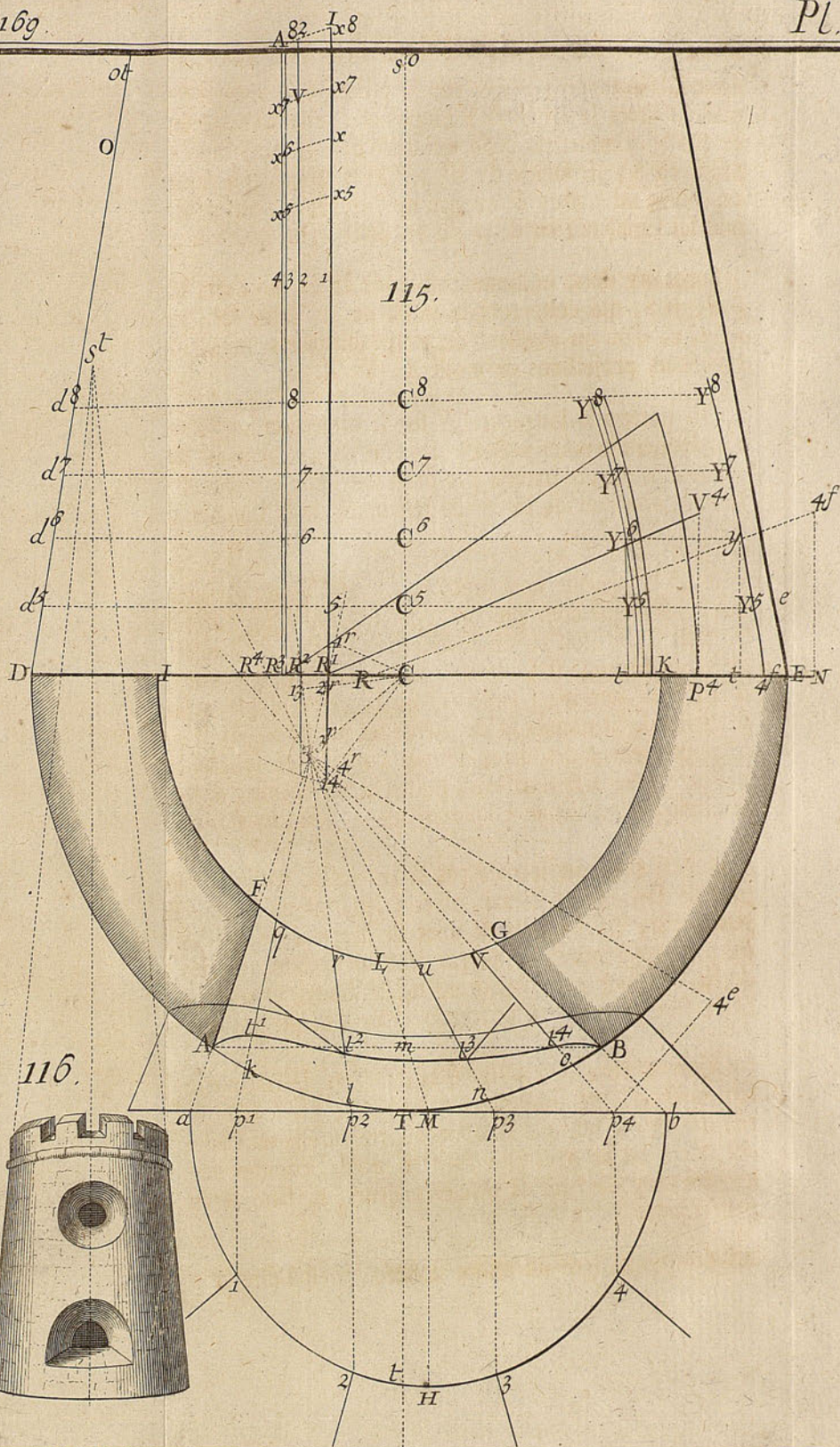
ON portera la longueur CY sur la projection horisontale $C p^3$, où elle donnera le point y_3 , & $C z$ sur $C p^4$ en z^4 , puis par les points X , y_3 , z^4 , & b , on tracera à la main une ligne courbe $X y_3 z^4 b$, qui fera la projection de l'arête de rencontre de la Lunette conique avec la doële sphérique.

IL est visible que nous suposons ici une Voute parfaitement sphérique, parce que nous prenons pour son profil un quart de cercle $c \propto S$, mais si elle étoit en cû-de-four sur baissée ou sur haussée, au lieu de ce quart de cercle il faudroit faire le quart d'Ellipse qui conviendrait à la section verticale; l'intersection de cette Ellipse avec les profils des joins de lit donneroit de même les points x , y , z , pour l'arête d'enfourchement des deux Voutes conique & sphéroïde, suposant la Voute sphéroïde régulière, oblongue ou aplatie, & formée par la révolution d'une demie Ellipse autour de son axe vertical.

MAIS si elle étoit formée par la révolution d'une demie Ellipse autour de son axe horisontal, alors il faudroit un quart d'Ellipse différent à chaque projection de joint de lit pour en faire le profil, & trouver les points x , y , z , par leur intersection avec les vraies joins de lit, qui sont des côtes droits de la Voute conique; alors l'arc cb D ne sera plus un arc de cercle, mais d'Ellipse, ce qui est clair.

QUOIQUE nous ayons suposé la direction de la lunette Droite par sa projection, en sorte que son axe passe par le centre C , il pourroit arriver par quelque situation bizarre qu'elle fût biaise, comme en cG , alors on ne peut plus faire les profils, comme nous venons de les faire avec des arcs de cercles majeurs, ni faire servir une moitié pour l'autre.

SUPPOSONS la ligne du milieu donnée, c'est-à-dire la projection de



l'axe du cône en cG , & la hauteur de son sommet, dont le point G est la projection en g . On tirera par les points donnez p^1, p^2, p^3, p^4 , des lignes droites au point G , au-delà duquel on les prolongera jusqu'à la rencontre de l'imposte de la Voute sphérique en $i I K k$, puis on tirera sur chacune de ces lignes des perpendiculaires du centre C , qui les couperont aux points m^1, m^2, m^3, m^4 .

ON fera ensuite les profils des sections, qui seroient faites par des plans verticaux, passans par les projections des joins de lit, prenant pour base RQ ; ces profils auront tous pour hauteur commune gR .

ON portera la longueur Gp^4 en Rq^4 , où l'on élèvera une perpendiculaire $q^4 4^o$, égale à la hauteur $4p^4$, & l'on tirera la droite $4^o g$, qui fera la valeur du quatrième joint de lit, dans lequel il faut trouver un point x^4 , qui soit l'intersection de la Sphère.

ON prendra la longueur Gm^4 , qu'on portera de R en n^4 , d'où, comme centre, & de l'intervalle $m^4 K$ pour rayon, on décrira un arc de cercle, qui coupera la ligne $4^o g$ au point x^4 que l'on cherche.

ON trouvera de même les autres points de la projection de l'arête d'enfourchement des deux doëles de la Lunette & du Cû-de-Four.

IL est encore visible qu'on suppose le Cû-de-Four sphérique & non en sphéroïde, car s'il étoit alongé ou aplati, il faudroit chercher les Ellipses de chacune des sections qui seroient faites par les plans verticaux, passans par la projection des joins de lit, pour laquelle opération il faut avoir recours à ce que nous avons dit au Probl. III. du 2^e. Tome page 30.

LA courbe aXb de projection horifontale de l'arête d'enfourchement, & les longueurs des joins de lit dans la Lunette, Ax, f_3, γ, f_4, z étant données, on aura tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux de doële plate conique, & pour tailler la pierre; supposant qu'on veuille faire le développement de ces panneaux, on aura tous les côtez des triangles que formeroient les doëles, si elles étoient prolongées jusqu'au sommet.

AYANT tiré une ligne du milieu de la clef où l'on voudra, par exemple en Cc^4 , fig. 118. on la fera égale à AS de la fig. 117. sur laquelle on prendra CX^4 égale à Sx de la fig. 117. ensuite du point C pour centre, & de la longueur Sy pour rayon, on décrira un arc yY , sur lequel on portera de part & d'autre la demie-corde Yy , de la fig. 117. pour avoir les points yY du développement.

Y ij

SUR les côtes Cy CY prolongez, on portera la longueur f^3y en y_2 & Y_3 ; le Pentagone irrégulier $yX^dY_3y_2$, fera le panneau de doële plate de la clef. On continuera de même pour avoir les autres panneaux des Vouffoirs suivans $1zy_2$, $a^dzy_1A^d$, qui seront plus simples, n'étant que des quadrilatères, suposant que la Lunette a sa base sur un mur droit AB ; car si elle est établie en Tour creuse, les panneaux des impostes seront des triangles mixtes a^dz_1u , b^dZV , & le développement de toute la Lunette fera un triangle curviligne $a^dX^db^d$, au lieu que dans le premier cas sa figure est un Pentagone irrégulier curviligne $A^da^dX^db^dB^dc^dA^d$.

LES panneaux de doële plate de la Lunette étant donnez par ce trait, & ceux de la Voute sphérique par le trait qui lui est propre, on pourra former les Vouffoirs d'enfourchement de la même manière que ceux de la Lunette cylindrique dans un Cû-de-Four, comme il a été dit page 129. de ce 3^e. tome.

ON peut de plus se servir ici des biveaux mixtes, donnez aux profils par les angles f^4zx , $f^3y \propto S$ & $A \propto S$, posez à la branche droite suivant la direction des arêtes des joins de lit de la Lunette, & la branche courbe dans un plan vertical dirigé au pôle S .

L'application du Trait sur la pierre peut se faire par la voye des panneaux, comme dans tous les enfourchemens des rencontres des Voutes, dont on a les doèles plates & les biveaux de rencontre; ce que nous avons repeté plusieurs fois, dès le commencement de cette seconde partie.

Et l'application du Trait par équarrissement se fera aussi par le moyen de la courbe de projection horizontale, sur laquelle on élèvera une surface concave quarrément, dans laquelle on placera les hauteurs des retombées, comme il a été dit au 3^e. Livre, page 311. pour toutes les arêtes qui sont courbes à double courbure; enfin les biveaux de lit & de doële de la Lunette se feront comme à toutes les Voutes coniques.

ON a dessiné au bas de la planche à la fig. 119. la vûe en perspective des Lunettes coniques rampantes, dans une Voute sphérique à peu près comme elles sont à la fameuse Chapelle du Pantheon de l'ESCURIAL, où sont les tombeaux des Rois d'Espagne.

Je les ai aussi disposé de même dans la Voute de celle du nouvel Hôpital, que Mrs. de Haguenau vont faire bâtir sur les desseins

que je leur ai donné, charmé d'aider de mes conseils, un illustre Magistrat zélé pour l'utilité publique.

QUOIQUE ces sortes de Lunettes soient fort usuelles, le P. Deran & Mr. de la Ruë n'en ont rien dit.

Explication Démonstrative.

LA construction de ce Trait est si semblable dans son principe à la précédente, qu'on pourra l'y reconnoître facilement. On suppose des plans verticaux, passans par les joins de lit de la Lunette, qui font une section triangulaire dans le cône, & une circulaire dans la Sphère; comme cette dernière est ordinairement d'un cercle mineur, parce qu'elle passe rarement par son axe, on a tiré des perpendiculaires sur toutes ces sections en $C m^1 C m^2$, &c. pour avoir les centres de ces cercles en $m^1 m^2$, &c. la raison en est claire par les Elemens de Géométrie, où il est dit que la perpendiculaire tirée sur une corde, l'a coupe en deux également, & donne la position du centre à l'égard du sommet du cône, par l'intervalle $S m^1$ ou $S m^2$ &c.

Si la Lunette au lieu d'être circulaire à sa base, c'est-à-dire à son centre primitif AHB, étoit sur haussée ou sur baissée, il ne se feroit d'autre changement au Trait, que celui du plus ou du moins de hauteur de retombées.

SECOND EXEMPLE.

Abajour en O biais ébasé & rampant, tombant dans une Voute sphérique.

CE Trait n'est proprement qu'un inverse du précédent, tournant PL. 93. le cône différemment, en sorte que son ébrasement vienne du dehors Fig. 121. au dedans de la Voute sphérique, au lieu qu'au Trait précédent, il étoit dirigé du dedans au dehors.

LA seconde différence est qu'ici le contour du cône est entier autour de son axe, & qu'au Trait précédent ce n'étoit qu'une moitié; mais comme ces différences ne font d'aucune conséquence, & qu'il est cependant à propos de parler de ce Trait, dont le P. Deran n'a rien dit, non plus que du précédent: je vais le traiter d'une nouvelle manière, que l'on pourra, si l'on veut, appliquer aussi au précédent; elle paroîtra même plus facile.

SOIT (fig. 120.) le cercle ou portion de cercle PBO, le plan ho- Fig. 120.

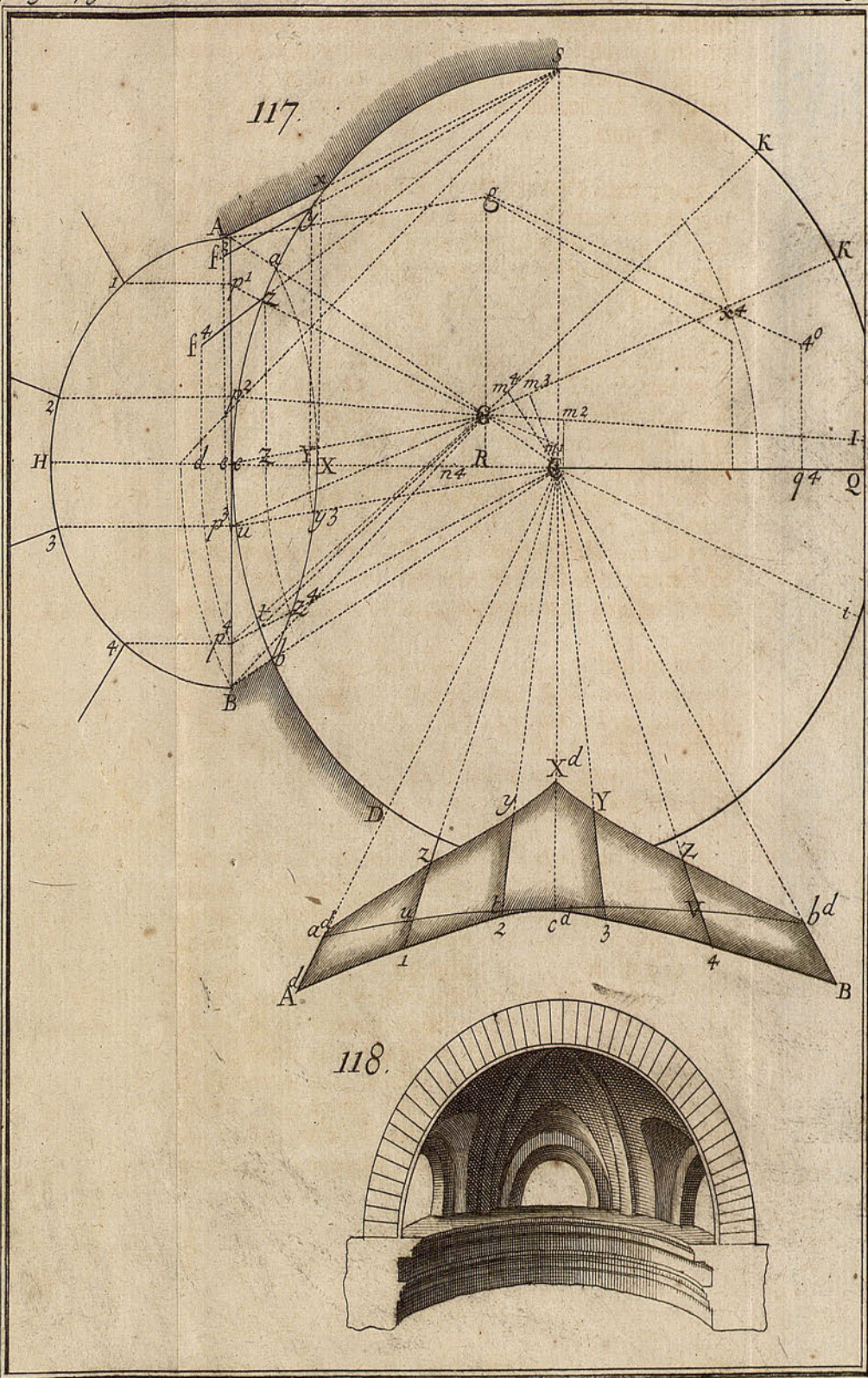
horizontal d'une Voute sphérique dont le centre est C ; pour ne pas trop étendre la figure, nous ferons servir l'arc eo pour la projection horizontale, & l'arc Pe pour la verticale, & parce qu'il s'agit principalement de l'inclinaison du cône de l'abajour, nous commencerons à régler le profil.

AYANT tracé à volonté les deux lignes AD, BE, l'une pour la clef supérieure, l'autre pour l'inférieure, partant des deux points D, E, donnez pour l'intervalle du diamètre de l'ouverture extérieure de l'abajour ; on prolongera ces lignes jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en S, où fera le sommet du cône.

SUR DE comme diamètre, on décrira le cintre primitif, ou seulement une moitié D₃E, ce qui suffit, parce que l'autre lui est égale, & l'ayant divisé en ses Vouffoirs, en sorte qu'il y en ait une moitié en D₁, & une autre en E₅, pour moitié des clefs ; on mena des perpendiculaires au diamètre DE, qui le couperont aux points $f^1 f^2 f^3 f^4$, & par tous ces points & le sommet S, on mena des lignes indéfinies Sq, Sr, Ss, St, Su, qui seront les projections verticales des joins de lit d'une moitié de l'abajour, dont il faut trouver les vraies longueurs, celles de ce profil n'étant pas encore les réelles, mais elles sont nécessaires pour les trouver, comme l'on verra ci-après.

PAR les points h, i, k, l, m, n pris à volonté sur la ligne AD, on mena autant de parallèles à DE prolongées indéfiniment, comme hz, iz, kz, lz, mz, nz , qui couperont le rayon Ce de la Sphère perpendiculaire à DF, aux points Y, Y, Y, l'arc vertical Pe de son cercle majeur aux points H, I, K, L, M, N, & l'axe du cône SX, aux points c, c, c, c, c, c .

DE tous les points c, c pour centres, & pour rayons les parties de ces parallèles qui sont dans le cône cn, cm , &c. on décrira des arcs de cercles, & de tous les points Y, Y, pour centres, & pour rayons les parties de ces parallèles qui sont dans la Sphère ; on décrira d'autres arcs de cercles, qui couperont les précédens aux points x, x , desquels on mena des perpendiculaires à chaque parallèle, où l'on a pris les centres qui ont donné les points x, x , lesquelles les couperont aux points y, y ; par exemple, sur la ligne YK, du point c pour centre, & ck pour rayon, on décrira un arc de cercle $7x$, & sur la même ligne Yk, du point Y pour centre, & pour rayon la longueur YK, qui est dans la Sphère, on décrira un autre arc de cercle $x8$, qui coupera le précédent au point x , par où on mena



sur YK, une perpendiculaire xy , qui coupera YK au point y , qui est un de ceux de la projection verticale.

On trouvera de même tous les autres points y, y , par lesquels on tracera à la main une courbe $Ayyy$, &c. B, qui coupera les projections verticales des joins de lit Sq, Sr, Ss, St, Su , aux points q, r, s, t, u .

Les longueurs des perpendiculaires xy, xy , serviront ensuite à trouver la projection horisontale de la même arête de rencontre des Voutes coniques & sphériques, dont la courbe $AyyB$ est la projection verticale; il n'y a qu'à porter toutes ces perpendiculaires xy, xy , sur les lignes yz qui leur appartiennent, auxquelles elles se terminent, à commencer au rayon Ce ; par exemple, sur la ligne qY , prolongée au-delà de Ce , on portera la longueur $y1^*$ de la perpendiculaire, sur $Y1^2$, qui donnera le point 1^2 ; de même la perpendiculaire 2^*y en $Y2^2$, qui donnera ce point 2^2 , ainsi des autres de suite; & par tous les points a , projection du point A sur Ce , & les suivans $1^2, 2^2, 3, 3, 3$, &c. on tracera à la main une ligne courbe, qui fera la projection horisontale de l'arête d'enfourchement des deux Voutes, laquelle servira à déterminer les longueurs des projections horisontales des joins de lit, dont on a besoin pour en faire les bases des seconds profils, qui en donnent les véritables longueurs.

Du point S, ayant abaissé une perpendiculaire sur ED prolongée en p' , on portera la longueur $S p'$ en $c^p S^p$, sur le rayon Ce , prolongé au-delà de DF, qu'il coupe perpendiculairement en c^p , où sera le centre d'un quart de cintre primitif Fd , qu'on y répètera avec ses divisions $Fe 2, 2^1$, & la moitié $1d$, qui représentera celle du profil supérieur $D1^*$ par les points 1 & 2 , ayant abaissé des perpendiculaires sur $c^p F$, qui couperont ce rayon aux points $p^1 p^2$; on menera par ces points $p^1 p^2$, & par le sommet S^p , les lignes $S^p Q, S^p R, S^p W$, qui couperont la courbe de projection horisontale de l'arête d'enfourchement aux points Q, R & T, V , les longueurs $S^p Q, S^p R, S^p T, S^p V$, seront les projections horisontales de la moitié des joins de lit de l'Abajour, qui serviront à en trouver les véritables longueurs, comme il suit.

PAR les points q, r, s, t, u de la projection verticale, on menera des parallèles indéfinies à Ce comme ro', so', to', uo' ; ensuite ayant pris la ligne $S^p C$ pour base de tous les profils, on portera la longueur $S^p Q$ en $S^p a^p$, & par le point a^p , on élèvera une perpendiculaire à cette base, qui coupera la parallèle, passant par le point q en un point

qu'on n'a pas marqué, parce qu'il tombe si près de q , qu'on ne peut le distinguer.

ON portera de même la longueur $S^p R$ en a^p , c'est-à-dire tout près, car on fait servir ce ligne a^p pour trois points différens, qui tombent si près, qu'on n'a pas de place pour les désigner par différens caracteres, & ayant élevé une perpendiculaire à la base qui coupera la parallèle, passant par le point r , au point o' ; la longueur $o' S$ fera la vraie longueur d'un joint de lit qui se feroit dans un cône entier, mais parce qu'il est coupé par le plan DE , on tirera la ligne $o S$, qui coupera DE au point n ; la vraie longueur de ce joint de lit à la surface de la doële de l'Abajour, sera $o' n$; on trouvera de même la vraie longueur des joins, dont $p V$ & $p T$ sont les projections horizontales; mais comme le point z de l'atouchement du joint du côté représenté au premier profil par la ligne $S c$, n'est pas bien déterminé; il faudra mener par le point f , où ce joint coupe la courbe $Ayy B$, la ligne $f z$, qui coupera $S^p F$ prolongé en z où est le point d'atouchement; ainsi portant la longueur $S^p z$ en $S^p o$, comme le marque l'arc de cercle $z o$; on élèvera à ce point o la perpendiculaire $o o'$, qui coupera la parallèle $f^p o'$ au point o' , d'où tirant une ligne au sommet S , la longueur o, n fera celle du joint de lit $f c$, qui étoit raccourcie par la projection verticale, ainsi des autres.

AYANT trouvé les véritables longueurs des joins de lit de l'Abajour, il ne sera pas difficile de faire les panneaux de doële plate, soit en particulier, soit tout de suite, en forme de développement, comme on a fait ici pour une moitié de droite ou de gauche de l'Abajour.

PREMIEREMENT, par le Probl. 14. du 3^e. liv. on fera le développement des cordes de la base du cône scalene $D_3 E$, qui donnera la courbe $D 3^d ed$, par le moyen des points trouvez $1^d 2^d 3^d$, &c. comme il suit.

Fig. 120 SUPPOSANT que l'on commence le développement au point D , quoi qu'il ne doive pas être pris au milieu d'une doële, parce que la corde $D 1$ n'est pas dans la doële plate de la clef $F 1$, mais il n'importe, il ne s'agit que de montrer une pratique qu'on applique où l'on veut, pour la fin qu'on se propose.

AYANT porté la longueur $P' 1$ sur $P' E$ en $P' 1'$, comme le marque l'arc de cercle $1 1'$. On prendra la distance $1' S$, de laquelle, pour rayon & du point S pour centre, on décrira un arc vers 1^d , & prenant la longueur de la corde $D 1$ pour rayon; du point D pour centre

centre, on décrira un arc qui coupera le précédent au point 1^d ; ensuite portant l'intervale $P' 2$ en $P' 1^2$, comme le marque l'arc de cercle $2 1^2$, on prendra la distance du point 1^2 au sommet S du cône, avec laquelle comme rayon, & du point S pour centre, on décrira un arc vers 2^d , ensuite prenant la corde $1^2 2$ pour rayon, du point 1^d pour centre, on décrira un arc vers 2^d , qui coupera le précédent au point 2^d , ainsi des autres; & par les points $1^d 2^d 3^d$, on menera des lignes du points qu'on prolongera indéfiniment, sur lesquelles on portera les longueurs des joins de lit de l'Abajour, comme $n o'$ en $2^d 1^d$, $n o'$ en $3^d 1^d$, $n o'$ en $4^d 1^d$, ainsi des autres; ce qui donnera les points $q^d, r^d, s^d, t^d, u^d, b^d$, par lesquels on menera des lignes droites, qui acheveront les trapezes des panneaux de doële plate.

Si l'on veut se servir de panneaux de lit, il faudra faire un extradados, & trouver ses courbes de projection verticale & horifontale, de la même maniere qu'on a fait celles de l'arête de la doële à la face & à l'enfourchement, & trouver encore des points entre la doële & l'extrados aux joins de tête, par une supposition d'un cintre moyen entre la doële & l'extrados, ce qui est long & embarrassant.

MAIS on peut se passer de panneaux, en trouvant, suivant la maniere générale du Probl. 14. du 3^e. liv. le biveau de doële plate & de lit, & celui de doële & de tête plane DE , & enfin pour l'enfourchement dans la Voute sphérique, en suivant la méthode de ceux des descentes qui rachètent une Voute sphérique, Probleme de ce Livre, où l'on a donné la maniere de trouver le biveau de doële plate de l'une & de l'autre Voute à leur rencontre.

COROLLAIRE I.

DE-là on tire la maniere de faire, 1^o. l'Abajour en Talud; car si l'on suppose une ligne ET , qui soit le profil d'un mur en Talud, au lieu de l'aplomb DE , cette ligne étant prise pour diamètre du cintre primitif, ne fera aucun changement dans la construction que de rendre le cône scalene SDE moins oblique sur sa base, & arrondir davantage l'intérieur de l'Abajour; mais alors il faut que les lignes de section soient paralleles au Talud de la face, pour qu'elles donnent des cercles; ainsi les lignes bY, iY, kY , &c. ne seront plus alors des verticales, mais des inclinées à l'horifon parallelement au Talud TE .

COROLLAIRE II.

IL suit aussi de la même construction qu'on peut faire un Abajour

en *O surmonté* ou *furbaiſſé*, ſoit que ſa face ſoit à plomb comme *DE*, ou en *Talud* comme *TE*, mais alors les lignes *bc*, *ic*, *kc*, &c. ne feront plus des rayons de cercles, mais des demi-axes d'Ellipſes ſemblables à celle du cintre primitif, dont l'autre demi-axe horizontal fera trouvé en cherchant une quatrième proportionnelle à *Dc*, *nc*, ou *mc*, ou *ic*, &c. & *c3*, ce qui eſt clair & facile à apercevoir; alors la conſtruction deviendra un peu plus compoſée, mais ne changera en rien dans ſon principe.

COROLLAIRE III.

ENFIN par le moyen de la même conſtruction, on pourra faire l'*Abajour* en *O biais*, ſans *Talud* ou avec *Talud*; mais alors la moitié de la projection horizontale ne ſuffira pas, parce que l'autre ne lui eſt pas égale, & la projection verticale de la courbe de l'arête d'enfourchement *Aqrst u B*, ne repréſentera pas non plus les deux côtes de la clef à droite & à gauche, ce qui fera indiqué par une perpendiculaire à la projection de l'axe *ſ^p*, *a^p*, & dans ce cas il faut commencer par chercher la courbe de la projection horizontale de l'arête d'enfourchement, en coupant le plan horizontal de l'*Abajour* & de la Voute ſphérique par des parallèles, à la projection de la face d'entrée de l'*Abajour*, & après avoir trouvé cette courbe, on ſe ſervira des lignes *xy*, comme des ordonnées à l'axe du cône, c'eſt-à-dire de l'*Abajour* qu'on rangera ſur les parallèles prolongées, depuis le plan horizontal au profil de la projection verticale; enſuite par des profils particuliers, on cherchera les longueurs des joins de lit, les biveaux &c. comme il a été pratiqué pour les Voutes coniques, ce qui n'a pas beſoin d'une plus ample explication.

CEPENDANT comme ce Trait paroît fort compoſé par la multiplicité des lignes & des opérations pour trouver les valeurs des profils, il eſt bon d'aider un peu le Lecteur à trouver les raiſons de la conſtruction, afin qu'il l'entende & l'exécute plus facilement.

Explication Démonſtrative

Nous avons donné au 2^e. Livre, pour principe général de la manière de trouver les interſections des corps qui ſe pénètrent, qu'il faut les ſuppoſer coupez par pluſieurs plans parallèles entre eux, dont la poſition, à l'égard des corps coupez ſoit telle, que les ſections dans chacun d'eux devienne une de ces courbes qui ſont les plus faciles à connoître & à écrire, comme le cercle par préférence, enſuite l'Ellipſe, enſuite la parabole, & enfin l'hyperbole dans le cône, afin

que l'interfection des deux courbes qui se croisent, donne facilement les points de l'interfection des surfaces de la Sphère & du cône dans le cas présent.

SUR ce principe de commodité, nous avons coupé le cône de l'Abajour par des plans paralleles à sa face verticale, exprimée par le profil DE, parce que cette ligne DE étant le diametre du cintre primitif, donné en cercle ou en Ellipse, toutes les sections des plans verticaux seront des cercles, ou si elle est Elliptique, elles donneront des Ellipses semblables à celle de ce cintre primitif donné ou pris à volonté, par conséquent toutes ses paralleles, dont le profil donne un axe qui est le vertical, seront faciles à décrire.

SECONDEMENT, puisque toutes les sections de la Sphère sont des cercles dont les rayons sont donnez par les profils des plans verticaux, qui la coupent KY, LY, MY, &c. il est visible qu'il ne s'agit que de trouver l'interfection du cercle du cône scalene avec le cercle de la Sphère, ou de l'Ellipse du même cône scalene & d'un cercle de la Sphère; mais comme ces joins sont en l'air situez perpendiculairement au plan vertical du profil, on les a transporté au point α , en changeant la situation du plan vertical sur celle du papier, ce qui ne change en rien la position de l'interfection des lignes courbes trouvées, qui restent dans le même raport de distance & de grandeur.

ENFIN, parce que nous avons supposé le cône de l'Abajour coupé par son sommet S, & par des points de division 1, 2, 3, 4, du cintre primitif, qui sont inégalement loin du premier plan vertical, passant par l'axe du cône; ces plans seront pour sections des lignes droites, dont la représentation sur le premier vertical est racourcie, parce que ces plans sont inclinez entre eux; c'est pourquoi nous avons été obligé de chercher la valeur de ces sections droites, qui sont les longueurs des joins de lit en œuvre.



CHAPITRE SIXIEME
DES RENCONTRES DES VOUTES
Cylindriques, Coniques & Sphériques.

Avec les Annulaires.

*Premiere Combinaison des Berceaux avec les Voutes
 sur le Noyau.*

PROBLEME VIII.

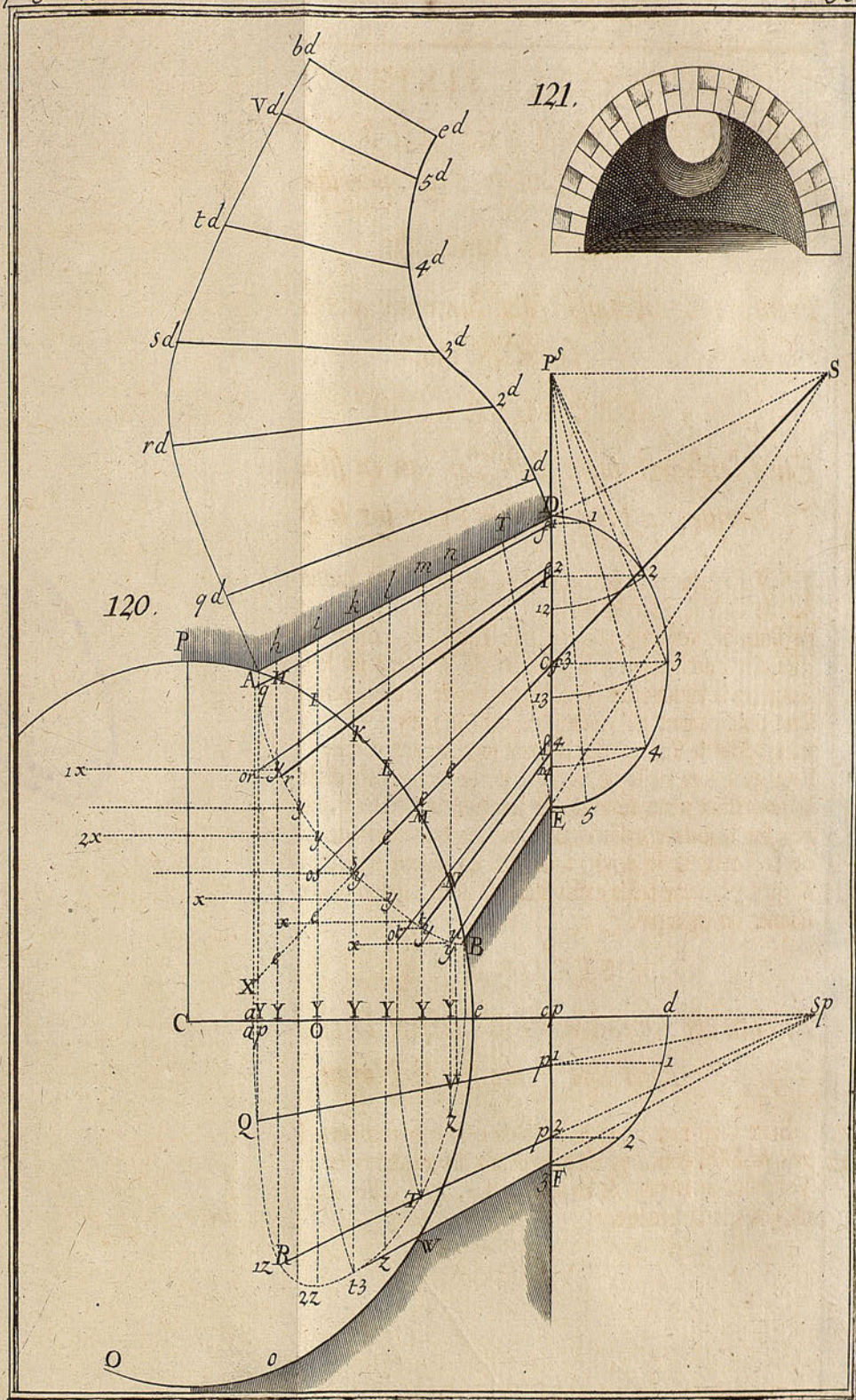
*Faire l'enfourchement d'un Berceau en situation quel-
 conque, à l'égard d'une Voute sur le Noyau.*

UN Berceau peut être considéré en différentes situations, à l'égard de la Voute sur le Noyau. 1°. Il peut être de bout, c'est-à-dire en situation verticale comme une Tour, & alors il ne peut pas se faire d'enfourchement à la jonction de la Voute sur le noyau avec la Tour qui la pénétreroit du côté concave de la clef, parce que les Voulfoirs pousseroient au vuide; cependant il s'y formera un angle rentrant, dont le sommet des surfaces formera une courbe à double courbure qu'il sera facile de tracer, parce que la base de la Tour en est la projection toute trouvée, & les hauteurs de ses points seront donnez sur la surface cylindrique, par les retombées des arcs du cintre de la Voute sur le noyau; comme ce cas est rare dans la pratique, & qu'il est d'une facile exécution, nous ne croyons pas nécessaire d'en donner un exemple.

SECOND CAS.

*Berceau de niveau qui fait Lunette Droite ou biaise,
 dans une Voute sur le Noyau.*

Pl. 93. Soit (fig. 122. Pl. 93.) les deux arcs concentriques, DNO convexe, & EABI concave, les projections des piédroits ou impostes d'une Voute sur le noyau, & les droites Aa, Bb, celles d'un Berceau horizontal qui la pénètre.



AYANT tiré du centre C^n du noyau DNO, la ligne DE, pour diamètre de l'arc-droit de la Voute Annulaire, on décrira sur cette ligne le cintre de cette Voute circulaire ou Elliptique, surhaussé ou surbaissé comme DHE.

ON tracera de même l'arc-droit abb pour le Berceau de niveau, qu'on divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on abaissera des perpendiculaires sus ab , qu'on prolongera indéfiniment.

ON élèvera ensuite au point E, une perpendiculaire à DE comme $E 2^3$, qui sera tangente de l'arc-droit, sur laquelle on portera les hauteurs p^1, p^2 , des divisions du berceau en $E 1^4$ & $E 2^3$, par où on mènera des parallèles à ED, $2^3 g, 1^4 f$, qui couperont l'arc HE aux points g & f , d'où on abaissera des perpendiculaires sur DE, qui la couperont aux points P & p.

Du centre C^n par les points P & p de la ligne DE, on tracera des arcs de cercles concentriques PL, pl, qui couperont les projections des joins de lit du Berceau aux points FG $g^3 f^4$, par lesquels on mènera des lignes droites, qui donneront pour projection des doëles plates de l'arête d'enfourchement, le contour AFG $g^3 f^4$ B, dont on se servira pour former la lunette, de la même manière que nous l'avons dit au Probl. V. pag. 129. de la rencontre des berceaux avec les Voutes sphériques sans aucune différence; ainsi nous croyons devoir y renvoyer le Lecteur, pour éviter les répétitions.

Explication Démonstrative.

Si l'on suppose des plans verticaux passans par les projections $p K$ & N , des joins de lit du berceau prolongez, il est clair qu'ils feront pour section dans le Berceau des parallélogrames, dont la hauteur sera égale à p^1, p^2 , égale par la construction à $E 1^4 E 2^3$ ou $g p, f p$, & dans la Voute sur le noyau, ils feront pour section des Ovals du quatrième ordre, dont nous avons parlé au Livre premier, comme KQM, Nqn, &c. qui couperont les parallélogrames du Berceau, aux points x & y , lesquels seront communs aux deux Voutes: Or ces points seront évidemment, & par la construction, à même hauteur que les points 3 & 4 ou g & f , & leur projection sera dans l'intersection des arcs de cercles PL, pl; donc la projection des divisions de l'arête d'enfourchement des deux Voutes est bien trouvée, ce qui est la partie essentielle du Trait.

Second Cas. Pour faire l'enfourchement de rencontre d'une Tour, dans une Voute sur le Noyau; il est clair que la projection de cet enfourchement

fera donnée dans l'arc de cercle, qui fera la base de la Tour compris dans l'intervale de la rencontre des deux Voutes, ainsi il n'y a pas de difficulté; c'est pourquoi nous n'en avons pas fait de figure.

IL ne fera pas difficile d'en faire la projection verticale, car se fera la même que la précédente en différente position; il ne s'agit que de supposer en plan vertical, ce qui étoit en plan horizontal; car il est clair que les plans verticaux feront toujours pour section dans la Voute sur le noyau des Ovaux du 4^e. ordre, & des parallelogrames de bout dans la Tour, au lieu qu'au cas précédent ils étoient couchés horizontalement.

TROISIEME CAS.

De l'Enfourchement du Berceau en descente, qui rachete une Voute sur le Noyau.

Fig. 123. Soit (fig. 123.) le Trapeze mixte NEBD, le plan horizontal d'une portion de Voute sur le noyau, dont le centre du noyau est en C, auquel sont dirigés les diamètres EN, BD, soit aussi Aa Bb, la projection horizontale d'un Berceau en descente qui pénètre la Voute sur le noyau, suivant l'inclinaison de l'angle de la rampe donné en RML.

SUR *ab* diamètre du Berceau, on décrira le cintre primitif *abb*, qu'on divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, par lesquels on mènera des perpendiculaires à *ab*, qu'on prolongera indéfiniment, lesquelles couperont le piédroit concave de la Voute sur le noyau aux points F, G, I, K, par lesquels on élèvera des perpendiculaires aux projections des joints de lit jusqu'à la rencontre du diamètre NE, qu'on prendra pour base du profil; ces perpendiculaires couperont cette base aux points M, *k*, *i*, *g*, *f*, E.

ON prolongera ensuite la ligne de face *ba*, qui coupera la rampe MR au point R, au dessus duquel on portera les hauteurs *p* 1, *p* 2, du cintre primitif en R 1⁺, R 2⁺, par ces points 1⁺ & 2⁺, on mènera des parallèles à la ligne de rampe MR prolongées indéfiniment.

ON tracera ensuite par le Probl. XVI. du 2^e. liv. page 162. les courbes ovales du quatrième ordre sur les diamètres QF, DG, SI, TK, qu'on transportera par des perpendiculaires *q* Q dD, &c. sur la base du profil C L, par le moyen des hauteurs de l'arc-droit DHB de la Voute sur le Noyau; il ne fera pas même nécessaire de tracer ces ovales entières, mais seulement la partie qui est du côté concave AB, où

se fait la rencontre des deux Voutes : ces courbes couperont les projections verticales des joins de lit du Berceau en des points qui seront à l'arête d'enfourchement des deux Voutes, d'où on abaissera des perpendiculaires sur les projections correspondantes des joins de lit du Berceau, pour y avoir la projection horizontale de ces mêmes points; ainsi l'ovale $qz\ 1^{\circ} f$ coupera la projection verticale du premier & quatrième joint $1^{\circ} 4^{\circ}$, au point 1° ; l'ovale $dz\ 2^{\circ} g$ coupera la projection verticale $2^{\circ} 3^{\circ}$, du 2° . & 3° . joint au point 2° , l'ovale $Sz\ 3^{\circ} i$ coupera la même projection au point 3° , & enfin la portion d'ovale $tz\ 4^{\circ} k$ coupera la projection du joint $1^{\circ} 4^{\circ}$ au point 4° .

A l'égard du premier point de l'imposte x , il sera donné par l'interfection de l'arc-droit circulaire formé sur le diamètre NE ou DB, & de la ligne de rampe MR, qui montre que dans la descente qui rachete de biais un Berceau, la naissance de l'arête d'enfourchement est plus haute d'un côté en x que de l'autre en M, comme nous l'avons dit ailleurs, en parlant de la rencontre des Berceaux entre eux.

Si par les points $x\ 1^{\circ}, 2^{\circ}, 3^{\circ}, 4^{\circ}$, on abaisse des perpendiculaires sur les projections des joins de lit du Berceau Qp, Dp, Sp, Tp , les points de leur interfection y^1, y^2, y^3, y^4 , donneront la projection de ceux de l'arête d'enfourchement, qui proviennent des divisions 1, 2, 3, 4, du cintre primitif abb ; & si l'on mene des lignes droites ou cordes de l'un à l'autre, on aura pour projection de la rencontre des doëles plates des deux Voutes le contour $Ay^1y^2y^3y^4B$, dont on fera le même usage pour former les Vouffoirs qu'on l'a dit des enfourchemens des Berceaux en descentes avec les Voutes sphériques; il n'y a aucun changement de construction, c'est pourquoi on renvoye le Lecteur au Prob.V. de ce 3^e. Tome page 133.

PAR exemple, pour le Vouffoir $3^{\circ} 4^{\circ}$. on fera la projection $y^3 y^4 V$, dont les côtéz Vy^3 & $y^4 V$ seront dirigés au centre du noyau C^n , passant par les points $y^3 y^4$, & les côtéz $y^3 u$ & $y^4 V$, feront les cordes des arcs concentriques à AB passant par les mêmes points y^3 & y^4 , & terminées aux lignes tendant au centre C^n , qui sont des joins de tête de la Voute sphérique & sur le noyau; les mêmes arcs terminent en P & p au diamètre DB de l'arc-droit DHB de la Voute sur le noyau, donneront la position des aplombs $3^{\circ} P, 4^{\circ} p$ de la hauteur des joins de lit circulaires, à la doële de ladite Voute, dont on fera usage, comme il a été dit au Probleme cité.

U S A G E.

L'EXECUTION de ce Trait se voit assez fréquemment dans les Eglises;

dont le Chevet est à bas côtez tournans, sous lesquels on fait souvent des Chapelles souterraines, qui tirent le jour par des Abajours de Berceaux en descente.

Seconde Combinaison.

De la Rencontre des Voutes Coniques avec les Annulaires.

Nous avons dit au Tome précédent, en parlant des Voutes Annulaires, qu'on peut considérer leur moitié simplement concave comme une partie de Voute en cu-de-four surbaissé, & que leur partie du côté du noyau qui est *concavo-convexe*, c'est-à-dire concave dans la direction verticale, & convexe dans la direction horizontale, pouvoit être considérée comme une suite de cônes tronquez renversez, dont la pointe est en bas dans l'axe du noyau, au contraire des Voutes sphériques considérées suivant ce système, où les cônes ont leur sommet en dessus du plan horizontal dans l'axe de la Sphère ou du sphéroïde; suivant ce principe il ne sera pas plus difficile de trouver les intersections des surfaces Coniques avec les Annulaires, que des Coniques entre elles.

On peut aussi les trouver par des sections de plans paralleles, comme dans les exemples précédens; mais il en résulte des courbes un peu longues à décrire, telles sont les ovales du quatrième ordre dans l'anneau, & les hyperboles dans le triangle; il faut tâcher pour la facilité de l'opération de n'en avoir qu'une des deux à décrire, & un cercle ou un triangle pour l'autre.

PROBLEME IX.

Faire une Voute Conique qui rachete une Annulaire.

En termes de l'Art.

Lunette Droite ou biaise, ébrasée en dehors ou en dedans d'une Voute sur le Noyau.

PL. 94. LES Lunettes les plus convenables aux Voutes sur le noyau sont
Fig. 124. les Coniques ébrasées en dehors, qui ont leur sommet de direction prolongée au centre C^r du noyau de la Voute Annulaire. 1^o. Parce que

que dans cette position la Lunette est Droite, c'est-à-dire, que son axe est perpendiculaire à la tangente de l'Anneau, tirée par le point où cet axe en coupe la circonférence, d'où il résulte de la régularité dans la Lunette. 2°. Parce que la rencontre de l'imposte de la Lunette avec celle de la Voute sur le noyau, ou du cercle qui lui est parallèle, si les impostes sont de hauteurs inégales, fait l'angle le plus droit qu'il est possible, & que ces angles sont égaux entr'eux, de sorte qu'il n'y a point d'obliquité.

Il pourroit cependant arriver par quelque raison de simétrie extérieure, comme celle d'une égalité de fenêtres ou vitraux, qu'on seroit obligé d'élever la Lunette en sens contraire du dehors au dedans, comme en *XH b*, pour augmenter le jour intérieurement.

P R E M I E R C A S.

Soit (fig. 124.) l'arc *AMB*, une portion concave de Voute sur Pl. 94. le noyau, dont le pié-droit convexe est *QG*, & le quadrilatère mixte *ADEB*, le plan horizontal d'une Lunette, dont les pié-droits *DA* & *EB* prolongez, concourent au centre *C'* du Noyau *QKG*. Fig. 124.

Sur la corde *AB*, ou sur une de ses parallèles *DE*, comme diamètre, on décrira le cintre primitif de la Lunette *DHB*, qu'on divisera en ses Vouffoirs, aux points 1, 2, 3, 4, d'où l'on abaissera des perpendiculaires, qui donneront les points de projections *p¹*, *p²*, &c. par lesquels on tirera des lignes au centre *C'*, qui seront les projections des joints de lit, dont il faut trouver les longueurs du côté de la Voute sur le noyau, par la projection de l'arête de rencontre des deux Voutes.

Si l'on suppose des plans verticaux, élevez sur les projections des joints de lit *p¹ C'*, *p² C'*, &c. il est clair qu'ils seront dans la Voute conique, dont la Lunette n'est qu'une partie, des sections triangulaires variables, & les mêmes plans feront dans la Voute sur le noyau, une section circulaire toujours égale à l'arc-droit *K b M*.

Il faut donc faire les profils des triangles, en élevant, par exemple sur la projection *C' p¹*, une perpendiculaire *p¹ f¹*, égale à la hauteur de retombée *4 p¹*, puis on tirera au centre *C'* du noyau, la ligne *f¹ C'*. Si du point *C¹*, milieu de la partie *i q¹*, & la longueur *C' M*, pour rayon, on fait un arc vers *Z*, qui coupe la Droite *f¹ C'* en *Z*; ce point *Z*, sera la rencontre des deux surfaces, duquel on abaissera une perpendiculaire sur la projection *p¹ C'*, qu'elle coupera au point

l^4 , qui est un de ceux de la projection d'arête d'enfourchement que l'on cherche.

PAR la même construction, on élèvera $p^3 f^3$, perpendiculaire sur $p^3 C^2$, & égale à la hauteur de la retombée p^3 , pour tirer f^3 , dont l'intersection avec un arc de cercle de même rayon que le précédent, & décrit du centre C^3 , donnera le point Y , & sa projection l^3 que l'on cherche, ainsi du reste ; & par les points trouvez $L l^3 l^4$ d'un côté, & de même de l'autre vers A , on tracera la courbe de projection ALB de l'arête de rencontre, laquelle fournira les moyens de tailler la pierre par équarrissement, ou de former les biveaux de doëles plates, comme l'on a fait aux rencontres des Voutes sphériques avec les Cylindriques, par le moyen des sections de doële & d'horifon, dont les parties de cette ligne sont les diagonales des plans des doëles plates inclinées entr'elles.

SECOND CAS.

Où la Lunette est ébrasée du dehors au dedans.

Fig. 124. Soit $a d e b$, le plan horizontal de la Lunette, dont les impostes concourent en un point H , & la ligne du milieu HM , laquelle étant prolongée, concourt au centre du noyau C^n . Ayant tiré à cette ligne, qui est l'axe du cône, une perpendiculaire $a b$ où l'on voudra, on la prendra pour diamètre du cintre de base $a b b$, qu'on divisera en ses Voussloirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on abaissera des perpendiculaires sur $a b$, qui en donneront les projections aux points q^1, q^2, q^3, q^4 , par lesquels on tirera des lignes au sommet H , & qu'on prolongera aussi en-delà de la base du côté du noyau, desquelles les unes rencontreront le rencontrer comme $H q^2$, qui le rencontre en Q , & les autres comme $H q^1 Y$, qui ne le rencontreront pas, mais qui se termineront en l'arc du pié-droit concave, opposé de la Voute sur le noyau, qui est hors de la planche faute de place.

Sur ces projections de joint de lit prolongées, on fera comme au cas précédent, le profil de section triangulaire de la Lunette, & sur la partie du même lit prolongée, comprise entre le pié-droit concave & le convexe, comme $Q q^2$, & sur l'autre qui est terminée par les deux pié-droits concaves, que la planche ne peut représenter en entier, parce qu'il n'y a pas assez de place ; on décrira des ovales du 4^e. ordre, comme il a été enseigné au Livre 2. page 126.

L'INTERSECTION de chacune de ces ovales, avec le triangle du profil de joint lit, qui est sur même base, donnera un point de la courbe

de l'arête d'enfourchement des deux Voutes, & la perpendiculaire abaissée de ce point sur la base commune aux deux sections, donnera la projection de la courbe que l'on cherche, ainsi qu'il a été dit au Trait précédent.

Nous avons supposé dans les deux cas de rencontre des Voutes coniques avec les Annulaires, que les Lunettes étoient Droites, c'est-à-dire, que les axes des cônes passaient par le centre du noyau ; mais s'ils n'y passaient pas comme lorsque les Lunettes sont, biaises, la construction demanderoit quelques petits changemens pour le premier cas, en ce qu'il faudroit nécessairement décrire sur les joins de lit, prolongez où il seroit nécessaire, des ovales du quatrième ordre, comme au second cas, au lieu des sections circulaires, qui suffisoient à la Lunette Droite, concentrique au noyau ; au second cas, il n'y auroit aucun changement à faire, à la maniere de tracer l'épure.

Il résulteroit seulement du biais dans l'un & l'autre cas, que les parties de la courbe d'arête de rencontre, depuis une imposte à la clef, ne seroient pas égales entr'elles, ainsi la clef ne seroit pas au milieu.

Il est visible que dans la construction des deux cas précédens, on trouve tout ce qui est nécessaire pour tracer la pierre, par la voye de l'équarrissement, en formant sur la courbe de projection de l'arête d'enfourchement des morceaux de surfaces Cylindriques, ou plutôt Cylindroïdes, parce qu'elles n'ont pour base, ni un arc de cercle, ni un arc d'Ellipse, mais une autre courbe. Sur lesquelles surfaces, on peut porter les hauteurs des retombées, qui donneront des points de l'arête à double courbure que l'on doit former, le long de laquelle on fera couler les biveaux mixtes d'aplomb & de doële creuse.

2°. Si l'on veut tailler la pierre par la voye des panneaux ; il est aussi visible que l'on a tous les côtéz de ceux de doële plate.

PREMIEREMENT, les profils des joins de lit coupez, par la courbe de la Voute sur noyau, donnent la véritable longueur de ces joins qui font les deux côtéz convergens du panneau, & les deux cordes de la base, c'est-à-dire, du cintre primitif de la Lunette, & celle de l'arête d'enfourchement, font les deux autres côtéz du panneau quadrilatère de la doële plate.

La corde du cintre primitif de chaque division de Vouffoir, est

A a ij

fans doute connuë , mais celle de l'arête d'enfourchement ne l'est pas ; cependant il y a deux manieres de la trouver.

PREMIEREMENT , on peut la chercher par sa projection qui est donnée. Par exemple , si l'on cherche la valeur de la projection $l^3 l^4$, on élèvera sur le point l^3 , une perpendiculaire à la projection $p^3 C''$, qui coupera le profil en un joint de lit $f^3 C''$.

DE même sur le point l^4 , on élèvera une perpendiculaire à la projection $p^4 C''$, qui coupera le profil du joint de lit $f^4 C''$, au point z ; la différence des longueurs des lignes $l^4 z$ & $l^3 y$, fera la hauteur du point l^3 , au-dessus de l^4 , laquelle étant portée sur $l^3 v$, perpendiculairement à la base $l^3 l^4$ en $l^3 v$, on tirera la ligne $v l^4$, qui fera la valeur de la projection , & la corde de l'arête d'enfourchement que l'on cherche , pour former les panneaux de doële plate des deux Voutes , & trouver le biveau de leur inclinaison , comme il a été dit à la plupart des Traits de ce troisième Tome.

LA seconde maniere de trouver cette valeur , est de former le triangle isoscele de la doële plate conique entiere entre deux lits , dont la longueur est donnée en $C'' f^3$ & $C'' f^4$, & la base à la corde 3^4 , desquels longs côtez de joint de lit , donnez au profil $f^3 y$, $f^4 z$, on aura la distance des points y & z , qui fera la ligne cherchée pour la valeur de $l^3 l^4$: ce qui est clair , sans qu'il soit nécessaire d'y ajouter une explication.

Troisième Combinaison.

De la rencontre des Voutes sphériques avec les Annulaires.

LA jonction de ces deux especes de Voutes , tombe quelquefois en pratique dans deux circonstances ; l'une , lorsqu'on fait une Voute sphérique , ajoutée à une Voute sur le noyau , comme si l'on faisoit une Chapelle ronde , derrière un Chevet tournant ; telles sont souvent celles où l'on reserve le St. Sacrement. L'autre , lorsque l'on fait de grandes Niches dans un Berceau tournant , comme sont plusieurs Orangeries , qui servent de Sales pendant l'Été ; telles sont celles de Schwetzingen dans le Palatinat , auprès de Manheim.

S'il ne s'agit que d'une Niche , & qu'on en fasse l'épure , suivant le Trait que nous avons donné au Tome précédent (en parlant des

Voutes sphériques incomplètes) par le moyen des pyramides inscrites dans la Sphère ; la construction du Trait dont il s'agit, retombe parfaitement dans le second cas du précédent ; car prenant la partie OPT, de l'imposte APB, (fig. 125.) pour le Trompillon, & $X \propto$ pour la face de la Niche ; si l'on tire les lignes $X o S$, & TS , on aura une Voute conique $XS \propto$ inscrite dans la sphérique, qui rencontre la Voute sur le noyau DEFG, laquelle est réduite par les doëles plates en portion de pyramide tronquée $X o T \propto$. Fig. 125.

CEPENDANT comme cette construction meneroit à la même fin, par un trop long circuit, il convient mieux de suivre la méthode du premier cas du Trait précédent.

AVANT que de penser au Trait, il est bon de faire ici la même attention que nous avons fait, à la rencontre des Voutes sphériques entr'elles, touchant la position du centre de la Niche ; si l'on met ce centre en M, sur le pié-droit concave de la Voute sur le noyau, il arrive que la circonférence de la Niche, étant plus grande que le demi-cercle, la clef retombe à la jonction de la Lunette qu'elle fait dans la Voute annulaire, d'une certaine quantité AX , qui est plus ou moins grande, suivant la hauteur de la Niche ; à l'égard de la Voute sur le noyau, ce qui est contre la bonne construction, & que les Architectes réforment, en faisant cette portion de clef AN de niveau, & alors l'enfourchement change de nature ; ce qui n'est plus une Voute sphérique, mais une portion de Berceau, qui rachete une Voute sur le noyau.

SUPPOSANT cependant que cette chute en *Contrebas*, est de peu de conséquence, comme elle l'est en effet, lorsque la Niche est d'un petit diamètre, en comparaison de celui de la Voute sur le noyau ; on peut faire le Trait comme au premier cas du précédent, avec cette différence, qu'au lieu de triangles, la Lunette nous donnera des arcs de cercles.

SOIT l'arc DME, (fig. 125.) l'imposte concave d'une Voute sur le noyau, FKG la convexe, & APB, celle de la Niche. Sur AB comme diamètre, on décrira le demi-cercle AHB, qu'on divisera en ses Voussoirs, pour régler les têtes de ceux de la Niche ; si la clef ne retombe pas à l'enfourchement en *Contrebas* en X, où est l'intersection du cintre de la Voute annulaire $K b M$; mais si on veut qu'elle y retombe, on tirera par le point X, la ligne $X \propto$, parallèle à AB, sur laquelle on décrira le cintre primitif, ou seulement sa moitié $X b$, qu'on divisera en ses Voussoirs, aux points 1° 2°, &c. par lesquels on Fig. 125.

abaissera des perpendiculaires 1 p^1 , 2 p^2 , qui couperont ce diamètre aux points p^1 , p^2 , par lesquels, & par le centre C^n du noyau, on tirera les lignes $C^n o$, $C^n O$, qui couperont le demi-cercle $p AP$, aux points $q o$, QO , l'imposte concave DME, aux points d^1 , d^2 , & l'imposte convexe FKG, aux points $i k$ K.

ON divisera ensuite en deux également les lignes $q o$, QO qui sont dans la Niche, & de leurs milieux m^1 , m^2 , pour centres, & pour rayons leurs moitiés $m^1 q$, $m^2 Q$, on décrira des arcs de cercles vers Y, Z.

ENSUITE des points c^1 c^2 , milieux des lignes KM $i d^1$, $k d^2$, & d'une de leur moitié $c^1 d^1$ pour rayon, on tracera des arcs de cercles vers les mêmes points Y, Z, qui couperont les arcs de cercles de la Niche qu'on vient de tracer aux points X, Y, Z, qui feront ceux de rencontre des sections des deux Voutes, dont il faut avoir les projections.

DE chacun de ces points X, Y, Z, on abaissera des perpendiculaires sur les bases des sections ; sçavoir, XL sur KP, qui donnera le point L, pour projection du milieu de la clef. Ensuite Y y , perpendiculaire sur $C^n O$, qui donnera le point y , & enfin Z z sur $C^n o$, qui donnera le point z .

PAR les points L, y , z , A, on tracera à la main une courbe, qui fera la moitié de la projection de l'arête d'enfourchement de la Niche, avec la Voute sur le noyau, à laquelle moitié on fera l'autre LB égale en tout, parce qu'il ne peut pas y avoir d'obliquité dans la rencontre de la Niche, qu'on suppose une hémisphère avec la Voute annulaire, à cause de l'uniformité de la Sphère.

IL ne pourroit pas non plus y en avoir, si la Niche étoit surhaussée ou surbaissée sur une imposte circulaire, mais seulement si le cintre horizontal de l'imposte APB étoit Elliptique, & qu'un de ses axes comme PM étant prolongé, ne passe pas par le centre C^n du noyau, ce qui ne peut guère arriver par aucune sujction, & même qui seroit difforme & intolérable.

La projection de l'arête de Lunette étant donnée, le reste du Trait se fera comme on le jugera à propos, tant à la Voute sphérique qu'à la Voute sur le noyau, chacune en particulier, jusqu'à cette ligne de leur rencontre ; & comme au Trait précédent, on fera les Vouffoirs d'enfourchement, ou par équarrissement ou par panneaux de doële plate.

POUR opérer par panneaux, on a la diagonale de rencontre des doëles plates, & l'on cherchera la section de chaque doële avec l'horison, passant par le point le plus bas du Vouffoir d'enfourchement, & la différence de hauteur de l'arête, au point le plus élevé d'avec le plus bas, par où l'on suppose que passe un plan horizontal, comme on vient de l'enseigner au Trait précédent, avec lequel celui-ci aura une grande conformité, si l'on forme la Niche par le moyen d'une Pyramide inscrite, comme nous l'avons fait au Tome précédent, en parlant du Trait des Voutes sphériques incomplètes.

Explication Démonstrative.

IL est visible que ce Trait est fondé comme le précédent, sur l'intersection mutuelle des sections planes, faites par des plans verticaux, dans l'une & l'autre Voute, sur mêmes bases horizontales C^o , $C^o O$, $C^o P$. Que celle qui est faite sur cette dernière $C^o P$, est le profil par la clef de la Lunette, composé de deux arcs de cercles $K b X$, partie du cintre de la Voute sur le noyau, & XAP , cintre de la Niche qui se rencontre en X , qui est par conséquent un point commun aux deux surfaces, & un de ceux de l'arête de rencontre, qui forme la Lunette dans la Voute sur le noyau, que la surface sphérique pénètre plus avant à la clef, qu'aux impostes A & B .

CHAPITRE SEPTIEME.

DES VOUTES COMPOSEES DE *surfaces régulières & irrégulières.*

JUSQU'ICI nous n'avons parlé que des surfaces Cylindriques, Coniques & Sphériques, que nous mettons au rang des *Régulières*, pour la construction des Voutes; il nous reste à parler de celles qui sont composées de Cylindroïdes, Conoïdes & Sphéroïdes, que nous apellons *Irrégulières* ou *régulièrement Irrégulières*.

APRÈS avoir parcouru les principaux cas des rencontres des Voutes régulières, pour en construire les enfourchemens: nous allons examiner ceux des Irrégulières, pour en construire non-seulement les enfourchemens, mais encore les doëles & les joins.

Premier cas, de la rencontre des Voutes Cylindroïdes, Sphéroïdes & Conoïdes, avec des Tours Cylindriques verticales.

PROBLEME X.

Faire une Trompe en Tour ronde, érigée sur une ligne Droite.

ON sçait que les Trompes coniques, sont ordinairement *Erigées*, c'est-à-dire, élevées sur une base composée de deux lignes Droites, qui font un angle renstrant & les sphériques, sur une base en ligne courbe.

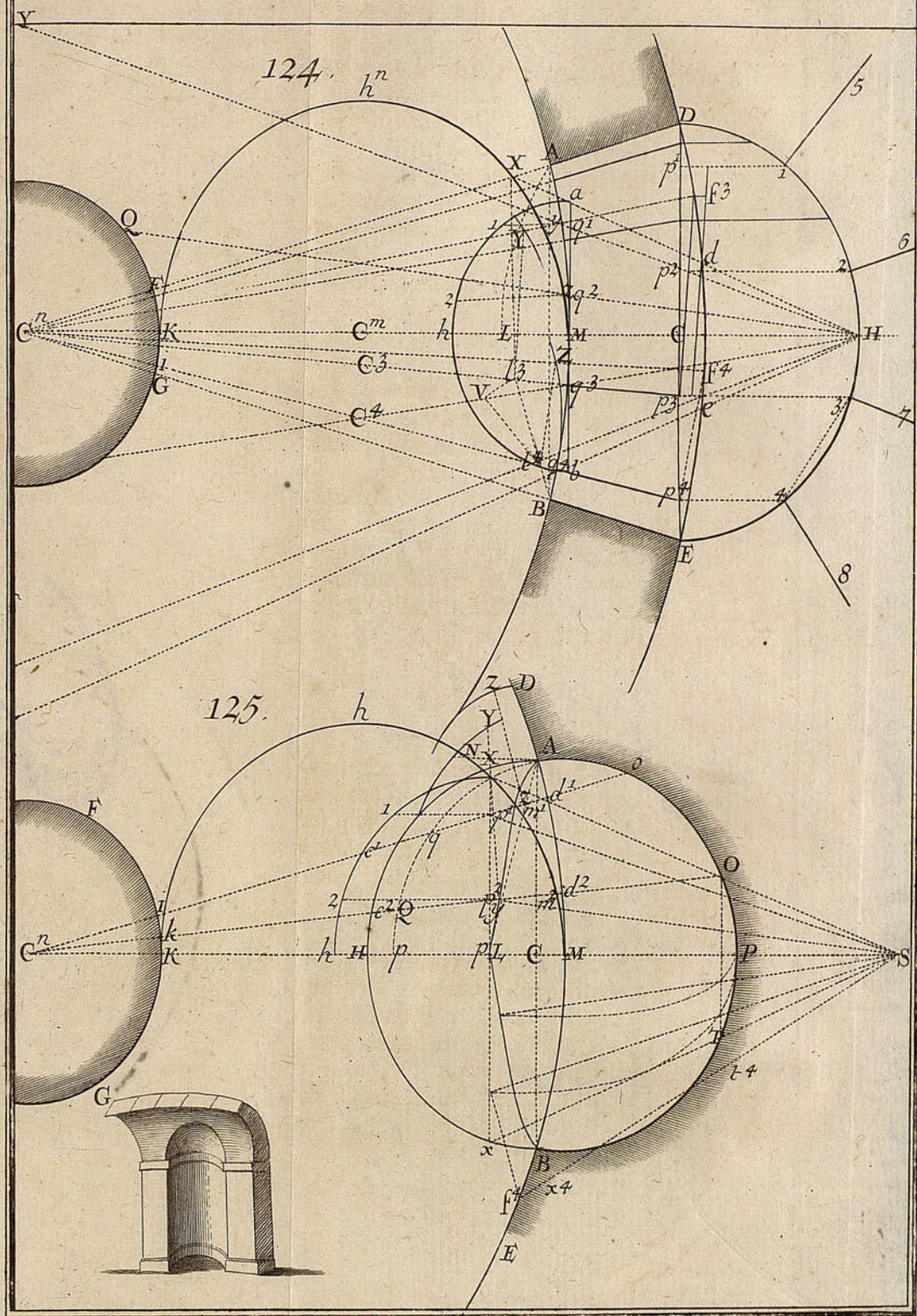
ON propose ici, d'en faire une sur une *Ligne Droite*, de sorte qu'elle ne peut être ni conique ni sphérique, mais elle doit être Cyllindrique, comme un Bec de Flute renversée, ou Sphéroïde d'une surface convexe, semblable à peu près à ces *Coquilles* de Mer, qu'on appelle de *St. Jacques*, dont le côté de leur charniere est droit, d'où elle se plie en concavité sphéroïdale canelée; mais il n'est pas question ici de canelure. M. de la Ruë donne la construction de la 1^e. figure, en Cyllindroïde, & le P. Deran, celle de la seconde en Sphéroïde: nous donnerons l'une & l'autre, avec des changemens & des suppléments considérables; premierement, parce que suivant celle de M. de la Ruë, la doële devient plane, lorsque sa hauteur est égale à la saillie de la Tour qu'elle porte, ce qui fait une difformité à la jonction de la doële & du mur, qui se fait dans un angle très-sensible. 2^m, parce qu'il ne dit rien de l'arête du Trompillon.

Premiere espece de cette Trompe, où la doële est Cyllindrique ou Cyllindroïde.

Pl. 95. Soit (fig. 126.) un segment de cercle ABD, moindre que le demi-cercle, lequel est la projection horisontale de la saillie de la Tour, que la Trompe doit soutenir en l'air. Nous supposons ici un segment moindre que le demi-cercle, quoiqu'on puisse la supposer de moitié du cercle, mais rien de plus, parce que les Voussoirs pousseroient trop au vuide par les côtez.

POUR rendre cette Trompe parfaite, il y a deux choses à concilier; premierement la solidité, qui exige que la hauteur de la doële sçait plus grande que la saillie de la Tour; l'autre est la décoration qui exige. 1^o. Que la transition de la surface plane du mur, & de celle de la doële courbe soit insensible. 2^o. Que la courbe du contour de cette doële, approche le plus qu'il est possible de la circulaire ou Elliptique.

Premierement,



Premierement, si l'on fait la faillie du milieu de la Tour, égale à la hauteur de la clef de la doële, il est visible que sa masse portant à faux sur un angle de 45. degrez, il sera difficile d'en assurer la liaison, pour peu que la Trompe soit grande, parce qu'il faut l'équilibrer par un poids équivalent; alors, il faut surhausser le cintre de face, qui sera Elliptique en élévation verticale, & si l'on fait la doële plane, l'arête de la Tour avec la doële sera aussi évidemment une Ellipse, parce que c'est la section plane d'un Cylindre coupé obliquement à son axe.

Secondement, si la faillie devoit être absolument égale à la hauteur de la Trompe, & qu'on voulût en faire la doële Cylindrique ou Cylindroïde, quelque courbe concave sans inflexion, que l'on choisît pour base verticale de ce Cylindre horizontal, ou plutôt (en termes de l'Art) pour son arc-droit; elle ne peut donner un cintre de face, dont l'élévation ou projection verticale soit en cercle; mais une courbe qui s'élargira plus ou moins vers les côtes, suivant que cet arc-droit rendra la doële plus ou moins concave; ainsi le quart de cercle la rendroit plus différente du cercle, & plus aprochant du quarré que la parabole ou de l'hyperbole, qui sont les deux courbes qui y conviennent le mieux; & parce que l'hyperbole peut donner pour projection verticale de l'arête de rencontre de la doële de la Trompe avec la Tour, un cercle ou une courbe aprochant du cercle, lorsque la faillie horizontale de la Tour, est moindre que la hauteur de la Trompe: nous allons donner une construction générale, qui servira pour toutes sortes d'arcs-droits qu'on peut choisir, pour la doële Cylindrique de la Trompe, & les courbes de projection verticale d'élévation des arêtes de rencontre qui en résultent avec la Tour ronde.

Soit (fig. 126.) le segment de cercle ABD, moindre que le demi-cercle, la projection horizontale de la Tour, dont le milieu de la corde est le point C, sur lequel ayant élevé la perpendiculaire CB, on menera par le point B, où elle coupe l'arc de cercle, la ligne BF parallèle à AD, sur laquelle ayant pris BE égale à CD, on menera la ligne ED, laquelle fera l'axe d'une hyperbole; ensuite, portant CD en EF, pour l'amplitude ou la plus grande ordonnée de l'hyperbole, on portera la même CD en EO sur ED prolongée pour avoir un point O, duquel on menera la Droite OF, & point D pris pour sommet, une autre Droite DF; on menera ensuite autant de perpendiculaires à l'axe DE, qu'on voudra avoir de points des courbes de l'arc-droit, & de l'arête de rencontre; ces perpendiculaires couperont la ligne DF, aux points a, a, a , & la ligne OF, aux points QRS. Et l'on cherchera des moyennes proportionnelles entre ga & gQ , ia & iR , ka & kS , en portant ga en Qe , ia en Re , & ka en Se .

en $S e$; puis on élèvera des perpendiculaires à ces lignes, aux points a , & du milieu des lignes $g e$, $i e$, $k e$ pour centres, on décrira des arcs qui couperont ces perpendiculaires aux points x , y , z ; on portera les longueurs $a x$, $a y$, $a z$, en $g h$, $i h$, $k h$, pour avoir les points h , h , h , qui seront à la circonférence de l'hyperbole $D h, h, h F$ que l'on cherche, laquelle fera l'arc-droit de la doële de la Trompe.

PRESENTEMENT, pour trouver la projection verticale de rencontre de cette doële avec la surface de la Tour ronde, on menera des parallèles à DE ou CB , par les points G , I , 24. $L \bar{A}E$, où les perpendiculaires à l'axe ED , coupent l'arc DB , sur lesquelles on portera $g h$, $i h$, $k h$, $l h$, $a u$, EF , au-dessus de la corde AD ; ainsi on portera $g h$ en $p q$, où elle donnera sur $G q$ le point q ; $i h$ sur $p r$, où elle donnera le point r ; $k h$ sur $p s$, $l h$ sur $p v$, $a h$ sur $p v$, & EF sur CH ; & par les points $H v$, $V f$, $r q D$, on menera une courbe qui fera la projection verticale de celle à double courbure, qui se forme à la rencontre de la doële de la Tour ronde, dont la projection verticale est le rectangle $ADT z$, qui est une section de Cylindre, par un plan parallèle à son axe.

CETTE courbe AHD , qui est ici un demi-cercle, pourra être prise, si l'on veut, pour le cintre primitif, sur lequel on fera la division des Vouffoirs en parties égales, comme aux points 1, 2, 3, 4; mais parce qu'elles deviennent sensiblement inégales dans l'exécution, à cause que la projection verticale AHD , racourcit la courbe à double courbure inégalement; si l'on veut que les têtes des Vouffoirs soient égales, il faut chercher une autre courbe, qui soit le développement de celle de l'arête étendue sur une surface plane.

POUR cet effet, il faut rectifier l'arc de cercle BD , sur la Droite $C d$, en portant de suite toutes ces parties; par exemple $B \bar{A}E$ sur $C 1^r$, $\bar{A}EL$ sur $1^r 2^r$, $L 2^+$ sur $2^r 3^r$, $2^+ I$ sur $3^r 4^r$, IG sur $4^r 5^r$, & GD sur $5^r d$, & par les points 1^r , 2^r , 3^r , 4^r , 5^r , on élèvera des perpendiculaires égales à leurs correspondantes parallèles, qui donneront les points de cette courbe; ainsi faisant $5^r q^d$, égale à $p q$, on aura le point q^d ; $4^r z^d$, égale à $p r$, donnera le point z^d ; $3^r y^d$ égale à $p s$, donnera le point y^d ; $2^r x^d$ égale à $p v$, donnera le point x^d , &c. ces égalitez se trouvent facilement par des parallèles à CD , comme $q q^d$, $r z^d$, &c. & par les points $z z^d$, x^d , y^d , z^d , q^d , d , on menera une courbe, qui fera le développement de celle de l'arête étendue sur une surface plane.

CETTE courbe aura, si l'on veut, deux usages, l'un pour faire la division des deux Vouffoirs; si l'on veut que leurs têtes soient toutes

égales en œuvres, il faut la faire servir de cintre primitif, & renvoyer par une ligne parallèle à CD , la division de cette courbe sur celle de la projection verticale AHD ; par exemple, si la division du premier au second Vouffoir tombe au point z^d , on la transportera sur l'arc Hrd , par la parallèle $z^d r$, qui donne une division r , beaucoup plus bas que celle du point 4, qui avoit été trouvée en divisant le cintre AHD , en même nombre de parties égales, qui font ici en cinq Vouffoirs.

SECONDEMENT, elle servira pour en former des panneaux flexibles, dont on se servira pour tracer l'arête d'enfourchement sur les têtes Cylindriques des Vouffoirs, considerez dans la surface de la Tour.

Nous avons déjà trouvé pour ce Trait, trois courbes différentes; savoir, 1°. $DbbF$, qui est celle de l'arc-droit de la doële. 2°. HVD , celle de la projection verticale de l'arête de rencontre de la doële & de la Tour. 3°. $Hx^d d$, celle du développement de la même courbe. Il nous reste encore à trouver les courbes des sections planes des lits avec la doële, qui font encore des hyperboles, & celles des mêmes surfaces planes de lit avec la Tour qui font des Ellipses.

POUR trouver les sections des plans des lits, exprimez dans la projection verticale par les Droites C_1, C_2, C_3, C_4 ; on menera par les points V, f, r, q , des parallèles à CD , qui couperont C_3 , aux points $x, y, z, 13$, & C_4 aux points X, Y .

On transportera ensuite à part, comme à la fig. 128. la longueur *Fig. 128.* C_3 en C_{23} , avec toutes ses divisions $x, y, z, 13$, par lesquelles on menera autant de perpendiculaires à C_{23} , sur lesquelles on portera les abscisses de l'axe DE , dans l'ordre auquel ces divisions répondent; ainsi on portera l'abscisse gD de la fig. 126. (en $13g$, de la fig. 128.) iD en zi , kD en yk , lD en xl ; (on a passé aD , parce qu'on n'a pas mené de parallèle en v , auprès du point 3) & enfin ED en 2322 .

DE la même manière, ayant transporté C_4 de la fig. 126. en C_{14} de la fig. 128. avec ses divisions X & Y , & élever sur ses divisions des perpendiculaires; on portera les abscisses correspondantes gD en Yg , iD en XI , & kD en 1421 , suposant que le point 4, tombe au point f , de la ligne $fp24$, qui répond au point k de l'axe DE , & par les mêmes points trouvez $22, l, k, i, gC$, & $21igC$. on menera des courbes qui seront celles des arêtes des joins de lit,

B b ij

des second & premier Vouffoirs de la droite, qui seroient aussi pour ceux de la gauche qui leur feront égales, lesquelles serviront à former les panneaux de lit; mais pour les achever, il faut y joindre les sections de ces plans avec la Tour, pour y avoir les joins de tête.

ON prolongera la ligne C 23, de la fig. 128. (de la quantité 2' 6, du joint de tête de la fig. 126.) avec sa division au point m' , & l'on menera par ces points des parallèles à 23, 22, sur lesquelles on portera les longueurs p 6, p m , comprises dans le segment de projection horizontale de la Tour ABD, & menées des points 6 & m' , perpendiculairement à AD. De même ayant abaissé sur AD, des perpendiculaires 5 A, n N, 1 21, on portera sur C 5 de la fig. 128, la longueur p N, & par les points 5, N, 21, on menera un arc Elliptique, qui fera le joint de tête du lit de dessus du premier Vouffoir, & de celui de dessous du second, comme 16, m , 22, le fera du second & troisième, & le Trait sera achevé.

IL reste une septième courbe à trouver, qui est le développement de l'arête du Trompillon sur une surface plane, pour en former un panneau flexible, propre à être appliqué sur la surface Cylindrique de son lit, pour l'y tracer & régler le contour de sa doële.

ON pourroit aussi faire le développement de la même courbe, considérée dans la doële, qui est de nature à pouvoir être développée, parce qu'elle n'est courbe qu'en un sens comme les Cylindres; mais à cause de la régularité de la figure, ronde du lit du Trompillon, qui est un Cylindre circulaire: nous croyons qu'il convient mieux d'en faire le panneau de développement.

Fig. † AYANT rectifié le demi-cercle $a b b$ de la projection verticale, ou délevation du Trompillon, par le Probl. V. du 3^e. Livre, on portera la longueur en $a' b$, fig. † au-dessus du chiffre 126. avec ses divisions en cinq parties égales aux points 1, 2, 3, 4, & l'on portera les hauteurs p 11, p 12, C b de ces divisions, sur la ligne DM, en des points qu'on n'a désigné par aucune lettre, à cause de la petitesse de la figure, à commencer au point D; & par ces points, on menera des perpendiculaires à cette même ligne DM, qui couperont l'hyperbole en ses points, dont la distance à la ligne DM, seront les faillies de l'arête du Trompillon, au-delà de la Droite $a' b$, base de son développement à la fig. † on portera ces faillies sur chaque division de la ligne $a' b$ développée, & par les points de leurs extrémités, on menera la courbe a 1', 2', b' , 3', 4' b , qui fera le développement demandé, pour en faire un panneau flexible, propre à être

appliqué autour du lit Cylindrique du Trompillon, & y donner le contour de son arête de rencontre de la doële.

ON tracera de même les courbes des joins de doële des lits supérieurs & inférieurs, des pierres qui auront trop peu de hauteur ou de longueur, pour atteindre du dessus du Trompillon, jusqu'à la surface de la Tour, comme font les boutisses, qu'il convient de mêler dans les Vouffoirs de ces fortes d'ouvrages qui portent à faux.

Application du Trait sur la pierre.

AYANT déterminé à volonté, & suivant le besoin, l'épaisseur de la pierre qui doit entrer dans le mur, pour porter & contrebalancer la charge de la faillie de la Trompe à chaque Vouffoir; par exemple, pour le premier, fig. 129. on ajoutera cette épaisseur δ , au-delà de la ligne ζ , 11, qui est celle de l'alignement du mur Droit, sur laquelle on se réglera pour leur épaisseur, & pour poser le côté droit des panneaux de lit de dessus & de dessous, afin que la faillie du porte à faux des Vouffoirs p 2¹, a 2², reste toute hors de cette épaisseur. Fig. 124.

ON fera ensuite, un parement de supposition verticale, sur lequel on appliquera le panneau, de l'espace qu'occupe chaque Vouffoir dans son élévation; par exemple pour le premier, la figure quadrilatère A ζ , 11 a , & pour le second, la figure à cinq côtes ζ t , 6, 12, 11, & pour la clef, le quadrilatère 6, 12, 13, 7, & ayant tracé sur ce parement le contour du panneau, on abattra la pierre à l'équerre de tous côtes, pour en former un solide, semblable à un coin dont la pointe est émouffée.

SUR le lit de dessous à l'imposte marqué A a , on appliquera le panneau du plan horizontal A a , 1', 21, avec lequel on tracera l'arc AN, 21, & la Droite A a , sans s'embarasser du contour des côtes a 1', 1' 21. Observant seulement de placer la Droite A a , parallèlement à l'arête du lit & du parement p r , & le point 21 sur cette arête. On usera des mêmes attentions pour placer le panneau ζ , 21 C, de la fig. 128. sur le lit incliné ζ , 11, après avoir fait un retour d'équerre sur l'arête p r , au point 21, & tracé la ligne 21, 1, pour placer sur le point 1, le point 21 du panneau ζ 21 C, duquel on retranchera sur le côté ζ 1, le rayon du Trompillon C 11, pris à l'élévation (fig. 126.) Fig. 118

LES contours des deux panneaux de lit de dessous & de dessus étant tracés, on abattra la pierre à la règle, de l'un à l'autre, toujours

parallement à la ligne 1 21, tracée sur le parement, & après avoir formé la portion de Tour ronde ζ 1, 2¹ A, on y appliquera un panneau flexible, formé à l'élevation sur la courbe $d q^d y^d$, en triangle mixte rectangle $d o^r y^d$, appliquant le côté Droit $d o^r$, dans l'angle mixte en A ζ , & par ce moyen, on tracera la courbe de l'arête de rencontre de la doële & de la Tour A 1; suivant laquelle & la courbe 1 11, on abattra la pierre à la règle qu'on tiendra toujours parallèle à la ligne de l'imposte A a, & pour la tête du Trompillon, ayant tiré 11 τ d'équerre sur ζ 11, on creusera cette partie avec un biveau pris sur 1, 11 a à l'élevation, pour y appliquer le panneau flexible du développement de son arête 11 a, marqué à la fig. † a' 1, 1', posant le côté 1 1' sur 11 τ , de la fig. 129; & le point 1' sur le point 11, pour y tracer la courbe a' 1', sur laquelle on posera un bout de la règle, & l'autre sur AI, parallèlement à la Droite A a, pour achever de creuser la doële A 1, 11 a.

Fig. 130. ON en fera de même pour tracer & tailler le second Vouffoir, lequel étant achevé, sera à peu près, tel qu'on le représente dans la fig. 130. ; il faudra seulement observer que n'y ayant pas de ligne horizontale marquée comme A a au premier Vouffoir, il faudra en marquer une sur l'épure, comme 1 o', que l'on tracera sur le parement, pour réparer sur l'arête du lit de dessous un point o', par lequel on menera une ligne d'équerre à cette arête, jusqu'à la rencontre de la courbe, qui marque l'arête du joint de lit & de doële, qu'on a tracé avec le panneau 6, 16, 22, C, (fig. 128.) & par ce point o', & l'angle 1 du lit de dessous à l'arête 1. 2, on menera une horizontale 1 o', qui servira à conduire la règle toujours parallèlement à elle-même, & à cette ligne, pour creuser la doële en l'appuyant, & la faisant couler sur les lignes trouvées & tracées 1' 2, 2 o' 12, 12 11, & 11 1', servant pour tracer la ligne de tête vers le Trompillon du panneau flexible 1 1', 2' 2 de la fig. † au-dessus du chiffre 126.

Explication Démonstrative.

LA surface de la doële qui sert de cû-de-lampe à la Trompe, doit remplir deux conditions, qui ont été observées dans ce Trait; l'une, d'être droite suivant sa direction horizontale, pour s'ajuster au mur droit sur lequel elle prend sa naissance; l'autre, d'être tangente à ce mur, en sorte que sa naissance y soit imperceptible; ces deux conditions sont bien remplies par une surface de Cylindroïde parabolique ou hyperbolique; mais pour la solidité, cette dernière convient

mieux, parce qu'elle est moins concave que la parabolique.

Pour démontrer que la courbe que nous avons décrit pour servir d'arc-droit à la doële de la Trompe est une hyperbole ; il faut considérer que les deux triangles EDF, EOF, sont coupez par des parallèles à la base commune EF, qui donneront les analogies suivantes $EF : kS :: EO : kO$, & dans le triangle EDF, $EF : ka :: ED : kD$, lesquelles étant multipliées l'une par l'autre, on aura $EF^2 : kS \times ka :: EO \times ED : kO \times kD$, mais par la construction $kS \times ka = kb^2$, dont $EF^2 : kb^2 :: OED : O kD$, ce qu'il falloit démontrer ; car on sçait qu'une des premières propriétés de l'hyperbole est que les quarrés des ordonnées sont entr'eux, comme les rectangles faits des lignes composées du premier axe & d'une abscisse par l'abscisse, est au rectangle composé de même à l'égard d'une autre abscisse.

NOTEZ que cette démonstration servira pour rectifier quelques fautes, non pas de construction, mais d'explication, qui sont restées à la pag. 451. où nous avons donné la même construction d'hyperbole ; & à celle de la fig. 246. où les c^1 , c^2 , sont mal placez, & les lignes tirées de ces points, qui doivent partir du milieu des intervalles C^1S , C^2S , pour l'explication seulement ; car la construction en est bonne & correcte.

CETTE courbe d'arc-droit étant supposée connue, il est clair qu'elle est tangente au mur représenté par DM ou par DT, parce que son axe ED est perpendiculaire à DM, par conséquent elle touche DM en D.

PRESENTEMENT, si l'on imagine que cette courbe D b F, qui est le profil de la doële, se meut autour de son axe horizontal ED, jusqu'à ce qu'elle soit dans une situation verticale ; alors elle fera dans le même plan que la ligne DT.

Si dans cette situation, on imagine des plans verticaux, passans par les perpendiculaires à son axe, & parallèlement au plan du mur, comme g Q, i R, &c. ils couperont la base de la Tour ABD, aux points B, L, 24, 1, G, & la surface, suivant les hauteurs EF, l b, k b, i b, g b, qui sont les ordonnées de l'hyperbole : dont les projections verticales sur le plan vertical AHD, seront les lignes CH, p v, p s, p r, p q, lesquelles ont été faites, par la construction, égales à celles de l'hyperbole ; donc la courbe AHD, qui passe par les extrémités de toutes ces lignes, sera à la surface du Cylindre hyper-

bolique de la doële de la Trompe, & en même-tems à la surface du Cylindre circulaire de la Tour, puisqu'elles sont rangées autour de sa base ABD, aux points B, \AA , L, 24, 1, G, perpendiculairement à son plan ABD.

PRESENTEMENT, si l'on considère la courbe AHD, dans le plan du mur, & que l'on imagine des plans verticaux, passans par les divisions des joins de tête des Voussloirs, aux points 1, 2, 3, 4, perpendiculairement à ce plan AHD; il est clair qu'ils feront deux sections, l'une à la doële, qui fera une portion d'hyperbole, & l'autre dans la Tour une ligne droite, & portion de parallélograme, & telles qu'on les a exprimé dans la fig. 126. par les profils $C b^o o^b$, $a 2^o$, $o^2 p_1$, 1^o , o^1 , dont les faillies horizontales $H b^o$, $2 2^o$, $1 1^o$, sont égales aux sections de ces plans, avec celui de la base ABD; sçavoir, $H b^o$ égale à CB, $2 2^o = a 22$, $1 1^o$ égale à D 2'; ainsi des autres.

Nous avons déjà démontré que l'arc-droit de la doële étoit tangent au mur, & que la projection de l'arête de rencontre de cette doële avec la Tour étoit bien tracée; il nous reste à faire voir que les courbes des joins de lit de la fig. 126. & 128. 22 KC & 31, gC, conviennent aussi à la surface de la doële coupée par des plans inclinez C 3, C 4.

PAR le Theor 3. du 1^{er}. Liv. les sections des Cylindroïdes de base parabolique ou hyperbolique, sont aussi des hyperboles proportionnelles à celle de la base du Cylindre; or il est clair, à cause des parallèles xv , ys , zr , $1^3 q$, qui coupent C 3, que ces divisions sont proportionnelles à ces ordonnées considérées dans la tangente DT ou DM de la base du Cylindre, & qu'elles donnent la véritable position des ordonnées à cette tangente au joint C 3, qui sont égales aux abscisses; par exemple MF, qui est égale à DE & $mb = LD$; ainsi des autres, donc les courbes des arêtes des joins de lit sont bien tracées.

A l'égard des deux courbes $H x^d d$, de l'arête d'enfourchement, & $a^b b b$, de l'arête du Trompillon fig. † qui sont de la même espèce inverse; sçavoir, l'une le développement de l'arête de rencontre du Cylindre hyperbolique horizontal, avec un Cylindre circulaire vertical; l'autre du même Cylindre hyperbolique avec un circulaire horizontal, qui lui est perpendiculaire; la seule construction en fait voir la justesse avec un peu d'attention; après tant de pratiques semblables, il paroît inutile de l'expliquer de nouveau.

COROLLAIRE I.

COROLLAIRE I.

IL suit de cette pratique, que si la courbe $D b F$ n'est pas une hyperbole dont la distance du point E à son centre c n'est pas égale à sa plus grande ordonnée EF , la courbe de projection AHD , de l'arête de rencontre de la doële & de la Tour, ne sera pas circulaire, comme dans le cas présent, mais elle deviendra d'une ovale irrégulière, alongée vers le sommet H ou aplatie, selon que la courbe $D b F$, sera plus ou moins différente de cette hyperbole.

COROLLAIRE II.

SECONDEMENT, que si l'Architecte veut affecter la figure circulaire à cette projection, il peut commencer le trait par le demi-cercle AHD , & continuer d'une manière inverse à celle que nous avons donné, & il trouvera les mêmes courbes d'arc Droit de doële & de joins de lit; mais si la faillie de la Tour CB , devient égale à la hauteur CH , de son cintre d'élevation de l'arête de la Trompe, sa doële ne sera plus creusée à sa naissance à l'imposte, mais elle fera un angle de 135 . degrez, avec le mur qui sera désagréable à la vûë.

COROLLAIRE III. ET REMARQUE.

IL suit en troisième lieu, qu'adoptant la construction qui commence par le cintre circulaire AHD , telle que la donne M . de la Ruë, qui est une inverse de la notre, on sacrifie une beauté de peu de conséquence à la solidité de la Trompe; car pour augmenter la force de l'Encorbellement, il en faut prendre la naissance, d'autant plus loin que la faillie du porte-à-faut augmente; or, dans cette dernière construction, il arrive tout le contraire; car suposant la faillie égale au demi-diamètre de la Tour, la hauteur lui deviendra aussi égale, puisqu'alors CB sera égal à CH , ce que l'on voit mieux par le profil $C b H$, où $b H$ sera égal à HC dans la suposition, & non pas dans la figure présente; & si la faillie CB , est moindre que le tiers de la corde AD , comme dans l'exemple que donne M . de la Ruë, la hauteur devient plus grande que cette faillie, dans le rapport d'environ cinq à trois; ainsi lorsque le besoin de solidité diminue, on l'augmente par cette construction, & lorsque l'on devroit augmenter la solidité, on la diminue, puisque la hauteur de la doële de la Trompe, n'augmente pas en même raison que la faillie; d'où l'on doit conclure qu'on ne doit point se fixer à la figure circulaire, pour cintre d'élevation dans l'épure AHD , d'autant plus que cette figure n'est pas

celle de l'arête d'entourchement, laquelle est une courbe à double courbure.

CORROLLAIRE I V.

Il suit encore, que lorsque la saillie de la Trompe est égale au rayon de la Tour, il convient à la solidité qu'on exhauße le cintre d'élevation AHD; mais si on le fait Elliptique, & qu'on cherche suivant cette pratique, l'arc-droit de la doële Cyllindroïde de la Trompe, celle qui en résultera, ne fera plus une courbe concave, mais concavo-convexe, c'est-à-dire, partie concave partie convexe du même côté, à peu près, telle qu'est la section verticale d'une cloche. Et si l'on suit la méthode que nous avons donné, en faisant un arc-droit hyperbolique, dont l'amplitude & la distance du centre de l'hyperbole à la plus grande ordonnée, soient égales à la hauteur de la doële; il en résultera un cintre d'élevation de face, qui fera une ovale différente de l'Ellipse, plus élargie au deux côtez, & presque circulaire vers son grand axe, semblable à ces ovales qu'on imite par des arcs de cercles rassemblez, dont l'effet ne doit pas être désagréable à la vûe, pour l'effet qu'elle produit à l'arête d'entourchement, ou plutôt de rencontre de la surface de la doële de la Trompe avec celle de la Tour ronde.

*Seconde espèce de Trompe en Tour ronde, érigée
sur un mur Droit.*

*Et dont la Doële est creuse, d'une concavité
de Sphéroïde irrégulière.*

Pour prendre une idée de la concavité de la doële que nous proposons, il faut se rapeller celle de l'arriere Voutture de St. Antoine, qui prend sa naissance sur une ligne droite, d'où elle se plie en concavité de Sphéroïde irrégulière, mais dont l'arête de rencontre avec la Tour, est dans un plan incliné, puisqu'elle est produite par la section d'un plan qui coupe une Tour Cyllindrique. Il suit que cette arête est nécessairement Elliptique, & non pas une courbe à double courbure, comme celle de la Trompe de doële Cyllindrique ou Cyllindroïde, dont nous venons de parler.

Fig. 131. LE petit axe de cette Ellipse est AB, fig. 131. diametre de la



Tour, & le grand axe qui est sa hauteur inclinée, est arbitraire.

Si l'on prenoit comme le P. Deran, pour cintre primitif le demi-*Fig.* cercle AHB, qui est la projection verticale, ou l'élevation de l'arête de rencontre de la Tour, on pourroit prendre comme lui, pour moitié du grand axe, la corde AH de la moitié de ce cintre; mais parce que son inclinaison nous paroît trop grande pour la solidité, nous croyons qu'il faut l'exhausser comme nous l'avons dit ci-devant, lorsque la faille de la Trompe est égale au demi-diamètre de la Tour, ou aprochant.

De quelque maniere qu'on fasse, nous ne prenons pas cette projection verticale circulaire ou Elliptique, pour cintre primitif; mais l'Ellipse AEB, formée par les axes donnez AB & AH, qui est la vraie section de la Tour, parce qu'elle donne le véritable contour de l'arête de rencontre de la Tour & de la doële, sur lequel on peut faire une division égale des têtes des Vouffoirs, ce qui ne se peut, comme nous l'avons dit, sur le contour de la projection verticale AHB.

CETTE circonférence AEB, qui est dans sa juste étendue, & courbe dans son état naturel, ne nous dispense pas cependant de faire un développement de la projection verticale ou l'élevation AHB, non pour régler la division des têtes du Vouffoir, comme à la Trompe précédente, mais seulement pour en former les panneaux flexibles, nécessaires à tracer le contour de l'arête d'enfourchement de la doële concave & de la Tour.

Des divisions du cintre primitif AEB, on abaissera des perpendiculaires sur AB, qu'on prolongera jusqu'au contour AMB, qui est la projection horizontale de la Tour; telles sont I 21, II 22, III 23, IV. 24.

On en usera de même pour les divisions du demi-cercle *a b b*, du cintre du Trompillon; mais on ne pourra déterminer leurs projections horizontales, qu'on n'ait tracé les courbes des joins de lit dans un profil à part.

Pour tracer les panneaux des joins de lit, on commencera par former des triangles rectangles, dont tous les côtes sont donnez sur l'épure; sçavoir, 1°. La hauteur du joint à l'arête d'enfourchement
1 p, 2 p.

2°. Le rayon de la projection horizontale 21 C, 22 C, qui fait avec la hauteur du joint un angle droit, & l'hypoténuse est
C c ij

la longueur des demi-diamètres de l'Ellipse C I, C II, C III, C IV.

Si l'on avoit besoin du panneau du milieu de la clef, on feroit de même un triangle rectangle de l'horizontale CM, de la verticale CH, & de l'inclinée CE.

Il s'agit présentement de trouver les arcs de ces joins de lit, dont nous n'avons pris que les cordes qui ne donnent que deux points de chaque arc; sçavoir, cf , 1^f , fig. 132. & cf 2 f .
Fig. 213.

Pour en trouver un troisième, on tirera les cordes B 3, B 4 de la fig. 131. sur le milieu desquelles on élèvera une perpendiculaire, qui donnera les flèches m^* & n^* , qu'on transportera à la fig. 132. sur le milieu des cordes cf 2 f , cf 1 f , en m^* & n^* , & par les trois points cf 2 f , cf 1 f , on fera passer les arcs qui seront les panneaux des arêtes des joins de lit, de même que cf 2 f , pour le milieu de la clef dont N 2 est égal à N 2, de la fig. 131.

Il ne reste plus pour achever le contour de ces panneaux, que d'y joindre la courbe du joint de tête, qui est une portion d'Ellipse, dont la projection se trouve sur le plan horizontal AMB, en abaissant des points du joint de tête 3 g 7, des perpendiculaires 2 3 G 1 7 , & menant sur 3 2 3 , la perpendiculaire 1 7 K & sa parallèle l G, suivant notre méthode ordinaire; si on élève des perpendiculaires sur 3 7 , & qu'on y porte les longueurs de celles de la projection horizontale K 2 7 en 3 k, & l G en g l, la courbe 7 g l k, fera celle du joint de tête que l'on cherche.

Ou plus simplement, par les points 2 3 , G, 1 7 , qui sont la projection horizontale des points 3, g, 7 de l'élévation, & par les points 2 4 , Q, B, qui sont celle des points 4, q, 8, on menera des parallèles à AB, Q u, 2 4 4 f , 1 7 7 f , G g f , 2 3 3 f , prolongées indéfiniment; & ayant pris un point sur AB, prolongée en cf à volonté, on prendra la distance cf 1 $^+$, égale au rayon CB, qui servira pour tous les panneaux de lit; si le cintre d'élévation AHB est circulaire; ensuite on portera les longueurs C q & C 8, du 1 r . & 4 e . lit C 8, projeté sur une surface verticale, & les longueurs C g & C 7 du 2 e . & 3 e . lit, de C f en cf q, cf b, cf v & cf 7, & par les points 7, v, b, q, 1 $^+$, on menera des perpendiculaires à B cf , qui couperont les parallèles précédentes aux points 7 f , g f , 3 f , u, & 4 f , la courbe 7 f g f 3 f , fera celle du joint de tête 3 7 , & b u 4 f , celle du joint de tête 4 8 . Le contour 7 f 3 f cf , fera celui du 2 e . panneau & du 3 e . & b 4 f cf , celui du 1 r . & 4 e . lit.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Les panneaux de lit, & ceux du développement de la tête des Voulfoirs dans la Tour étant trouvez, on s'en servira pour tailler la pierre, à peu près comme il a été dit pour la façon de Trompe à doële Cyllindroïde, dont nous venons de parler; excepté que celle-ci étant concave Sphéroïde, elle ne pourra être faite à la règle comme celle-là; mais après l'avoir ébauchée de même si l'on veut, on la creusera par le moyen des cerches faites de telles sections qu'on jugera à propos pour la commodité, ou verticales, ou horisontales, ou inclinées, ces dernières seront les plus commodes, parce qu'il n'y aura qu'à les placer sur le milieu de l'arête de la tête, & sur le milieu de celle du côté du Trompillon, & elles sont très-faciles à tracer, parce qu'il n'y a qu'à supposer un joint au milieu du Voulfoir, par exemple 9 C, & en tracer le panneau comme on vient de faire pour les joins de lit, dont on fera une cerche convexe, au lieu d'un panneau concave, & avec les deux arêtes des lits, & cette cerche pour le milieu, on peut se régler à la vûë assez exactement pour la pratique; si cependant on vouloit s'assurer encore mieux de la forme de cette concavité, on pourroit faire une cerche de la section verticale, prise par exemple en $\int 10\ 12$, en portant sur cette ligne considérée comme verticale aux points 10 & 12, les faillies de l'arc de doële fait sur C 9, & celle de 41 21, que donne l'arc $cf\ 4^f$, fait sur le point C 1 du 1^{er}. & 4^e. joint de lit, en portant la longueur C 12 en $cf\ 41$, & tirant la perpendiculaire 41 21; voyez la fig. 133. où la cerche est la courbe S 2', dont le plan doit être mis perpendiculairement sur la base AC.

Nous n'ajoutons rien ici touchant la courbe de l'arête du Trompillon, & celle des joins de doële ou de tête inférieure, lorsque les Voulfoirs ne sont pas d'une seule pièce jusqu'au Trompillon; ce que nous avons dit de la manière de les tracer, & d'en faire usage dans la première espèce de cette Trompe, où la doële est Cyllindroïde, s'applique naturellement à cette seconde, puisqu'il ne s'agit que de porter les distances de ces joins du centre de la Trompe, sur la ligne $cf\ 14$ du profil, & de lui mener des perpendiculaires par les points que ces longueurs donneront à leur distance du point cf ; ces perpendiculaires couperont les courbes des joins de lit $cf\ 3^f$, $cf\ 4^f$, en des points qui détermineront la longueur qu'il faudra avancer au-devant de la ligne droite de développement du contour du Trompillon, sur chacune de ces divisions, comme il a été fait à la fig. 132.

Nous ne croyons pas non plus devoir ajoûter ici l'explication de ce Trait, qui est fort semblable au précédent dans la disposition de ses parties, comme on peut le reconnoître en transposant le point c^f du profil, au point B; car alors la courbe $c^f \propto 2^f$, représentera la courbe D h F, de la fig. 126. la différence qu'il y a, c'est que la courbe D h F est seule, l'arc-droit de toute la doële, & représente plusieurs joins de lit, qui en font toujours une partie plus ou moins grande; mais dans ce Trait, chaque joint de lit a sa courbe particulière, qui diffère de la prochaine en contour & en longueur. Le reste qui concerne le gauche de la doële, est commun avec l'arrière Voussure de St. Antoine.

Remarque sur l'usage.

LES Trompes dont nous venons de parler, sont du nombre de ces ouvrages que les bons Architectes doivent éviter autant qu'il est possible, parce que portant plus que les autres Trompes à faux, ils tendent continuellement à leur ruine.

CEPENDANT il est certaines circonstances de situations de Bâtimens, particulièrement dans des places irrégulières, où l'on a besoin de les employer pour ménager un cabinet, comme on voit à l'ancien Hôtel de La Feuillade, à la Place des Victoires à Paris.

IL faut aussi remarquer qu'il doit y avoir du choix dans la façon de la doële de cette Trompe, qui peut être faite comme on vient de le voir en deux manières, ou en Sphéroïde ou en Cylindroïde.

LORSQUE la situation se présente à la vûë, plus par les côtez que par la face, comme celle de l'Hôtel de La Feuillade, qui est sur une rue, il convient de faire la doële qui sert de cû-de-lampe en Cylindroïde horisontale, parce qu'étant vûë par les côtez, on la voit sortir du mur à sa naissance, d'une manière imperceptible sans aucun jarret, le mur étant tangent au Cylindroïde.

MAIS si la Trompe se présente à une avenue, d'où elle fût vûë en face; alors il conviendrait mieux de faire cette doële de cû-de-lampe, en façon de Coquille concave, dont la figure est plus agréable à la vûë, que celle du Cylindroïde vû de face, & plus propre à recevoir des ornemens de sculpture; & quoique le contour de cette doële soit dans une figure plane, qui fait un pli avec le mur, ce défaut ou plutôt cette imperfection ne peut être aperçûë de front,

mais seulement vûë par les côtez ; ainsi l'un & l'autre des Traits précédens, a son application à différentes positions de la Trompe.

EN voici une d'une autre espece, dont la doële est aussi en forme de Coquille dans un angle.

*De la rencontre des Conoïdes irréguliers horizontaux,
avec les Cylindres verticaux.*

Nous avons appelé Conoïde régulier, le solide formé par la révolution d'une parabole ou d'une hyperbole tournant sur son axe ; ici, nous supposons que l'hyperbole génératrice, qui tourne sur son axe, souffre deux changemens dans un quart de révolution, l'un du mouvement de son sommet, qui se rapproche toujours du sommet S du cône, & l'autre en ce qu'elle se redresse de plus en plus, depuis le plan vertical jusqu'au plan horizontal : nous cherchons la section d'un tel Conoïde, dont l'axe est horizontal, avec la surface d'un Cylindre vertical, laquelle est évidemment une courbe à double courbure.

PROBLEME XI.

Trompe Conico-Sphéroïde.

*Courbe sous la clef, & droite sur les impostes,
rachetant une Tour ronde.*

Nous avons parlé au Tome précédent, pag. 451. de cette espece de Trompe, lorsqu'elle est terminée par une surface plane ; & nous avons donné le Trait de sa doële & de ses lits.

PRESENTEMENT, nous cherchons comment on doit le faire, lorsqu'au lieu d'une face plane verticale, on en substitue une concave ou convexe ; comme la concave ne paroît pas d'un grand usage, nous nous arrêtons à la convexe d'une Tour verticale, dont la Trompe peut soutenir une partie en l'air ; il est visible qu'il ne s'agit dans ce Trait, que d'un changement survenu aux têtes des Voussoirs, les doëles & les joins de lit restant les mêmes jusqu'à l'arc du cintre primitif, que nous prenons à celui de face de la Trompe citée & expliquée, lequel est ici une section dans la Tour par la corde AB.

AINSI suposant (fig. 134.) toute la partie de la Trompe ASB, com- *Fig. 134.*

prise entre les pié-droits AS, SB, & la corde AB, faite comme il a été enseigné au Probl. XXIV. du Tome précédent ; il ne s'agit ici que d'y ajouter la partie de la Tour, dont le segment ADBA, est la projection horizontale.

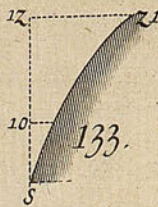
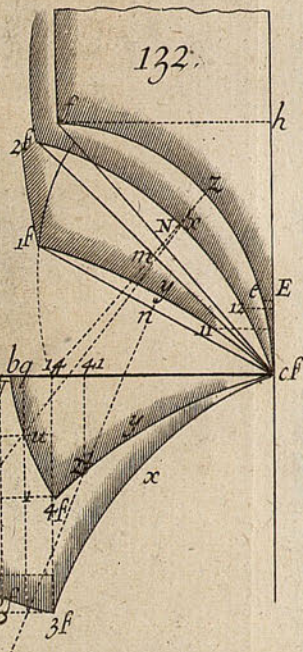
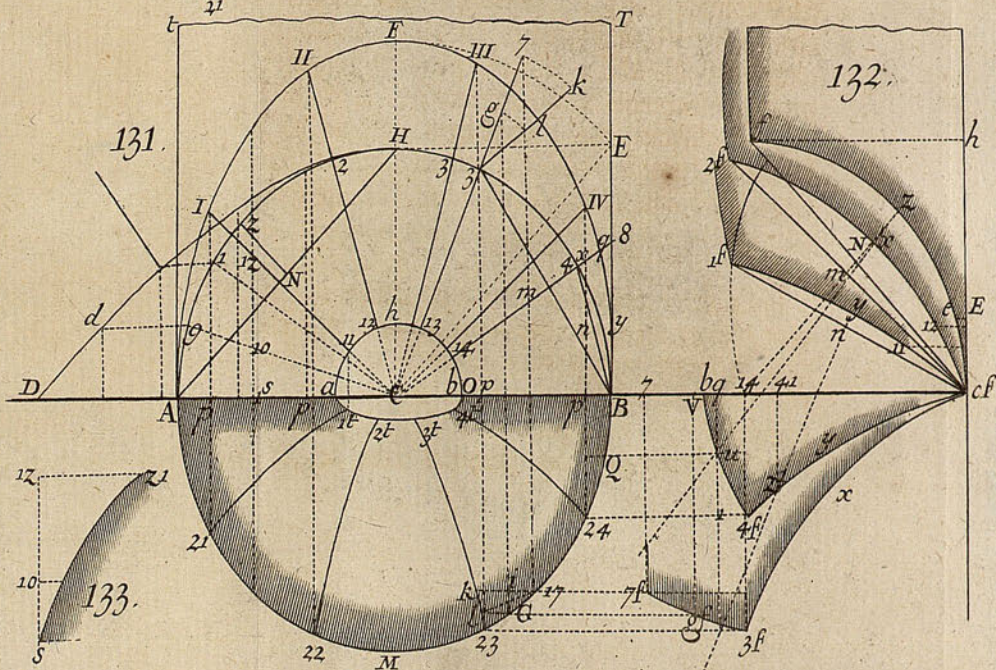
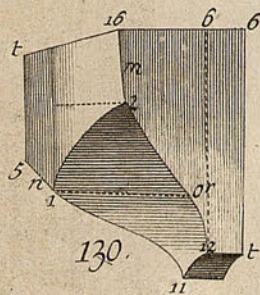
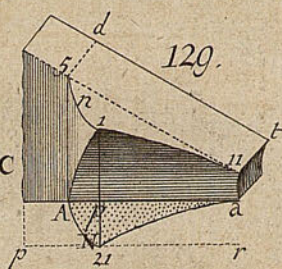
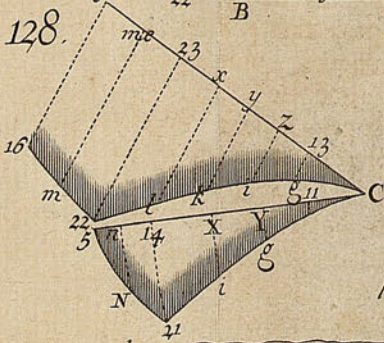
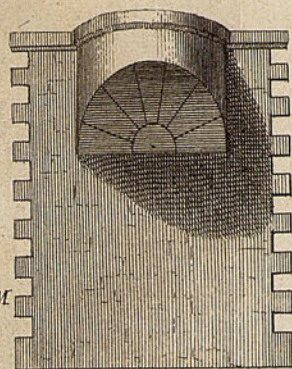
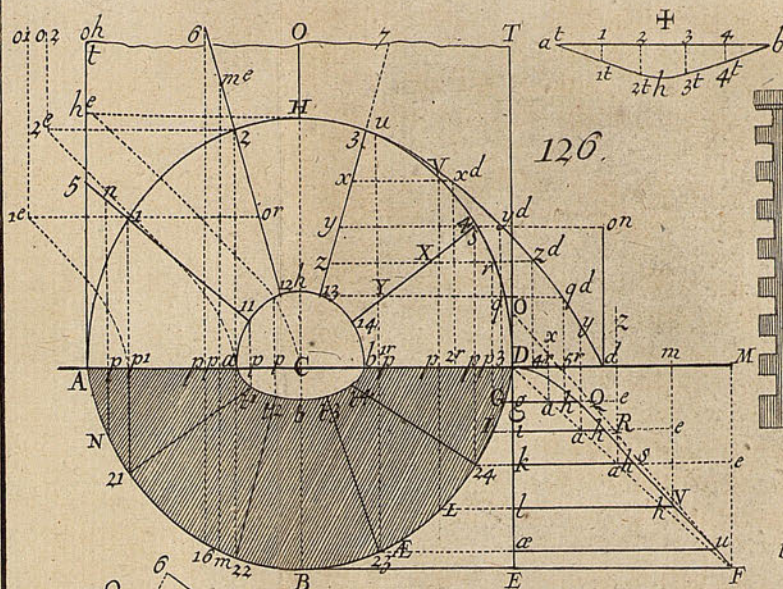
Fig. 134. Soit (fig. 134.) l'angle rectiligne rentrant ASB, sur lequel on doit faire porter en l'air une portion de Tour ronde ADB.

SUR la corde AB du segment de cercle ADB, qui est la projection horizontale de cette partie de Tour, on tracera le demi-cercle AHB pour cintre primitif, qui est une section verticale du Conoïde, par un plan perpendiculaire à son axe SC.

AYANT divisé ce cintre en ses Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaissé à l'ordinaire des perpendiculaires de chacun de ces points sur le diamètre AB, comme 2 p^2 , 3 p^3 , &c.

ON cherchera les projections des joins de lit, qui doivent passer par le sommet S, & les points de projection p^2 p^3 ; mais comme ces projections sont des courbes hyperboliques, qui suposent la description de celles des véritables joins de lit à la doële, il faut commencer par les décrire, comme il a été dit à la pag. 451. du Tome précédent ; si l'on opère par inscription du cône Droit SAB dans le Conoïde ; mais comme il convient mieux d'opérer par la circonscription : nous tirerons une tangente TN, par le point D, le plus saillant de la Tour pris sur l'axe SCD, & nous prolongerons les côtes SA & SB, jusqu'à ce qu'ils coupent cette tangente en T & N. Cependant comme il n'y a que deux points donnez à la circonférence de chaque hyperbole ; sçavoir, un en S, l'autre à la circonférence du cintre primitif AHB, lesquels peuvent toujours être représentez en profil par les points S & A, parce que le point S est commun, & le point A distant de C, également comme les points 2 & 3 ; nous ferons ces profils en AS ou en AB, où les hyperboles passeront par ces deux points sans se confondre, à cause qu'elles sont inégalement courbes.

POUR déterminer la différence de courbure des hyperboles, qui doivent former les arêtes des joins de lit, on déterminera les premiers axes, comme nous l'avons dit au Tome précédent, pag. 451. en tirant une corde AH, qui coupera les aplombs des divisions du cintre primitif 1 p^1 , 2 p^2 , aux points E & F ; les longueurs E p^1 , E p^2 , pourront être prises pour les premiers axes de ces hyperboles, comme



on a fait à la fig. 246. du Tom. précédent, par un changement de la planche postérieur au discours, qui ne la donne que pour une moitié de cet axe, on les prendra ici pour l'axe entier, afin de montrer la différence de l'effet de ce choix.

On portera donc pour la première hyperbole, qui doit passer par le point 1, la longueur $E p^1$ sur l'axe $C f$, prolongé en $S f^e$ & $F p^2$ en $f f$; enfin CH qui doit servir pour le milieu de la clef, en $S f^b$, & par le moyen de ces premiers axes, & suivant les pratiques données à la pag. 451. du 2^e. Tome, & au Trait immédiatement précédent, on décrira les trois hyperboles $SYB d'$, pour le milieu de la clef $S^b t^b$, pour le joint passant par le point 2, & enfin $Si t^i$, pour celle qui doit servir à former l'arête du premier joint, passant par le point 1 du cintre primitif.

APRÈS avoir déterminé les vraies courbes des arêtes des joins de lit, qui sont en œuvre dans des plans inclinez, il faut en chercher les projections horizontales $t^2 x S$, $t^1 y S$, qui sont encore des hyperboles, par le Theor. III. du premier Livre, mais moins courbes que celles qui les produisent.

Nous avons donné à la pag. 451. du Tome précédent, la manière de les tracer, par le moyen des premières; on en peut revoir la pratique. Il n'y a qu'à prendre leurs ordonnées dh , dh pour la grande, qui passe par le point 2 en œuvre, & di , di pour la petite, qui passe par le point 1, & les porter sur les rayons $C 1$ $C 2$, du cintre primitif en $C h^2$, $C i^1$, & par les points h^2 , i^1 , tirer des parallèles à l'axe DS , qui couperont les ordonnées hd & id , prolongées aux points x , y , par lesquels on tracera les courbes $t^2 p^2$, $x S$ & $t^1 p^1$, $y S$, qui feront les projections demandées.

Ces projections horizontales des joins de lit qu'on vient de trouver, ne peuvent servir à la formation des doëles plates, comme dans les Voutes coniques, parce que les quatre angles de chaque Vouffoir, ne sont pas dans un même plan, c'est pourquoi il faut terminer ces panneaux par les angles les plus bas au profil, afin d'avoir assez de pierre pour la position des panneaux de lit, sur les joins ébauchez,

Pour ne pas trop embrouiller l'opération, nous supposerons les hyperboles décrites du côté SB posées en SA ; par exemple, $SA i^1$, pour la première qui se termine au point r^1 , par la parallèle à AB , menée par la projection du joint t^1 , sur la face ADB de la Tour ronde; ensuite, la seconde $h^2 AS$, qui se termine en h^2 , par la parallèle $h^2 t^2$,

passant par la projection z^2 du 2^e. joint, à la face de la Tour A ¹ D.

DANS cette hypothèse, cette partie de l'épure peut servir de profil, où les lignes $b^2 V$, $i^1 u$, $k d$, $l d$, peuvent représenter les hauteurs des quatre angles du Vouffoir, qui ne sont pas dans un même plan, par les raisons que nous avons donné au commencement du 2^e. Tome; c'est pourquoi on tirera une ligne droite, par les deux angles les plus bas de la tête de face & de celle du Trompillon, qui sont marquez à ce profil en b^2 & en l , qui coupera l'axe prolongé Cf en R , d'où l'on tirera aussi par les points z^1 , z^2 de la face ronde ADB des lignes droites, qui donneront la projection RG & R , qui est celle d'une doële plate, inscrite dans le Conoïde, comme un côté de pyramide, dont le sommet seroit en R .

POUR tracer cette doële plate dans son étendue, & en former un panneau pour ébaucher la pierre, on décrira du point V pour centre, un arc de cercle b^2 , 1^1 2^1 , qui sera une portion de base de cône Droit, partie inscrite, partie circonscrite au Conoïde, passant par le joint de face z^2 , dans laquelle portion de base, on déterminera les points 1^1 , 2^1 , correspondans du cintre primitif 1 , 2 , ou en élevant des perpendiculaires $G 1^1$, $z^2 2^1$, sur les points z^2 & G , ou en tirant par le point V , des rayons $V 1^1$, $V 2^1$, parallèles à ceux du cintre primitif $C 1$, $C 2$, qui couperont cet arc aux points 1^1 , 2^1 .

Il ne reste plus pour la préparation nécessaire à former la doële plate, qu'à déterminer la grandeur de la tête du côté du Trompillon, pour laquelle on prendra la distance $d I$, du point I , le plus bas de la tête sur le Trompillon à l'axe SC , qu'on portera en $V I$ & VL sur les rayons $V 1^1$, $V 2^1$, & l'on formera le panneau de doële plate, comme il suit.

Fig. 135. AYANT fait dans une figure à part 135. deux lignes à l'équerre om , gt , on portera sur gt , de part & d'autre du point o , les moitiés de la longueur $L l$ de la fig. 134. & les moitiés de la longueur 1^1 , 2^1 , en og & ot , puis on tirera par les points g & t , des parallèles à la ligne du milieu om .

Puis prenant au profil la longueur $I b^2$, de cet intervalle pour rayon, & des points I & L pour centre, on décrira des arcs qui couperont ces parallèles en G & T , le trapeze $IGLT$, sera une doële plate régulière d'une pyramide Droite, inscrite dans le Conoïde, comme pour former un Vouffoir exactement conique; mais comme elle excède la Voute conoïde, proposée de toute la partie représentée à

la projection par le triangle mixte $G r^1 r^2$ qu'il faut retrancher, on réduira la partie circulaire $r^1 r^2$, qui est la projection de l'arête à la face en Tour ronde, en parties droites à pans, en tirant $r^1 Q$ perpendiculaire à GR , laquelle coupera VG en Q , par où on élèvera Qq parallèle à $G r^1$, qui coupera la corde $r^1 r^2$ en q ; on portera la longueur $q r^2$ en $T Q$, de la fig. 135.

ENSUITE pour avoir la valeur de la ligne $G r^1$, qu'il faut retrancher, on mènera $r^1 z$ parallèle à AB , qui coupera la ligne de profil $h^2 R$ au point z , la longueur $h^2 z$, sera transportée à la fig. 135. de G en Z sur GI , par les points Z & Q , on tirera ZQ , qui retranche du panneau, la partie ZGQ , qui est représentée à la projection horizontale, par le triangle $G r^1 Q$; ainsi on réduit la doële plate à une tête à pans ZQT , pour ensuite venir à l'arondissement, comme l'on a fait à la Trompe Droite en Tour ronde.

Aplication du Trait sur la pierre.

AVANT dressé un parement pour servir de doële plate de supposition, parce que la vraie doële étant gauche, la plate ne peut en toucher que trois angles; on y appliquera le panneau de la fig. 135. pour y en tracer le contour destiné au second Vouffoir.

ENSUITE, on abattra la pierre avec le biveau $\propto N^2 y$ de lit & de doële, fait suivant notre methode, comme pour une Trompe Droite, à laquelle nous avons en effet réduit celle-ci, comme je l'ai dit, en tirant par le joint r^2 , le plus avancé du second Vouffoir, la ligne $h^2 V$.

Pour rappeler au Lecteur, la maniere de tracer ce biveau, on l'a tracé dans la fig. 134.

Sur la projection $R r^2$, ayant fait la perpendiculaire $r^2 2''$, égale à $r^1 r^2$, on a tiré la ligne $2'' P$, perpendiculaire à $2'' R$, qui coupe la projection $R r^2$ prolongée en P , où l'on a tiré $\propto P z$, perpendiculaire à la même RP , qui coupe l'axe SC prolongé en Z , & la section de la doële avec l'horison $R \propto$ en \propto , laquelle section a été trouvée par la prolongation de la corde $2'' r^1$, jusqu'à la rencontre de la ligne $V o$ en X , d'où l'on a tiré par le sommet R , la ligne $RX \propto$, la longueur $2'' P$, étant portée en N^2 , sur la projection RP prolongée; si l'on tire $N^2 \propto$ & $N^2 z$, l'angle du supplément $\propto N^2 y$, sera

celui du biveau cherché pour le lit de dessus ; on trouvera de même celui de dessous.

AYANT abattu la pierre avec les biveaux de lit & doële, le long des côtez du panneau de doële plate, on levera deux panneaux au profil, pour l'intervale qui doit rester entre l'arête droite de la doële plate, & l'arête courbe du véritable joint de lit, lesquels panneaux feront deux triangles mixtes ; sçavoir, $I i' z$, pour le lit de dessous, dont on posera le point I , sur le point I de la fig. 135. & le point z de la fig. 134. sur le point Z de la fig. 135. enforte que la ligne droite $z I$, soit posée en ZI , le côté courbe hyperbolique $I i'$ du panneau, donnera la trace du vrai joint de lit sur le plan du premier lit.

De la même maniere, on appliquera sur le lit de dessus, le panneau triangulaire mixte, levé au profil en $k I b^2$, posant le côté droit $I b^2$, de la fig. 134. en $I T$, de la fig. 135. le long de l'arête de la doële plate ; le côté courbe de ce panneau $k b^2$, donnera sur le lit de dessus, le contour $k b T$, de la fig. 135. qui est la véritable arête du joint de lit à la doële Conoïde.

ON levera aussi pour la tête du Trompillon, le panneau triangulaire mixte $I x 2$, de la fig. 136. qui a été faite pour la tête du Trompillon, de la maniere qu'il a été dit à la pag. 454. & tracé à la fig. 247. planche 65. du Tom. précédent ; & on l'appliquera sur la tête du côté du Trompillon, passant par les trois points donnez $I l k$, de la fig. 135. représentez en élévation en $I l 2$, ce qui détermine déjà trois courbes de contour de la doële. On en trouvera un quatrième, en portant sur les arêtes des joins de lit les longueurs $k A$ & IA , en $k a$ & $I a$, de la fig. 135. & appliquant sur les points a & a , la cerche de l'arc 1, 2 du cintre primitif, posée en angle aigu, avec un biveau formé sur l'angle mixte $CA b$ ou $CA i$ du profil, suivant laquelle faisant une plume, on aura quatre courbes, entre lesquelles on creusera la doële Conoïde, dont il est question.

ENFIN, sur la tête de face qui a été faite à pans, comme à la Trompe en Tour ronde, pag. 106. on tracera l'arc de cercle horizontal $1^1, 1^2$ pour former cette tête, comme il a été dit au Trait cité.

Explication Démonstrative.

Nous avons dit en parlant de la même Trompe à face plane au Tome précédent, qu'on arondissoit le fond de la Trompe, pour di-

minuer autant qu'il est possible l'angle solide mixte formé par les deux murs de pié-droits de la Trompe, & la partie de surface conique des Trompes ordinaires, afin que le fond du Trompillon ait plus de grace, & que cet arondissement ne pouvoit être parfait, c'est-à-dire, sans jarret, que sous le milieu de la clef, où la courbe hyperbolique est tangente par son sommet à la ligne verticale, qui est l'intersection des surfaces planes des murs des pié-droits, & qu'enfin cet arondissement devoit diminuer depuis la clef, jusqu'aux impostes où il s'évanouït, parce que les hyperboles se redressent insensiblement à chaque joint de lit.

COMME les courbures des hyperboles, sont déterminées par l'éloignement de leurs centres du sommet f de l'axe on peut les diminuer suivant tel rapport que l'on voudra ; à la fig. 246. de la planche 65 nous les avons éloigné de la moitié seulement, des lignes $p^1 E$, $p^2 F$ de cette figure, quoique par mégarde dans le discours, nous avons pris le double pour la moitié ; ici, nous l'avons éloigné de tout cet intervalle, pour faire voir ce qui résulte de ce changement, qui est que la courbe d'arondissement de la tête du Trompillon s'élève un peu trop en f , de a' en I , & de b' en t , aulieu qu'en prenant les intervalles $E p^1$, $F p^2$, seulement pour les premiers axes, l'arondissement est plus agréable à la vûe, que les prendre pour la distance du sommet f , au centre de chaque hyperbole, ce qui double la longueur de leurs premiers axes.

Seconde Espece de Trompe droite sur les impostes.

Courbe sous la clef, & rachatant une portion de Tour ronde, lorsque la Trompe est rampante.

LA différence de cette Trompe avec la précédente, consiste en ce que son cintre primitif vertical, perpendiculaire à la direction horisontale, n'est pas circulaire sur un diametre horisontal, mais Elliptique sur un diametre rampant.

D'ou il résulte quelque différence dans la construction ; premièrement, en ce que les arêtes des joins de lit, ne sont pas des arcs d'hyperboles régulières, comme celles de la Trompe précédente, mais irrégulières, déduites d'une hyperbole ou de quelque autre courbe, prise pour arc principal de la courbure qu'on veut donner vers

le milieu de la clef, dans une section verticale, passant par le sommet de la Trompe.

LA même irrégularité auroit pu convenir au Trait précédent, si le cintre primitif n'avoit pas été circulaire.

COMME la principale difficulté de ce Trait, consiste à la formation des courbes des joins de lit, nous nous y arrêterons uniquement, renvoyant celle des panneaux de doële plate & des biveaux aux Traits précédens.

PL. 97. SOIT (fig. 138.) l'angle rentrant ASB, celui des pié-droits sur lesquels on doit construire la Trompe rampante, & l'arc ATB, la projection horizontale de la partie de Tour ronde, qu'elle doit porter.

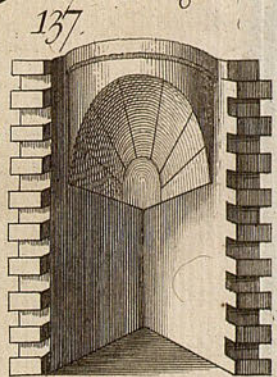
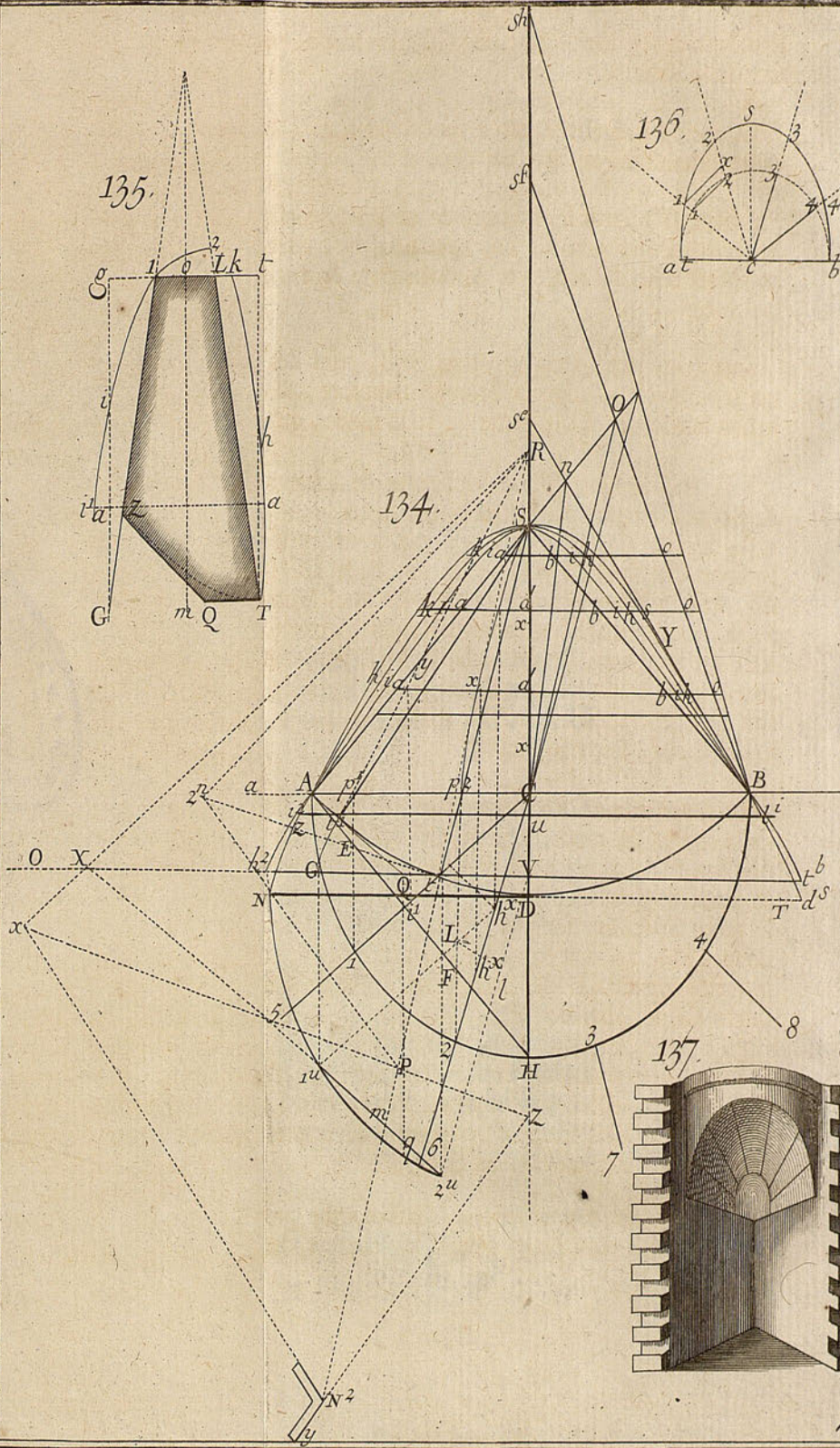
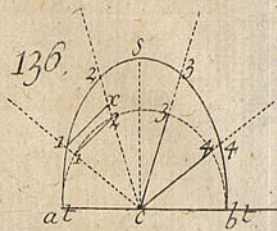
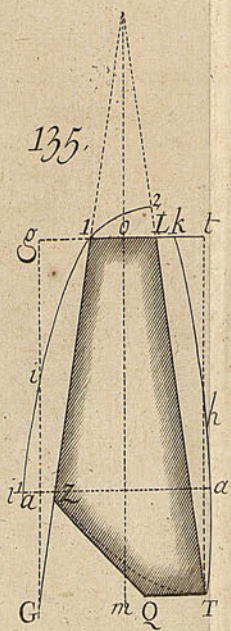
Fig. 138.

SOIT aussi la ligne BR, la différence de hauteur des naissances A & B, prise sur une perpendiculaire à la corde AB; la ligne AR, fera le diamètre du cintre primitif, dont le milieu C fera le centre, & la ligne CH, prise à volonté sur une ligne DCH perpendiculaire à AB, fera son demi diamètre conjugué; nous avons fait ici CH égal à DA. Sur les diamètres conjugués donnez, on décrira par le Probl. VIII. du 2^e. Livre, la demi-Ellipse AHR pour cintre primitif, que l'on divisera en ses Voussloirs aux points 1, 2, 3, 4, affectant autant qu'il sera possible, que les points 3 & 4, qui sont les joins de lit de la clef, soient de niveau.

LE cintre primitif AHR étant tracé, il faut se déterminer au choix de la courbe de profil, vers la clef qui doit être une parabole ou une hyperbole, tangente à la ligne droite d'intersection des pié-droits au point S, dans laquelle il n'y a que deux points donnez; sçavoir, le point S de son sommet, & un point *b*, déterminé par une ordonnée D*b*, qui doit être égale à la hauteur DH, composée du demi-diamètre vertical CH du cintre primitif, & de la hauteur DC de son centre C, sur l'horison AB.

PUISQU'IL n'y a que ces deux points donnez, il est clair qu'on peut y faire passer des courbes différentes, plus ou moins concaves, comme on l'a vu au Trait précédent, en prenant des centres d'hyperboles plus près ou plus loin du sommet S.

SUPPOSANT que cet arc *principal*, soit la courbe prise à volonté S*g*hI, on s'en servira pour régler toutes les courbes des joins de lit à la



doële, dont on cherchera autant de point qu'on voudra ; par exemple seulement trois, l'un au Trompillon $a b$, l'autre au cintre primitif AB , & le troisiéme à la tangente NTE . Si l'on en vouloit chercher davantage, il faudroit tirer d'autres paralleles à la ligne AB , en aussi grand nombre qu'on veut trouver de points de chacune des courbes.

Il s'agit présentement de tracer plusieurs cintres différens, sur les projections des diametres donnez au plan horifontal, comme $a b$ & NE , sur lesquels il faut faire les profils des diametres rampans $a r$, $N R^e$, ce qui est aisé ; car si par les points a & N , on mene des paralleles à AR , & par les points b & E , d'autres paralleles à BR , on aura par leurs interseptions les points r & R^e , & par conséquent, les diametres rampans $a r$, $N R^e$, sur le milieu desquels portant les distances $m g$ & TI de l'axe ST , à la courbe de profil $S g b I$, on aura les demi-hauteurs $m G$, $T i$, qui déterminent les extrémitéz des diametres $G c$, & $C^2 i$ des nouvelles Ellipses, qui doivent être les cintres transversaux de la doële Conoïde, coupée par des plans verticaux, élevez sur les lignes $a b$ & NE , lesquelles demi-Ellipses, seront tracées comme la premiere AHR , par le Probl. VIII. du 2.^e. Livre.

Ces mêmes demi-Ellipses, seront facilement divisées en joins de lit, correspondans aux divisions du cintre primitif, en menant par leurs centres c & C^e , des paralleles aux demi-diametres C^1 , C^2 , C^3 , C^4 du cintre primitif, comme la figure le montre.

Ces demi-diametres, seront prolongez jusques aux lignes horifontales de leurs bases $a b$, AB , NE s'il le faut, qu'elles couperont en des points o^1 , o^2 , o^3 , o^4 , à la base du cintre primitif, & t^1 , t^2 , t^3 , t^4 , à celle de la tangente NE , & au Trompillon $a b$, aux points n^1 , n^2 , n^3 , n^4 ; les lignes $t^1 S$, $t^2 S$, $t^3 S$, $t^4 S$, seront les sections des plans des lits avec l'horifon, lesquelles pourront être prises pour les bases des profils, qui serviront à les décrire, je dis pour des bases, & non pour des axes de ces courbes ; car leurs ordonnées ne doivent pas être à angle droit, comme l'a avancé M. de la Hire dans ses Leçons ; quoique je respecte la mémoire de ce Grand Mathématicien, & même qu'elle me soit chere, par l'attachement que j'avois pour lui & pour M.^{rs} ses Fils. Je crois devoir remarquer cette inadvertence, qui pourra me rendre peut-être excusable, s'il m'est arrivé de me tromper en quelque chose, puisque les Grands Hommes ne sont pas infaillibles. Voici dans l'exaétitude, la maniere de faire ces profils, en cherchant les angles des ordonnées, avec les abscisses des courbes.

DE chaque point de division du cintre extérieur tangent NiR , on abaissera des perpendiculaires sur la base horizontale NE , qui la couperont aux points p^1, p^2, p^3, p^4, p^5 , par lesquels on menera des lignes au point S , qui serviront de base pour trouver par des profils, les valeurs des cordes imaginées, tirées depuis les points $1^e, 2^e, 3^e$, &c. de ce cintre au sommet S , par le moyen des hauteurs $p^1 1^e, p^2 2^e, p^3 3^e$, &c. comme l'on a coutume de faire pour trouver la valeur des projections des joints de lit, dans les Trompes coniques ; par exemple, sur $S p^1$, ayant élevé en p^1 , la perpendiculaire $p^1 f^1$, égale à $p^1 1^e$, l'hypoténuse $f^1 S$, fera la valeur de la corde qu'on cherche.

Ces valeurs étant trouvées, on fera pour chaque joint de lit, un triangle avec trois lignes données ; sçavoir, 1°. La section du plan du joint prolongé avec l'horison. 2°. La corde de la courbe de l'arête du joint. 3°. La longueur du joint dans le vuide, depuis le joint de tête jusqu'à l'horison.

Fig. 139. PAR exemple, pour former le plan incliné du premier joint de lit dans le vuide de la doële, & son contour courbe, qui doit donner la cerche ou le panneau du lit, on portera à part (fig. 139.) la ligne $S t^1$ de la section, avec l'horison en $f T^1$, avec ses divisions $o^1 n^1$, puis avec la longueur $S f^1$ pour rayon, & du point f pour centre, on fera un arc $d 1^e$, & du point T^1 pour centre, & de l'intervalle $1^e t^1$, de la fig. 138. pour rayon, on décrira un second arc qui coupera le premier au point 1^e , pour tirer la ligne $T^1 1^e$, à laquelle on menera par les points $o^1 n^1$, des parallèles $o^1 1^e, n^1 1^e$ indéfinies ; pour en déterminer les longueurs, on prendra à la fig. 138. le ligne $1 o^1$, qu'on portera en $o^1 1^e$; & la ligne $1 n^1$, qu'on portera en $n^1 1^e$ de la fig. 139. par les points $f 1^e, 1^e 1^e$, on tracera à la main ou avec une règle pliante, une courbe qui fera celle de l'arête du joint de lit à la doële, sur laquelle on formera le creux du panneau du premier lit.

PAR la même manière, on trouvera la courbe $f 2^e, 2^e 2^e$ du second joint de lit, en prenant pour base du triangle, qui donne l'inclinaison des ordonnées, la ligne $S t^2$ avec ses divisions à la fig. 138. qu'on portera en $S T^2$, de la fig. 139. puis avec les lignes $f^2 S$, & $2^e t^2$, on fera un triangle $f t^2 2^e$, qui donnera l'angle $f T^2 2^e$ des ordonnées avec les abscisses, lesquelles ordonnées, feront prises à la fig. 138. aux lignes $2 o^2$ du cintre primitif, & $2 n^2$ du Trompillon.

ON verra à la fig. 140. le reste des profils des courbes des joints de lit de cette Trompe, où l'on a marqué les mêmes lettres qu'à la fig. 138. d'où ils sont tirez.

Nous renvoyons la construction des panneaux de doële plate au Trait précédent, & la formation de la tête ronde, au Trait de la Trompe en Tour ronde, pag. 106. pour former les courbes des joins de tête sans panneaux de lit, ou si l'on veut en former des panneaux, on se servira de la méthode qui a été donnée pour toutes les Voutes en Tour ronde, comme Porte, Descente, Trompe &c. qui est de rallonger l'arc de cercle de la projection horizontale en arc Elliptique, parce que tous les lits étant des surfaces planes, leurs sections à la surface des Tours, sont des arcs Elliptiques.

Explication Démonstrative.

Si l'on relève par la pensée, les figures mixtes NiR^eE , $AHRB$, $abrb$, qui sont couchées sur le plan horizontal, en situation verticale sur leurs bases NE , AB , ab , & le triangle mixte Sg , IT sur son axe ST , aussi en situation verticale, on pourra se représenter facilement toutes les raisons de la construction de ce Trait.

Et enfin, si l'on examine dans cette situation les inclinaisons des lignes 1^1 , 2^2 , 3^3 , &c. & qu'on imagine des plans passans par ces lignes & par le point S , on reconnoitra facilement tous les profils qu'on vient de faire aux figures 139. 140.

Il faut remarquer que tous ces plans de lit qui se croisent, ont leur commune intersection à l'axe de la Trompe, qui est représenté en projection horizontale, par la ligne ST , & en profil par la ligne inclinée à l'horizon SX , faisant $TX = TC^e$; mais quoique leur intersection soit dans une seule ligne, elle se trouve différemment située dans tous les plans des joins de lit prolongez dans le vuide, comme on le voit à leurs profils, aux fig. 139. & 140. en $\int X^1$, $\int X^2$, $\int X^3$, $\int X^4$, & $\int X^5$, ce qui vient de la différence de leurs inclinaisons.

Il est visible par la 16. Prop. du 11^e. Livre d'Euclide, qu'en faisant dans chacun des cintres transversaux des lignes NR^eE , $abrb$, parallèles aux demi-diamètres des divisions des Voussiors du cintre primitif; les lits seront des surfaces planes, qui passeront par les divisions 1^e , 1 , 1^u ; 2^e , 2 , 2^u , au lieu que si l'on avoit fait leurs divisions égales entr'elles dans chacun, les surfaces des lits seroient devenues gauches, ce qu'il faut éviter par les raisons que nous avons donné au 3^e. Livre.

*Des Voutes composées de surfaces Cylindroïdes,
inclonnées à l'horison.*

En termes de l'Art.

*De la Vis St. Giles quarrée, ou sur tel Polygone
qu'on voudra.*

CE n'est pas donner une juste idée de la *Vis St. Giles quarrée*, que de la représenter, ainsi que Mr. de la Ruë, comme un composé de *Berceaux en descente*, biais par les deux bouts; il faut y ajouter que ces Berceaux sont d'une irrégularité intrinsèque, & d'une espece toute différente des Berceaux ordinaires.

Pl. 99.
Fig. 141.

PREMIEREMENT, en ce que les Berceaux cylindriques réguliers, qui sont portez par des murs verticaux paralleles entre eux, sont coupez ou touchez par les plans de ces murs, suivant les lignes de leurs impostes, lesquelles sont droites, paralleles entre elles, & par conséquent dans un même plan horizontal ou incliné en descente; ici les lignes des deux impostes sont bien droites, & dans des plans verticaux paralleles entre eux, mais elles ne sont pas toutes les deux dans un même plan incliné, comme l'on peut voir à la fig. 141. qui représente une portion de la Vis où les impostes *a b* & *e f* se croisent à leur milieu en *m*, par conséquent elles ne sont pas dans le même plan.

LA raison qui fait qu'elles se croisent, est que les extremitéz *a* & *b* du grand côté du Berceau, & celles du petit *e* & *f* doivent être de niveau entre elles, en bas, comme *a e*, & en haut comme *f b*, ainsi les impostes sont inégalement inclinées, afin que la plus courte parvienne à même hauteur que la plus longue, dans les diagonales des angles de la Tour *a E*, *FB*.

LA seconde différence des Berceaux de la Vis aux cylindriques réguliers consiste en ce que, quoique les impostes *a b*, *e f* ne soient pas paralleles à la ligne du milieu *C c*, qui est l'axe du Berceau de la Vis, elles sont cependant encore des lignes droites, ce qui est impossible dans les Berceaux réguliers, parce que les sections des cylindres faites par des plans inclinez qui croisent l'axe, sont nécessairement des courbes Elliptiques.

LA troisième différence consiste en ce que, dans les Berceaux réguliers toutes les sections perpendiculaires ou obliques à l'axe, qui sont faites

par des plans paralleles entre eux , font égales entre elles ; dans la Vis St. Giles quarrée elles ne font ni égales ni semblables , en ce que l'imposte *ef* du côté du Noyau étant plus inclinée à l'horison que celle du piédroit *ab* de la Tour , les extremités du diametre transversal de la section plane verticale perpendiculaire au piédroit , seront par-tout à des hauteurs inégales , excepté au milieu sur *M^m* , où la section est perpendiculaire aux deux piédroits du Noyau & de la Tour , dans lequel diametre les projections verticales de tous les joins de lit se croisent.

ENFIN dans les Berceaux biaïs en descente , toutes les sections verticales ou inclinées faites par des plans transversaux , qui forment les joins de doële aux têtes des Voussloirs , ont leurs diametres ou de niveau , ou toujours inclinez d'un même angle à l'horison , ici ils sont tous inégalement rampans.

Ces différences présupposées , pour se former une juste idée de la Vis St. Giles quarrée ou à pans , il faut se rapeller la génération de la Vis St. Giles ronde , que nous avons dit au tome 2. pag. 417. se former par le mouvement d'un demi cercle , ou d'une demie Ellipse verticale , qui se meut par son centre sur une hélice , à l'axe de laquelle son diametre qui est toujours de niveau , est toujours dirigé ou toujours perpendiculaire à la courbe de la projection de cette hélice , si elle n'est pas circulaire.

Si l'on substitué à la courbe à double courbure des impostes de la Vis St. Giles ronde , une suite des lignes droites inscrites dans chaque hélice de l'imposte de la Tour & de celle du Noyau , qui soient en nombre égal & égales entre elles dans chaque imposte , & à chaque révolution de ces hélices différentes ; on aura au lieu d'un corps cylindroïde tournant , plusieurs portions de cylindroïdes terminées les unes aux autres tournantes & rampantes , dans une Tour de base en polygone , qui peut être d'autant de côtez que l'on voudra ; il pourroit être triangulaire , quarré , pentagone , éxagone , &c. de sorte que si le nombre de ces côtez devient infini , la Vis retombe dans le cas de la Vis St. Giles ronde.

D'ou il suit , 1^o. que dans la Vis St. Giles quarrée , comme dans la ronde , on doit observer la même position du demi cercle générateur , ou de la demie Ellipse generatrice , tant à l'égard de l'axe , pour avoir les têtes & les diagonales des Berceaux rampans qui aboutissent les uns aux autres , qu'à l'égard du niveau de son diametre.

SECONDEMENT , que ce cintre generateur , qui est toujours le même , & en même position dans la Vis St. Giles ronde , n'est ici égal à lui-

même que dans les positions des milieux des Berceaux , & lorsqu'il en est également éloigné en dessus & en dessous , suposant que sa direction à l'axe est toujours la même ; de sorte que ce cintre s'élargit continuellement à mesure qu'il s'éloigne de la position perpendiculaire aux plans verticaux passans par les milieux des impostes , & au contraire qu'il se rétrécit peu à peu à mesure qu'il approche de cette position perpendiculaire.

TROISIÈME, que ce cintre générateur n'aura plus son diamètre de niveau lorsqu'il ne sera plus dirigé à l'axe de l'hélice , ni de même longueur , parce qu'il est toujours plus ou moins incliné à l'horison , quoique sa projection soit toujours égale dans le plan horizontal.

UN quartier d'escalier tournant dans un angle ABD , fig. 142. est très propre à expliquer ce que je veux dire ; car si l'on imagine sur chacune des arêtes des marches AE, KI, BF, LN, DG, un cintre qui soit toujours de même hauteur à la clef HC, on verra que ce seront autant d'Ellipses différentes plus ou moins alongées , suivant la longueur des arêtes des marches , & suivant leur éloignement de la ligne du milieu MD, cela supposé.

PROBLEME XII.

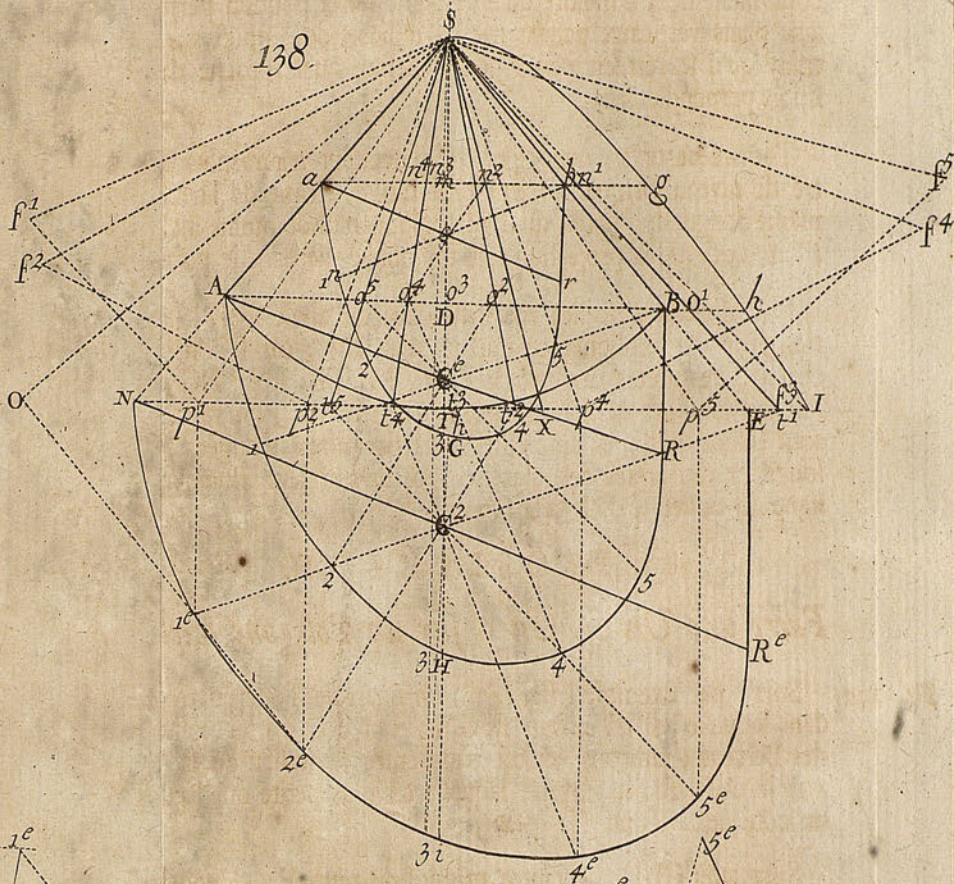
Faire une Vis St. Giles, sur un Polygone quelconque.

Fig. 142. Soit, par exemple (fig. 142.) un quart de Tour carrée ABDM, dans laquelle est un noyau EFGM, qui doit porter toute la partie des Berceaux rampans, & tournans entre le milieu de la Voute depuis la clef jusqu'au noyau, laquelle est plus petite que l'autre qui est du côté de la Tour.

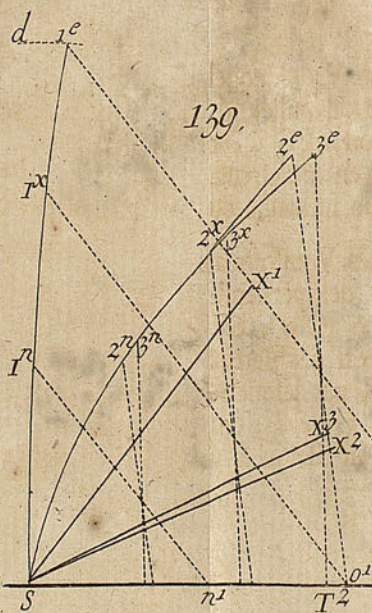
Soit aussi GHD, le cintre primitif de cette Vis, duquel émanent tous les autres, pris sur une ligne DM tirée du milieu M, où est le centre du noyau perpendiculairement aux côtez FG du noyau, & BD de la Tour, lequel se fait ordinairement en arc circulaire, quoique rien n'empêche qu'on ne le fasse Elliptique surhaussé ou surbaissé.

AYANT divisé ce cintre primitif GHD en ses Vouffoirs aux points 2, 3, 4, 5, & ayant abaissé de ses divisions des perpendiculaires à son diamètre GD, qui le couperont aux points p^2 , p^3 , &c. on mènera par ces points des paralleles à la direction des Berceaux, qui couperont la diagonale MB, aux points d^2 , d^3 , par lesquels on mènera en retour de la face EF d'autres paralleles d_2 , k_2 , d_3 , k_3 , &c. qui marqueront la projection horizontale des joins de lit, lesquels dans cette

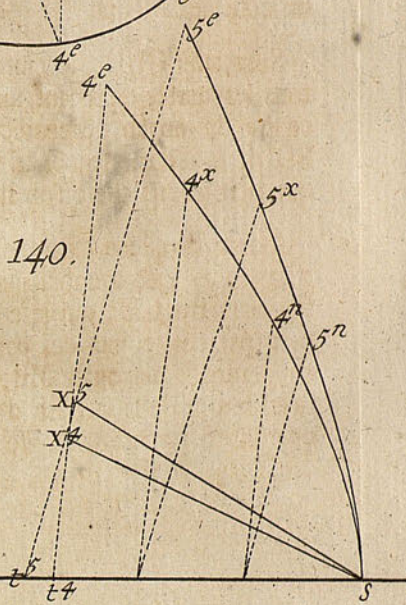
138.



139.



140.



Le 1er jour de la session, le 1er Mars 1871, le Congrès s'est réuni à 10 heures du matin, sous la présidence de M. le Président de la République.

Le 2e jour, le 2 Mars 1871, le Congrès s'est réuni à 10 heures du matin, sous la présidence de M. le Président de la République.

Le 3e jour, le 3 Mars 1871, le Congrès s'est réuni à 10 heures du matin, sous la présidence de M. le Président de la République.

Le 4e jour, le 4 Mars 1871, le Congrès s'est réuni à 10 heures du matin, sous la présidence de M. le Président de la République.

Le 5e jour, le 5 Mars 1871, le Congrès s'est réuni à 10 heures du matin, sous la présidence de M. le Président de la République.

Le 6e jour, le 6 Mars 1871, le Congrès s'est réuni à 10 heures du matin, sous la présidence de M. le Président de la République.

Le 7e jour, le 7 Mars 1871, le Congrès s'est réuni à 10 heures du matin, sous la présidence de M. le Président de la République.

représentation sont parallèles entre eux, quoiqu'ils ne le soient pas dans leur projection verticale.

POUR former des têtes des Vouffoirs, on menera du point M à ces côtes de la Tour, autant de droites ML, MB, MK, que l'on voudra avoir de cintres différens, pour tracer les joins de tête des Vouffoirs suivant leurs longueurs, observant les liaisons, de sorte que les cintres sur IK & NL ne feront pas ceux d'un joint continu, mais ils serviront par parties.

QUANT à celui qui est sur la diagonale FB, il servira dans sa moitié $b^d B^c$, pour l'angle rentrant du concours des deux Berceaux, & dans son autre moitié $b^d F$, pour l'arête saillante du même concours.

SUR les parties IK, FB, NL de ces lignes comprises entre le noyau & la tour, on décrira des cintres Elliptiques par le moyen des hauteurs des aplombs du cintre primitif p^2, p^3, p^4, p^5 , qu'on portera perpendiculairement sur les diamètres NL, FB, IK, aux points où ils sont coupez par les parallèles des projections des joins de lit, ainsi on aura le cintre Elliptique d'enfourchement FbB, & l'autre intermédiaire I $b^d K$, qui fera égal à celui qu'on peut faire sur NL, si l'on suppose FN égal à FI.

CETTE préparation étant faite, il faut prendre un moyen de construction différent de ceux qu'on a pris jusqu'ici, pour la formation des Berceaux en descente, que nous avons exécuté par le moyen des doëles plates, parce que les doëles seroient gauches, & par conséquent de très difficile exécution, qu'on ne pourroit faire qu'à deux reprises, en supposant à la première une ébauche en des doëles plates, ensuite cherchant le troisième angle sur un lit, comme nous l'avons dit ailleurs; mais quand on s'y prendroit par ce moyen, on se trouveroit encore dans l'embarras de la formation des lits qui sont aussi gauches, c'est pourquoi on a jugé que la voye la plus simple & la plus courte est celle de l'équarrissement à peu près, comme il a été fait pour la Vis St. Giles ronde, dans laquelle on a formé des Cylindres concentriques sur les projections des joins de lit, pour tracer sur ces surfaces les hélices de ces joins rampans.

ICI nous formerons des Tours quarrées concentriques par des surfaces planes verticales élevées sur les projections horizontales des joins de lit, sur lesquelles nous tracerons les arêtes de ces mêmes joins rampans.

PAR les rencontres de ces surfaces, il se formera des angles de deux especes, les uns saillans depuis le noyau jusqu'à la clef, les au-

tres rentrans depuis la clef jusqu'aux murs de la Tour, comme aux Voutes d'arêtes ordinaires, c'est pourquoi les Voussoirs d'enfourchement doivent être considerez, l'un dans l'angle rentrant comme en abd , fig. 146. l'autre en angle saillant comme en efg , fig. 145. quoique dans le fond ces deux angles soient égaux entre eux.

SUPPOSANT donc pour ébauches des Voussoirs des portions de Tours carrées comme celles des fig. 145. 146. il s'agit d'y tracer les arêtes des joins de lit qui doivent être dans leurs surfaces planes & verticales, ce que l'on pourra faire facilement dès qu'on connoitra l'angle de leur inclinaison avec l'horison, ou ce qui revient au même son complement, qui est l'angle d'un aplomb avec chaque arête.

AYANT prolongé la ligne du milieu EM en haut ou en bas, on prendra sur cette ligne un point O à telle distance au dessus ou au dessous de l'horizontale MD, que le point B doit monter ou descendre au dessus du point A, par exemple, s'il y avoit deux marches entre ces deux points, comme en IK & FB, on prendroit la hauteur MO égale à celle des deux marches.

Puis du point O, on tirera des lignes droites à tous les points des projections des divisions des joins de lit du diametre GD du cintre primitif, comme OG, O p^2 , O p^3 , O p^4 , O p^5 OD, qui donneront les différentes inclinaisons de tous les joins de lit, & sur lesquelles on trouvera les valeurs de toutes les parties de leurs projections, & avec beaucoup de facilité si le côté AB comprend un nombre de giron de marches égaux entre eux comme AK, KB; car suposant qu'il en contienne deux, on divisera la hauteur des marches OM en deux également en n , par où l'on tirera nk parallele à MD, qui coupera tous les profils des joins de lit aux points i , Y, Z, z , y , k , les longueurs Oi, OY, OZ, Oz, &c. seront les valeurs des joins de lit que l'on cherche, ou si l'on veut leurs restes jusqu'à GD, comme iG , Y p^2 , &c. qui leurs sont égaux.

Si l'intervalle AB n'étoit pas divisé également par les giron, comme si KI étoit plus près de B que de A, alors il faudroit abaisser sur MD des perpendiculaires Ii , k^2Y , k^3Z , &c. qui couperoient (étant prolongées) les profils des joins de lit OG en i , O p^2 en Y, O p^3 en Z, &c. soit qu'il s'agisse de plusieurs têtes de Voussoirs ou d'une seule, comme par exemple qQ , projection donnée qui tend, comme les autres, au centre M, on menera par les points q & Q des perpendiculaires sur le diametre horizontal GD, lesquelles étant prolongées couperont les profils correspondans O p^4 en X &

O p^s en x ; les longueurs $X p^+$, $x p^s$ seront les valeurs des projections horizontales $Q b^s$, $q b^+$ que l'on cherche, & les angles $q X p^+$, & $Q x p^s$ ceux de leur inclinaison avec un aplomb, dont le complément est celui de leur inclinaison avec une ligne de niveau.

PAR le moyen de ces angles, on peut tracer les joins de lit sur les surfaces verticales des Voussoirs ébauchez en portions de Tours quarrées, comme aux fig. 145. & 146. par le moyen d'un biveau ou d'une sauterelle ouverte sur l'angle de l'épure qui convient aux Voussoirs, par exemple, sur l'angle $q X p^+$, pour avoir l'inclinaison de l'arête $q 4$ sur la surface $a b$ BA de la fig. 146. en montant d'un côté de $b B$, & en descendant de l'autre.

MAIS parce qu'on a besoin de la hauteur de la retombée, il y en a, comme M. de la Ruë, qui font des panneaux en parallélogrames, pour être appliquez sur les surfaces verticales qui passent par les joins de lit, ce que l'on peut faire d'une manière plus simple que celle de l'Auteur cité.

AYANT prolongé les horizontales DG vers d , & $k n$ vers N, on leur mena aussi des parallèles par les points 2, 3, des divisions du cintre primitif, comme 2 f , 3 f ; puis ayant pris à volonté un point y^s sur N n , on mena par ce point la ligne $y^s 5^s$ parallèle à $y p^s$ du profil qui lui fera aussi égale, parce qu'elle est entre mêmes parallèles horizontales; par le point 5^s , on élèvera la perpendiculaire $5^s 5^e$, qui fera aussi égale à $p^s 5^s$, qui est la hauteur de la retombée du cintre primitif, puis on tirera $5^e l$ parallèle & égale à $5^s y^s$, le parallélogramme $l 5^s$ fera celui du panneau que l'on cherche.

DE la même manière on fera le panneau $l 4^e$, en tirant par le point l , la ligne $l 9$ parallèle & égale à 2 p^+ du profil, & 9 4^e égale & parallèle à 9 4 . hauteur de retombée du cintre primitif GHD, enfin en faisant 4 f parallèle & égale à $l 9$, qui formera le parallélogramme $f 9$ pour le second Voussoir du côté de l'angle rentrant.

IL fera aisé de faire de même les deux autres panneaux du côté du noyau marquez à la fig. 143. N 2 e , $l 3^e$, lesquels panneaux ne sont point ceux de la voûte, mais seulement des surfaces de suppositions verticales pour trouver les quatre angles de la voûte, comme on le verra à l'application du Trait sur la pierre.

IL faut présentement chercher les panneaux des pierres du pillier de la Vis, que nous apellons le noyau, lorsqu'ils portent une partie de la naissance de la Voute sur un lit horizontal & non en coupe,

ce qu'on appelle en *tas de charge*, ainsi qu'on est obligé de faire lorsque le noyau est si petit qu'il n'est qu'une espece de pilier quarré en forme de *Dez*, d'une ou de deux pierres à chaque assise, alors chaque *Dez* du noyau doit avoir une espece de pointe en saillie, qui reçoive le lit horizontal du premier Voulsoir, qui commence à former la Voute; il s'agit de trouver deux courbes, l'une de section horizontale de la doële concave & gauche, l'autre de section horizontale du lit, qui est une surface planolime un peu convexe & gauche.

Section horizontale du Noyau.

Fig. 144. LA maniere de trouver cette section qui est fort embrouillée chez M. de la Ruë, sera rendue facile par la figure 144. où l'on a joint le plan horizontal du noyau à sa projection verticale, si l'on fait attention aux relations & rencontres des lignes provenans des points correspondans dans l'une & l'autre espece de dessein.

SOIT (fig. 144.) le rectangle $eFG\Lambda$ le plan horizontal de la moitié du noyau, qui est le double du quarré $EFGM$ de la fig. 142 qui en est le quart: ayant prolongé les côtes Λe vers A , & GF vers g , on tirera AN parallele à eF à distance prise à volonté pour servir de base à l'élevation du noyau, cette distance a été prise ici égale à la saillie de la retombée PA pour ne pas multiplier les lignes.

ON portera ensuite sur Ng le double de la hauteur MO de la fig. 142 pour tirer AG , qui fera la naissance de la Voute sur son noyau.

ENSUITE sur NA prolongée de la longueur du rayon CD du cintre primitif de la fig. 142. portée en $A C^*$, on décrira de ce point C^* pour centre un arc de cercle AB de la grandeur destinée à la premiere assise, qui ne devrait être ici égal qu'à $G2$ du cintre primitif, mais que nous avons pris plus grand pour exprimer le Trait plus sensiblement.

ON tirera aussi par le point g , une ligne Og parallele à AN , sur laquelle prolongée on prendra gC égal à GC du cintre primitif, pour d'écrire l'arc gb égal à AB ; puis ayant divisé chacun de ces arcs en un même nombre de parties égales, par exemple en trois, aux points 1, 2 B , 1'2' b , on tirera par ces divisions des lignes droites Bb , 2'2', 1, 1', AG ; ensuite par les points C & C^* , on tirera les joins $b f$, $B d$, sur lesquels on prendra suivant l'épaisseur des pierres qu'on doit employer, les longueurs $b f$ & $B d$ égales entre elles, qu'on divisera aussi

aussi à volonté en deux ou plusieurs parties égales aux points i , n , pour tirer les lignes droites $d f$, $i n$.

CETTE préparation étant faite, on tirera par les points M & e , la diagonale MP , puis on abaissera des points d , i , B , 2 , 1 , des perpendiculaires sur PA , lesquelles étant prolongées, couperont la diagonale Pe aux points P , 9 , 2^o , q , 1^o , e , par lesquels on menera autant de parallèles à eF , comme PX , $9 T$, $2^o Y$, &c. indéfinies, sur lesquelles on trouvera les points des courbes qu'on cherche, comme il suit.

AVANT déterminé la hauteur que l'on peut donner à la pierre de Dez, qu'on veut former suivant l'épaisseur qu'elle peut avoir, par exemple LN , on tirera Ld parallèle à AN , laquelle Ld coupera toutes les lignes qu'on a tiré jusqu'à présent, aux points v , z , x , y , t , d , par lesquels on abaissera des perpendiculaires sur eF , qui couperont les horizontales correspondantes aux faillies de la doële, aux points X , Y , Z , V ; sçavoir PN , qui représente en projection horizontale l'arête Bb , de la doële & du lit, qui est coupé en x par la ligne $d L$, sera coupée en X par la verticale $x X$.

DE même l'horizontale $2^o Y$ de la projection, provenant du point 2 de l'arc BA , sera coupée au point Y , par la verticale $y Y$; l'horizontale provenant du point 1 , & passant par 1^o , sera terminée par la verticale $z Z$ en Z ; enfin le nud du noyau eF sera coupé en V , par la verticale $v V$, qui vient du point V , où l'horizontale Ld coupe la naissance de la Voute Ag ; la courbe tracée à la main, ou avec une règle pliante par les points X , Y , Z , V , sera celle de la section horizontale de la doële de la Vis quarrée.

PAR la même pratique, on aura celle qui se forme par la section du lit Bd ou bf , de laquelle on a déjà le point X , qui est sa rencontre avec celle de la doële, représentée aussi par le point B , qui est commun à l'arc BA , & au joint de tête Bd ; par le point i , qui est ensuite sur le même joint, on abaissera une perpendiculaire sur PN , qui coupera la diagonale PM au point 9 , par où on menera l'horizontale $9 T$ parallèle à PN ; puis du point t où l'horizontale Ld coupe l'inclinée in , passant par le milieu du lit, on abaissera une verticale, qui coupera la ligne $9 T$ au point T ; enfin par le point d , on abaissera une perpendiculaire sur PN , laquelle étant prolongée, coupera la diagonale PM au point q , où fera le troisième point de la section horizontale du lit $XT q$, qui est un peu courbe, laquelle avec la précédente fait l'angle mixte $q X V$, que l'on cherche pour former le panneau du lit de dessus du Dez de la Vis, qu'il faut ajoû-

ter en faillie au noyau de la Vis, & qui doit servir à former le lit de dessous du second Dez d L g O.

Remarque sur l'usage de cette Section.

Il faut faire ici la même observation que nous avons fait au tome précédent, sur la section horisontale du Noyau de la Vis St. Giles ronde; sçavoir que si le Noyau est assez petit pour être fait d'une seule pièce, l'escalier que cette Voute couvrira aura nécessairement des marches fort étroites au collet, ce qu'on doit éviter en Architecture, comme des *Casse-cou*, pour me servir du terme expressif, & si le Noyau est grand, cette section devient inutile, parce que les coussinets s'y doivent loger, comme aux Berceaux rampans, ainsi dans les ouvrages bien pensez, cette section ne doit pas être d'un grand usage.

Aplication du Trait sur la Pierre.

ON doit considerer dans la Vis St. Giles quarrée de quatre fortes de Vouffoirs de figures différentes.

Fig. 142. La premiere est de ceux qui portent l'enfourchement rentrant KBL, depuis l'imposte jusqu'à la clef, qui sont à branches à peu près semblables à ceux des Arcs de cloitre, dont ils different en ce que les branches sont rampantes, l'une en montant, l'autre en descendant.

La seconde espece est de ceux de l'enfourchement en angle faillant depuis la clef jusqu'au noyau, qui sont semblables à ceux des Voutes d'arêtes, avec cette difference que leurs branches sont rampantes, l'une en montant, l'autre en descendant.

La troisieme est celle de la clef, qui est partie en Voute d'arête, partie en arc de cloitre rampant.

La quatrieme est de ceux qui sont dans l'intervale des enfourchemens, lesquels ne sont pas à branches, ni semblables à ceux des Berceaux ordinaires, mais gauches, comme nous l'avons dit, en ce que les cordes de leurs têtes ne sont pas dans un même plan, comme les doliolimes dont nous avons parlé au commencement du tome précédent.

COMME cette dernière espece est simple, nous renvoyons pour l'aplication du Trait à la pag. 36. du 2^e. tom. & nous ne donnerons d'exemple de l'aplication du Trait que pour les Vouffoirs à branches, & les Dez du noyau portant naissance de l'enfourchement d'arête.

PREMIEREMENT, pour un Vouffoir à angle rentrant. Ayant dressé un parement pour servir de lit de suposition horifontale, par exemple, pour un second Vouffoir, dont la projection est donnée à l'épure en $Q b^s S s b^+ q$, on tracera cette projection sur un panneau, qu'on appliquera sur ce lit, pour en tracer le contour; puis ayant jaugé la pierre à hauteur convenable, on abattra à l'équerre les six paremens verticaux, qui doivent être faits pour préparation sur chacune des lignes $q Q$, $Q b^s$, $b^s S$, &c.

POUR former une portion de Tour quarrée verticale, telle qu'elle est représentée à la fig. 146.

Fig. 146

LA même chose se fera pour un second Vouffoir du côté de l'angle saillant, comme le représente la fig. 145.

Fig. 145.

SUR les paremens verticaux de ces portions de Tour, $a B$, $b D$ qui forment l'angle rentrant $a b d$, comme à la fig. 146. où $e F$, $f G$ formant l'angle saillant $e f g$, comme à la fig. 145. on appliquera les panneaux destinez au rang de Vouffoir, dont il s'agit pour le second comme le parallelograme $L 4^e$ de la fig. 143. en montant depuis l'arête $d D$ du plan du joint montant, ou en descendant depuis la verticale de l'angle rentrant $b B$ jusqu'à cette arête, comme il convient à l'escalier, qui peut monter ou descendre d'un côté ou d'autre, suivant la situation des lieux; ce panneau servira à tracer sur cette surface de suposition verticale, l'angle obtus $L f^+ 4^e$ de la fig. 143. ce qui suffit sans s'embarasser de la longueur du panneau, qui peut être sans inconvenient plus long ou plus court, qu'il ne faut pour s'étendre de la ligne d'angle $b B$ sur la surface $b D$, ce qui fait voir qu'on peut se passer de panneau en prenant seulement avec la fausse-équerre l'angle d'inclinaison de l'arête de doële & de lit, avec un aplomb $b B$ ou $d D$, lequel est obtus comme $L f^+ 4^e$ de la fig. 143. pour la descente, & aigu comme son supplément à deux Droits $f^+ L 5^e$ pour la montée.

LA ligne de l'arête de lit & de doële étant tracée, on lui menera une parallele au dessous à la hauteur 3'8 ou 4'9 de la retombée 2'8 ou 9'5 dans chaque parement d'aplomb $b A b D$ en $n n$, $n D$ aux extrémités desquelles on menera des lignes d'équerre sur les arêtes des plans des joins montans $a A$, $d D$, qui seront des horifontales qu'on fera égales aux retombées obliques $q Q$, $s S$, si la longueur des retours du Vouffoir se termine en Q & en S , ou bien on prendra la retombée oblique $k_4 k_5$, si la pierre s'étend de k_5 en S , puis avec le Biveau mixte d'aplomb & de doële $V 5^e K$ de la fig. 142. posé sur $F f$ $i j$

l'arête A *a* de la fig. 146. en V ζ K, on tracera l'arc K ζ sur le parement vertical de joint montant *a q*.

ON en fera de même avec le biveau mixte $\pi \zeta^o$ L de la fig. 142. sur le parement *d S* de la fig. 146.

ENFIN avec le biveau mixte $\pi \zeta^b$ B du cintre formé sur la diagonale FB, on creusera une plumée au dessous du point ζ^b de la fig. 146. tenant le plan de ce biveau dirigé suivant la diagonale de la pierre marquée *b X*; ainsi on abattra la pierre suivant les trois arcs donnez ζ^a K, ζ^b B, qui est celui de la plumée du milieu, & ζ^o S, en posant la règle de l'un à l'autre, sur les parties aliquotes de ces arcs Elliptiques; c'est-à-dire que si la règle est sur la moitié de l'un par un bout, elle soit aussi sur la moitié de l'autre arc vers le second bout de la règle, si elle est posée sur le tiers d'un arc en haut, elle soit aussi sur le tiers de l'autre du même côté d'en haut, comme nous l'avons dit de la formation des surfaces doliolimes, parce que chacune des branches des Vouffoirs d'enfourchement de cette Voute sont des doliolimes à la doële, & leurs lits des surfaces mixtilimes.

CELLES-CI se feront facilement de la même manière, après que les doèles seront faites, en prenant les biveaux mixtes de lit & de doële donnez à la fig. 142. en $8^a \zeta^a$ K, $8 \zeta^b$ B, $8^o \zeta^o$ S, qu'on tiendra toujours dans une situation verticale, posant la branche courbe sur les mêmes arcs qu'on a formé avec les biveaux mixtes d'aplomb & de doële, & la branche droite dans le même plan que cet arc, ce qui est facile sur les paremens *a q d S* qui sont donnez; mais pour le milieu, on dirigera cette branche droite vers un point X marqué dans la diagonale de la pierre, où l'on fera aussi une plumée pour la direction de l'inclinaison de ce lit; ces trois lignes données serviront à former les lits gauches, comme nous venons de le dire de la doële gauche.

LES lits de dessous se feront de même, & la pierre sera achevée.

L'EXEMPLE que nous venons de donner pour un des Vouffoirs d'enfourchement, dont les doèles sont un angle rentrant comme aux Arcs de Cloître, montre aussi de quelle manière on doit faire ceux dont les doèles sont un angle saillant comme les Voutes d'arêtes, ce que la fig. 145. expose à la vue du moins pour un côté *f G*, parce que l'autre qui est derrière ne peut être dessiné qu'en supposant la pierre transparente, ce qui cause une confusion de lignes difficile à démêler. Il faut seulement observer que les paremens verticaux *g r*

c k destinez pour les têtes doivent toujours être dans un plan dirigé au centre *M* de la fig. 142. comme *KM*, *BM*, *LM*, sans quoi la retombée *GN* ne doit pas être égale à *N r* de la fig. 142. ni d'équerre sur l'arête *g G* de la fig. 145. parce qu'il n'y a que les sections verticales qui tendent à l'axe de la Vis, qui est tout représenté en projections horizontale par le seul point *M*, quelque hauteur qu'il puisse avoir, qui soient des demies Ellipses Droites; tous les autres cintres des sections qui passent ailleurs que par le point *M*, sont des demies Ellipses rampantes, lesquelles sont toutes différentes suivant leur direction, & suivant l'éloignement où elles sont du diamètre *GD* de cintre primitif, mais qu'il n'est pas nécessaire de décrire, parce que les joins de doële aux têtes des Voussloirs ne doivent point avoir d'autre direction que l'axe de la Vis, dont la base est le point *M*.

SUPPOSANT cependant qu'on eût quelque raison de tracer un de ces cintres transversaux par une ligne donnée, par exemple en *P r^o*, perpendiculairement à la direction de la Vis du côté *GF*, prolongée en *P* de l'intervale d'une retombée *G p₂*.

ON prolongera la naissance de la Voute du côté du noyau *OG* en *e* jusqu'à l'aplomb *2 p₂*, puis on portera l'intervale *B r^o* de *D* en *p₂*, où il tombe par hasard, duquel abaissant la perpendiculaire *p₂ W*, on prendra la hauteur *e W* qu'on portera du point *r^o* en *R* perpendiculairement à *P r^o*; la ligne *PR* fera le diamètre rampant de la section verticale par la ligne donnée *P r^o*, & la hauteur sous clef *CH* du cintre primitif *GHD* sera la moitié de son diamètre conjugué. Ainsi sur tous les points *o*, *o*, où le diamètre *PR* coupe les projections des joins de lit de la Vis, on posera les ordonnées *p₅ 5*, *p₄ 4*, &c. qui donneront les points *r₅*, *r₄* de l'arc rampant *P b' R* que l'on cherche; mais comme la projection horizontale *P r^o* coupe la diagonale *FB* au point *d₂*, par où passe l'ordonnée à plomb *o x*, il est visible que la partie de l'arc depuis *P* en *x*, est dans le vuide du second berceau *BE*, par conséquent que le point *x* répond au point *f₂* du cintre de la diagonale *F b' B*, où finit l'arc rampant; ainsi la section qu'on cherche n'est pas une demie Ellipse complete, mais seulement un arc *x b' R*, qu'il falloit déterminer.

IL est visible que plus le diamètre donné approchera du point *B*, plus l'arc de la section diminuera, & au contraire qu'il augmentera d'autant plus qu'il approchera du point *F*, en sorte que lorsque le diamètre sera terminé au noyau, la section sera une demie Ellipse.

IL est aussi visible que ce cintre sera d'autant plus rampant, qu'il

aprochera du point B, & d'autant moins que son diametre aprochera de celui du cintre primitif GD, qui est de niveau.

Explication Démonstrative.

ON a vû lorsque nous avons expliqué la Vis St. Giles ronde, que ses joins de lit à la doële étoient des hélices inégalement inclinées à l'horison.

Ici au lieu d'hélices, ce sont des lignes droites aussi inégalement inclinées à l'horison, qui sont représentées pour une moitié de rampe par les lignes OG, $O p^2$, $O p^3$, &c. OD qui se croisent au point O, qu'il faut concevoir au milieu de EF de la fig. 141. ou du noyau comme en O, ou de la Tour quarrée dans laquelle est la Vis comme en o, en sorte que le point O du profil de la fig. 142. soit conçu comme étant à plomb au dessus ou au dessous du point E ou du point A, selon l'inclinaison de montée ou de descente de A en B, ou de B en A, de sorte que le seul point O du profil représente les six points A os , o^4 , o^3 , o^2 E, & le triangle OGD, toutes les sections verticales faites par les lignes EF $o^2 d^2$, $o^3 d^3$, $o^4 b^4$, $os b^5$ AB, dont les valeurs sont OG, $o p^2$, $o p^3$, $o p^4$, $o p^5$, OD.

CELA supposé, il est clair que toutes les sections horizontales qui tendront à l'axe, & qui seront en situation horizontale comme MD, par exemple na, feront toutes des angles égaux avec les joins de lit OG, $O p^2$, &c. par conséquent que tous les diametres IK, FB, NL, GD seront des axes de ces sections, parce que toutes leurs ordonnées seront à angle Droit, comme celles du cintre primitif GHD, mais non pas celles des sections qui ne passeront pas par le point M dans la projection horizontale, parce qu'elles ne tendront pas à l'axe.

IL nous reste à expliquer pourquoi, à la fig. 146. nous avons pris les retombées quarrément sur les arêtes a A, d D, comme si la doële n'étoit pas gauche, parce qu'il semble que par cette construction la naissance des arcs de la doële doit être une ligne droite parallele à celle du panneau des hauteurs de retombées, & cependant on voit évidemment par le profil que ces lignes ne sont pas dans un même plan, & qu'elles se croisent.

Pour détromper l'esprit de cette fausse aparence, il n'y a qu'à considerer que les retombées de chaque pan de doële, comme K k, B b, ne sont ni paralleles ni égales, & que cependant chacune d'elles est dans un plan de niveau, quoique les lignes qui aboutissent à leurs extremités soient rampantes; or il est clair que si l'on fait une ligne

bz , parallele à la retombée Kk , le point z tombera au dessus ou au dessous de B , puisque B & b sont de niveau par la supposition, car le point z n'aura pas assez monté si la rampe monte de K en B , où le point z se fera élevé au dessus de b , qui est de niveau avec le point B , par conséquent l'arête de la naissance de la voûte & du lit inférieur ne sera pas parallele à la base du panneau des hauteurs de retombées, qui est plus courte que cette arête du côté de l'arc de cloître, & plus longue du côté du noyau qui fait la Voute d'arête.

On a représenté à la fig. 147. une pierre du noyau portant en fourchement sans coupe, mais en section horizontale, & à la fig. 148. une pierre du noyau qui doit se poser au dessus ou au dessous entre les angles, pour donner une idée de leur figure, & soulager l'imagination de ceux qui voudront couper du Trait, comme il convient de le faire avant que d'en venir à l'exécution, parce que les figures des pierres de cette Vis sont trop singulieres pour se les bien représenter dans l'imagination, sans la soulager par des modeles, lorsqu'il s'agit de l'exécution. Fig. 147. & 148.

CHAPITRE HUITIEME.

DES VOUTES COMPOSEES

de Coniques & de Cylindroïdes.

ON fait des Escaliers *suspendus*, ou plutôt portez par des Voutes de différentes especes, qui n'ont d'appui que du côté de la Cage, parce qu'on laisse le milieu vuide, ce qui leur donne plus de gayeté & de lumiere.

COMME ces Cages sont ordinairement quarrées ou en quarré long, on pratique, aux angles, des paliers qu'on soutient par des Trompes, ou par des demis Berceaux en arcs de cloître; souvent dans le même escalier on fait des Voutes de l'une & de l'autre espece, sçavoir des Trompes sous les paliers quarrés qui font le retour des rampes, & des demis Voutes en arcs de cloître sous les paliers de communication d'un appartement à l'autre.

DE quelque maniere qu'on soutienne ces paliers, on fait porter les rampes par ces especes de demis Berceaux droits sur les impostes & courbes au sommet, que nous avons appelé au tome précédent *Cylindrico-Sphéroïdes*, & dont nous avons donné le Trait à la pag. 462. cotée par une faute d'impression 246.

Nous avons aussi donné les Traits des Voutes en *Trompes sur le coin*, & en Arcs de cloître, qui convient pour soutenir le palier; il ne s'agit ici que d'un assemblage de ces parties que nous connoissons chacune en particulier, c'est en quoi consiste toute la difficulté de ce Trait.

PROBLEME XIII.

Faire un Escalier suspendu & à repos, porté par des Trompes ou des Voutes en Arcs de Cloître.

PL. 100.

Fig. 149.

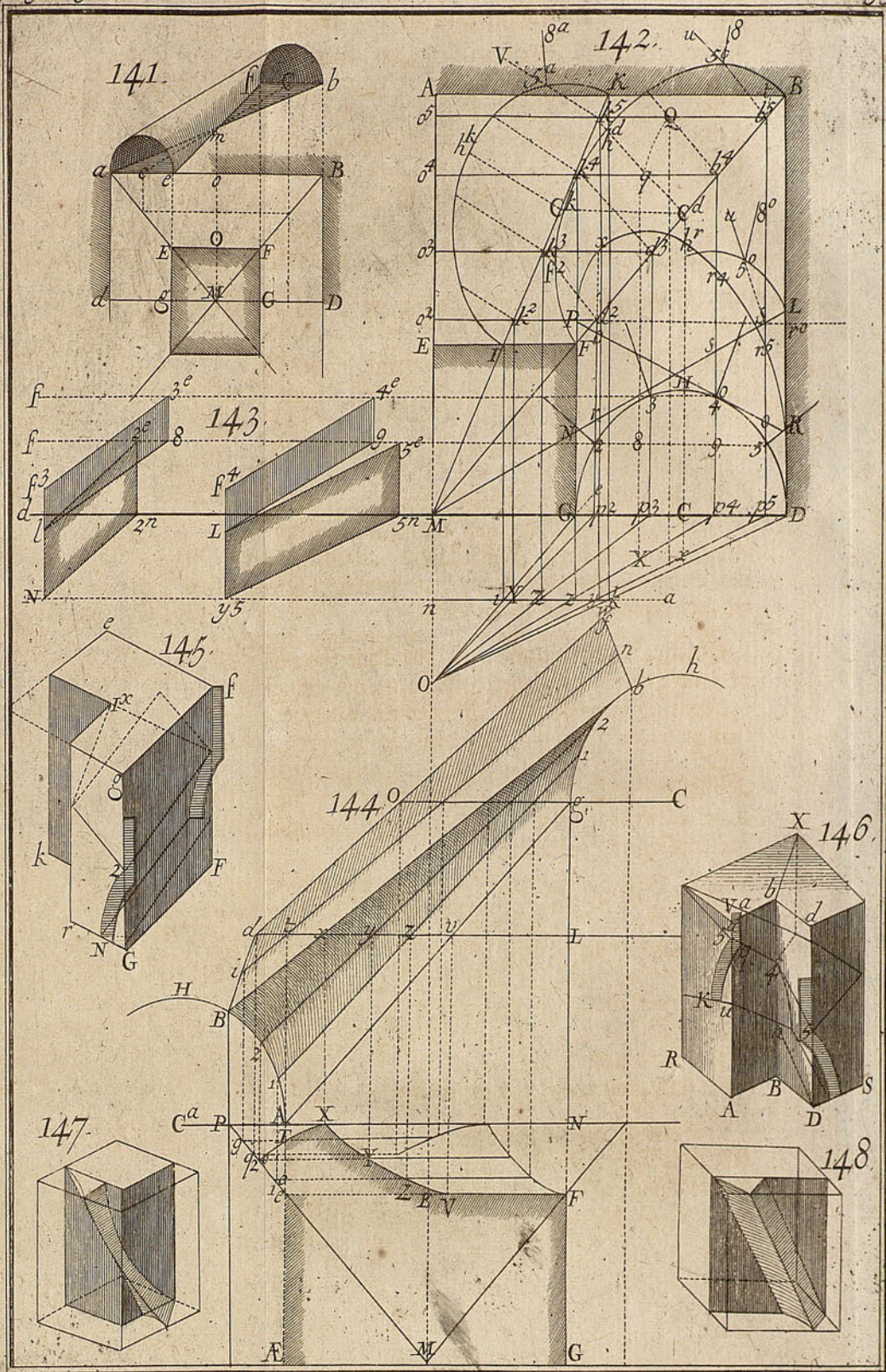
Soit (fig. 149.) un quarré ou quarré long ABDE, le plan horizontal de la Cage d'un escalier, au milieu duquel on veut laisser un vuide FGIK, compris par les côtéz des rampes FG, GI, IK, & par un palier de communication d'appartemens R & EA.

Si l'on prolonge les côtéz des trois rampes FG, GI, IK, de part & d'autre, leurs prolongations formeront dans les angles de la Cage deux quarréz *m* BHG, & I & DN, auxquels aboutissent les rampes des marches, les unes en montant comme FG en G *m*, les autres en descendant comme IG en GH.

QUOIQUE nous ne parlions ici que d'une Cage quarrée ou en quarré long, rien n'empêcheroit qu'on ne pût pratiquer le même escalier dans un autre polygone, pentagone, exagone, &c. alors les paliers ne seroient plus quarréz, mais des trapezoïdes, qui auroient un angle obtus, qui les rendroit d'autant moins propres à y construire des Voutes solides, qu'il seroit ouvert, parce que la partie qui porteroit à faux étant dans l'angle aigu, elle deviendrait plus grande, & par conséquent plus foible.

D'ou il suit que dans une Cage en triangle, l'escalier deviendrait plus solide, mais les paliers ne seroient plus quarréz, par conséquent ils seroient moins beaux; ainsi il faut s'en tenir à la figure d'une Cage en quarré ou en quarré long. Cela supposé, on commencera par faire le profil d'une des rampes, en faisant servir le côté AB pour la base, & élevant des perpendiculaires sur les points R & *m*, ce qui se fera facilement si la Cage est sur un rectangle, parce qu'alors il n'y a qu'à prolonger les côtéz du vuide KR & I *m*.

SUR une de ces perpendiculaires comme *m* M, on portera la hauteur de la rampe, c'est-à-dire la somme de celle de toutes les marches qu'elle contient, laquelle fera égale à la moitié de FG; si les girons sont



sont doubles de la hauteur des marches , l'on tirera RM pour la ligne de rampe , & l'horizontale Mb égale à mB , pour le profil du repos auquel elle aboutit.

ON fera ensuite la projection verticale de la Trompe , qui doit couvrir ce palier , & porter celui de l'étage au dessus G^m B^b , laquelle projection fera l'élevation d'une des têtes d'une Trompe sur le coin , que nous avons dit au tome précédent pag. 250. devoir être une parabole ; & comme cette tête de trompe doit se joindre immédiatement avec celle du demi Berceau qui couvre la rampe , en montant d'un côté & en descendant de l'autre , il suit que cette courbe doit aussi être celle des têtes du demi Berceau rampant , & non pas un quart de cercle , ni un arc de 60. degrés , comme le font le P. Deran , & après lui M. de la Ruë , qui ayant fait la hauteur Rr égale à RA largeur du palier , tracent de l'intervalle Ar pour rayon , & des points A & r pour centres , des arcs qui se coupent en C^c , d'où comme centre & du même rayon ils décrivent l'arc Aqr , dont ils font le cintre de la tête de la Trompe & de la rampe.

POUR moi qui ne doit copier personne , pour ne pas faire acheter au Public ce dont il est déjà en possession , je fais mon cintre primitif parabolique , non par affectation pour me distinguer , mais par plusieurs raisons qui me paroissent meriter qu'on y ait égard.

LÀ première est , que la pratique des Auteurs nommez pèche contre une regle de décoration , qu'on doit inviolablement observer lorsqu'il est possible , qui est d'éviter les jarrets à la jonction des surfaces planes des murs avec les courbes des Voutes : or il est clair que l'arc Aqr fait un jarret en A avec la ligne AL , qui représente le profil du mur de Cage , puisque le rayon AC^c de l'arc de 60. degrés Aqr , n'est pas perpendiculaire sur LA , qui est une verticale avec laquelle il fait un angle aigu de 75. degrés , comme il est aisé de le démontrer.

CAR l'angle de la corde rA avec le rayon AC^c est par la construction de 60. degrés , par conséquent plus grand de 15. degrés que l'angle RAr qui est de 45. ainsi l'angle LAC^c = 90. — 15. = 75. donc la droite LA prise comme profil du mur aplomb , fait avec l'arc Aqr un jarret en A , parce que la ligne AL n'est pas une tangente à l'arc Aqr , mais seulement au quart de cercle Anr au dedans duquel est l'arc Aqr.

PUISQU'ON doit éviter cette difformité , & cependant diminuer un peu de la concavité du quart de cercle , afin que la Voute pousse moins au vuide , il suit qu'on doit préférer la parabole à l'arc de 60.

dégrez, pour que la Voute ne fasse pas de jarret à sa naissance A, & qu'elle ne pousse pas trop au vuide en r .

La *seconde raison* est, que cette courbe de cintre en demie parabole, qui est peu différente dans son contour A p r de l'arc de 60. dégrez A q r , comme il paroît à la vûe par le peu de distance du point p au point q , a cependant beaucoup moins de poussée en r , puisque la partie r p s'éleve beaucoup moins que la partie r q .

La *troisième raison* est, que les jarrets étant inévitables à la jonction des Voussures, rampantes avec les Trompes, dont les axes AR & Mb sont de niveau, il vaut mieux diminuer ceux des Voussures à leurs bases qu'à leurs sommets, parce que la direction de la poussée de leur charge sur la Trompe agit moins contre le vuide, étant évident que l'angle curviligne p r H est plus ouvert que l'angle q r H, par conséquent que la charge de la rampe est mieux appuyée sur la Trompe, & que le jarret qui est en r dans l'une & l'autre construction, est moins sensible dans la miennne.

Je conviendrai que s'il diminue à la base il augmente au sommet S; mais il est clair que la solidité n'en souffre point, au contraire la Voute en seroit plus solide, & quant à la beauté de la décoration il fera aisé de supprimer ce jarret, en faisant la courbe rampante r HS de deux arcs de cercles, au lieu d'un seul tel que le font les Auteurs citez, en faisant le petit TS tangent au premier r HT, & à la parabole S b , comme nous le pratiquerons dans notre Trait.

La *quatrième raison* qui me détermine au cintre parabolique, est la simplicité & l'uniformité de la doële de la Trompe, qui sera une portion d'un seul cône Droit régulier, coupé obliquement par ses faces, comme la Trompe Droite sur le Coin; au lieu qu'en faisant le cintre A q r de chacune des faces circulaires, il en résulte une surface moins régulière, qui est un composé de deux portions de cônes scalenes, dont les surfaces qui se rencontrent sur la diagonale AF ou BG, font entre elles un angle saillant à la clef, comme on peut le concevoir par le discours de la pag. 105. du 1^{er} tome, & en jettant les yeux sur la fig. 80. de la planche 7. du premier Livre, qui représente la position de ces deux cônes, qui se pénètrent mutuellement vûs en perspective. Cet angle saillant est à la vérité fort obtus, mais il ne l'est pas au point qu'il devienne insensible, par conséquent il interrompt l'uniformité de la doële, & y fait un jarret sans nécessité.

ENFIN la *cinquième raison* est, que le cintre parabolique n'est pas moins convenable à la Voussure rampante, qui porte les marches entre les

paliers, qu'aux Trompes qui soutiennent ces paliers, auxquelles cette Vouffure doit se joindre, en ce que le renflement des cintres transversaux de la rampe r HS se fait très régulièrement par des paraboles de différentes amplitudes, qui ont toujours leur axe de niveau, & leur sommet à la naissance de la Vouffure RM, laquelle courbe par cette disposition n'y fait aucun jarret, comme on peut le remarquer au profil D α 8 $\frac{1}{2}$ ", qui sera expliqué ci-après; cela supposé, nous venons à la construction.

AYANT pris la longueur AR pour axe d'une parabole, & la hauteur r R pour son amplitude, c'est-à-dire pour sa plus grande ordonnée, on décrira cette courbe par le Probl. X. du 2^e. liv. laquelle servira de cintre primitif, tant pour les Trompes des paliers, que pour la Vouffure rampante, qui porte les marches de l'escalier à sa jonction, & on le divisera en ses Vouffoirs aux points 1, 2, 3, par lesquels on menera des paralleles à l'ordonnée r R, qu'on prolongera jusqu'à la ligne L^e K, qui est la projection de la tête de la Trompe opposée du palier L^e E k K.

Ces lignes couperont la diagonale aux points a^1 , a^2 , a^3 , F, par ou on menera des paralleles au côté AB de la Cage, jusqu'à la rencontre de la ligne m G, qui est aussi la projection de la face de la Trompe opposée à l'autre coin B, qui porte le palier m BHG. Ces lignes & les précédentes donneront les cordes des projections des joins de lit des Vouffures rampantes comme RM, & aussi de celles qui peuvent être de niveau comme FK, suposant que ce soit un palier de communication d'Apartemens de plein pied.

J'ai dit que ces lignes étoient les cordes des projections, & non pas les projections, parce que les arêtes des joins de lit doivent être des courbes à double courbure, comme nous l'avons dit au tome précédent à la pag. 466. & 467. contre la pratique des Auteurs qui ont écrit de ce Trait.

Il n'en est pas de même pour les joins de lit des Trompes, qui sont des lignes droites, parce que ce sont des sections *verticales*, c'est-à-dire par le sommet du cône, par conséquent leurs projections sont les lignes droites tirées du sommet A ou B, par les points p^1 , p^2 , p^3 , F, & 1^r, 2^r, 3^r F, qui sont les projections des divisions du cintre primitif.

La valeur de toutes ces projections se trouvera, comme il a été dit au tome précédent, au Trait de la Trompe sur le coin, pag. 242.

en faisant un profil sur chacune de ces projections pour base, par un triangle rectangle où l'on a les jambes données, sçavoir la projection horisontale pour une, & la hauteur de la division pour l'autre; l'hypotenuse sera la vraie longueur du joint de lit, de laquelle on déduira celle du Trompillon.

POUR faire ces profils, on peut profiter de l'angle Droit KkN , & porter sur Nk les hauteurs des divisions du cintre primitif $1^{\circ}n^1$, $2^{\circ}n^2$, $3^{\circ}n^3$, & R en k^1 , k^2 , k^3 , kK , & les projections $A p^1$, $A p^2$, $A p^3$, AF en ka^1 , ka^2 , ka^3 , kaf ; les lignes k^1a^1 , k^2a^2 , k^3a^3 , Kaf , seront les valeurs des joins de lit de la Trompe que l'on cherche.

QUANT à la projection horisontale & verticale de la rampe, si l'on veut faire les intervalles des joins de lit égaux entre eux dans chaque section verticale ou inclinée, il faut avoir recours au Trait qui a été donné à la pag. 462. du tome précédent; mais si pour la facilité de de l'exécution on vouloit se relâcher de la grande régularité, qui donne pour les arêtes des lits des courbes à double courbure, & les faire en courbes planes dans des plans verticaux, on peut s'y prendre de la maniere suivante.

ON tracera, si l'on veut, à la main la courbe r HTS , suivant le bombement qu'on veut donner à l'arête du sommet de la Vouffure, au dessus de la ligne droite de rampe rS parallele à RM , & le raccordement de cette courbe avec le profil de la tête de la Trompe, qui est une parabole fpb .

Ou bien, si l'on veut opérer Géométriquement pour éviter les jarrets au point S , on portera la longueur Mb en b & prolongée; on tirera ts , qui fera une tangente à cette parabole, à laquelle on menera par le point S , une perpendiculaire fo , sur laquelle on prendra à volonté un point O , pour centre du petit arc de raccordement ST .

ENSUITE par un point T de cet arc aussi pris à volonté, on tirera par le point O , une ligne indéfinie TOC . Puis par les points T & r , ayant tiré la corde TR , on la divisera en deux également en m^t , où l'on lui tirera une perpendiculaire, qui rencontrera la ligne To prolongée en un point C , duquel comme centre, on décrira l'arc rHT qui touchera l'arc TS , lequel TS touche aussi la parabole; par conséquent il ne se fera point de jarret depuis le point r de la Trompe inférieure jusqu'au point b , qui représente sur le même plan vertical le point H_o du plan horisontal, sur le même alignement du vuide de l'escalier.

ON peut décrire aussi cet arc rampant par les différentes manières qui ont été données au 2^e Livre en se donnant à volonté une ligne de sommité, & prolongeant la tangente tS jusqu'à cette ligne de sommité; ensuite chercher le point T de l'atouchement de la courbe à décrire avec cette ligne de sommité, par exemple ii , & continuer par les Prob. XIV. pag. 156. & XV. pag. 159. ou XX. pag. 178. (*Tome I.*)

COMME ce bombement que l'on donne au sommet de la Vouffure n'est fait que pour donner de la force à cette partie qui porte le limon des marches, & que l'imposte de sa naissance RM est toujours une ligne droite, ce bombement doit insensiblement diminuer à chaque joint de lit, comme il a été dit au tome précédent pag. 463. où nous avons fait leurs arêtes à double courbure, suivant la grande régularité.

MAIS comme pour variété de Trait, nous nous relâchons de cette régularité, en faisant ces arêtes en courbes planes, comme font tous les Auteurs citez, on pourra aussi diminuer comme eux le renflement de ces arêtes, mais plus régulièrement, comme nous allons faire.

ON menera par les points de hauteur des divisions de la Trompe inférieure à sa tête f^1, f^2, f^3, r , des parallèles à la rampe RM , qui donneront sur SM les points $1', 2', 3', S$, par lesquels on tirera des lignes du point t , comme $t1', t2', t3'$, auxquels on fera à ces points des perpendiculaires, qui couperont la ligne TC' en des points c^1, c^2, c^3 , où seront les centres des petits arcs de cercle, qui couperont la même ligne TC' en des points t^1, t^2, t^3 , par lesquels on tirera des cordes qu'on divisera en deux également, pour faire sur leurs milieux des perpendiculaires, comme on a fait sur la corde rT , lesquelles couperont la ligne TC' en des points où seront les centres du grand arc qui achève le rampant; lesquels centres s'éloignant toujours de plus en plus, donnent des arcs moins convexes, à mesure qu'on approche de l'imposte, qui sont cependant toujours tangens au petit, lequel se raccorde à peu près avec les joins de lit de la Trompe supérieure, comme au sommet S .

LES projections verticales des joins de lit étant données, elles serviront à faire les profils des sections verticales de la Vouffure rampante RS , qui sont nécessaires pour former les têtes des Vouffoirs, & des cerches pour creuser leurs doëles.

SUPPOSANT, par exemple, qu'on veuille faire un profil par la ligne du milieu HM' , on prendra pour base de ce profil une ligne horizontale,

comme $I\alpha$, qui est divisée en parties égales à celle de la ligne IF ou OP , qui est la section du plan vertical HM , avec la projection horizontale de la Vouffure.

Sur IG perpendiculaire à $I\alpha$, on portera la hauteur Hm' du point I en h'' ; sur la parallèle $3^p 3^l$, on portera la hauteur $m' z^3$; sur $2^p 2^l$, on portera la hauteur $m' z^2$; enfin sur $1^p 1^l$, on portera la hauteur $m' z^1$, & par les points α , 1^l , 2^l , 3^l , h'' , on tracera la courbe $h'' 2^l \alpha$, qui sera le profil du milieu de la Vouffure, par un plan perpendiculaire au mur de la Cage.

ON pourra faire autant de profils que l'on voudra sur d'autres plans parallèles, passans par des points donnez $h^d Q$ & $h^e q$, en prenant les hauteurs des sections des arcs rampans avec les projections verticales des joins de lit au dessus de la rampe aux points m^d , m^e .

Les courbes tracées, suivant cette méthode, sont moins régulières que des arcs de parabole, qu'on peut leur substituer en operant d'une manière inverse.

Au lieu de commencer par les projections verticales des joins de lit, comme nous venons de faire, on peut commencer par faire les profils des sections verticales de la Vouffure, par des plans perpendiculaires au mur de la Cage, lesquels auront toutes leur axe de même longueur OP ou $I\alpha$; & pour amplitudes des demies paraboles qu'on veut faire, on aura les hauteurs différentes $h^d m^d$, $H m'$, $h^e m^e$; ainsi (par le Prob. X. du 2^e Liv.) on décrira les demies paraboles $h^d \alpha$, $h^d \alpha$, $h^e \alpha$, qui couperont les parallèles à IG aux points 3^l , $3^l 3^d$; $2^l 2^d$; $1^l 1^d$, lesquels détermineront les hauteurs de la projection verticale SR , qui doivent donner les points des courbes rampantes $f^1 z^1 1^d$, $f^2 z^2 2^d$, $f^3 z^3 3^d$, & HS .

CETTE dernière manière a l'avantage sur la précédente que la doële est plus régulière, étant un paraboloïde tangent au mur de la Cage, mais la précédente est plus propre à diminuer les jarrets des joins de lit de la Vouffure à leur jonction avec ceux des Trompes.

LORSQU'ON suit la manière du P. Deran, qui ne fait qu'un arc de cercle, dont $r S$ est la corde; ces jarrets sont d'autant plus sensibles que cet arc est d'un petit nombre de degrez, & si pour les diminuer on veut faire cet arc plus concave, en le faisant d'un grand nombre de degrez, on est obligé de prendre la naissance de la Voute fort bas, ou d'entailler les Vouffoirs du sommet pour y loger les marches de l'escalier, ce qui l'affoiblit; le seul avantage qu'on peut alléguer

en faveur de la construction, est que le plus grand enfoncement de l'arc est au milieu du vuide de l'escalier, ce qui ne mérite aucune considération, parce que les arcs rampans sont naturels à la situation inclinée des faces qui sont sur le vuide de la Cage.

VENONS présentement à la formation du cintre de bombement de la Voussure LFKL, qui porte le grand palier de communication de niveau d'un appartement à l'autre, lequel a sa naissance sur la ligne droite AE, & sa tête à plomb de la ligne FK.

CETTE Voussure peut être jointe en LE & L^e K, à une Trompe sur le coin ALFR de même qu'à l'autre bout en L^e K & E, ou bien à un arc de cloître établi dans chacun des angles, nous y supposerons encore des Trompes.

Il est assez difficile de raccorder l'arc de bombement de cette Voussure avec le cintre de tête de ces Trompes, qui fait une continuation de section transversale verticale sur la ligne de projection horizontale R k, sans qu'il y paroisse quelques jarrets, à moins que la Cage ne soit un peu large. Il faut se contenter de les rendre les moins sensibles que l'on peut.

LE Trait du P. Deran & de M. de la Ruë en font un à chaque naissance R & k, parce qu'ils font le cintre primitif de la Trompe qui n'est pas tangent au mur de Cage. Par notre méthode nous effaçons celui-là, & même celui qui se fait à la jonction de la Voussure en L & L^e, ou F^e & K^e, même lorsqu'on fera assujetti par une hauteur de palier donné P^a P^e, qui soit trop basse pour ne faire qu'un arc de cercle dans la face sur le vuide.

Soit R d L, le profil de la tête de la Trompe sur la ligne RF, que nous avons fait en demie parabole; on portera la longueur LA sur la même ligne prolongée en r, & l'on tirera la droite r L, à laquelle on fera au point L une perpendiculaire, qui coupera la ligne du milieu de la Cage CM^e en X, où sera le centre de l'arc L d L^e, & au cas que le point d monte trop haut, comme il peut arriver lorsque le palier est long, il faudra faire ce cintre de trois arcs de cercles qui se touchent sans se croiser, suivant la méthode que nous avons donnée au 2^e Liv. pag. 186.

Où si l'on veut, pour opérer encore plus parfaitement, on peut faire passer un arc Elliptique par les trois points donnez LVL^e, en sorte qu'il soit tangent aux deux paraboles, c'est-à-dire perpendiculaire à la ligne LX d'un côté, & L^e X de l'autre; ce qui est facile.

en prolongeant les deux tangentes des paraboles des Trompes qui se rencontreront en Y ; la ligne passant par YX sera sur un des demis diamètres de l'Ellipse, & par le Probl. XIV. pag. 256. du tome 2^e. on trouvera autant de points que l'on voudra de cet arc d'Ellipse.

Les joins de lit de cette Vouffure qui est de niveau, suivant la direction de son imposte, diminueront comme ceux des Vouffures inclinées par leur imposte, & rampantes par le bombement sur le vuide de la Cage, & courbes depuis le sommet jusqu'à l'imposte, comme il a été dit pour la Vouffure RS rampante, & les doëles des Vouffoires se feront aussi, si l'on veut, en cintres paraboliques.

La projection horisontale, & la verticale des joins de lit étant faites, on s'en servira pour tailler les Vouffoires par équarrissement, parce que la voye des panneaux seroit trop incommode à cause du *Gauche* de la doële.

Aplication du Trait sur la pierre.

SUPOSANT qu'il s'agisse d'un Vouffoir d'enfourchement de la Trompe, & de la Vouffure rampante à la seconde assise, on commencera par dresser un parement pour un lit de suposition horisontale, dont on levera le panneau sur l'épure, suivant la longueur de la pierre destinée à la formation de ce Vouffoir, qui est déterminée au plan horisontal par l'exagone irrégulier *1^e d e 2^e t*, qui est partie dans la Trompe *2^e*, partie dans la Vouffure rampante en *2^e d*.

Fig. 150.
& 151.

AYANT tracé sur le lit de suposition, le contour de ce panneau, on abattra ensuite la pierre à l'équerre sur l'angle saillant *t 2^e e*, pour former deux paremens à plomb, qui se rencontreront suivant une arête verticale, sur laquelle on portera les hauteurs *o f¹*, *o f²*, prises au profil au dessus de l'horisontale *V o*, menée par le point V le plus bas du Vouffoir donné par la section de la verticale *u V*, & de la projection du joint de lit A *f¹* de la fig. 149.

On portera aussi sur la ligne VT de la fig. 150. la hauteur *VV²* du profil, qui est donnée par l'intersection de la verticale *u V* prolongée avec le profil du joint de lit A *f²*, & l'on tirera sur le parement *V b* de la fig. 150. les lignes *V f¹*, *V² f²*.

Sur le second parement *b D*, on tracera aussi avec un panneau le profil de la partie *f¹ d e² f²*, qui représente dans ses justes mesures la longueur & l'inclinaison de la partie du Vouffoir qui entre dans la Vouffure

Vouffure rampante, au lieu que la partie précédente $V^2 f^2$ étant raccourcie dans ce même profil, on n'a pas pu en faire un panneau.

SUR ce second parement, on abattra la pierre à l'équerre le long des lignes $f^1 d^1$, $d^1 e^2$; & au premier parement on l'abattra à l'équerre suivant la ligne $t f^1$, & non pas suivant la ligne $t V$, mais suivant un biveau $2^1 t y$, formé sur l'angle du joint $t 2^1$ avec la ligne $t y$, parallèle à la corde LR.

PAR cette opération, on formera les deux têtes des branches du Vouffoir, pour y poser les arcs de chacune des sections des deux Voutes, & un plan incliné perpendiculaire au vertical passant par l'arête du joint de lit de la Trompe, pour tracer sur cet incliné les lignes de rétombees de ces arcs, à la distance où elles sont marquées dans la projection, & convergentes comme $2^1 t$, $1^1 u$.

ENFIN on formera une quatrième surface courbe, suivant l'incliné $f^1 d^1$, pour y tracer les deux parallèles de la projection $1^1 d$, $2^1 e$.

Il faut présentement abattre la pierre suivant les lignes des joints de lit des arêtes supérieures; savoir $V^2 f^2$ qui est droite, & $f^2 e^2$ qui est courbe, en se servant des biveaux d'aplomb & de coupe, qu'on a tracé un peu au dessous en $a^2 2 6$ pour la Trompe, & $2^1 2 6$ pour la Vouffure rampante; par ce moyen, on formera les deux lits de dessus, qui se rencontreront en angle saillant sur la diagonale de projection $2^1 1^1$.

APRÈS avoir formé le lit de dessus par le moyen du biveau de coupe & d'aplomb, on formera le lit de dessous, en abattant la pierre avec le biveau de niveau & de coupe marqué aux profils, tant de la Trompe que de la Vouffure $O^1 1 5$, tenant la branche de celui de la Trompe parallèle à la tête $t y$, & celui de la partie de la Vouffure d'équerre à l'arête courbe $f^1 d^1$, c'est-à-dire aussi parallèle à la tête.

ENFIN avec les biveaux mixtes de lit & de doële, ou avec des cerches différentes prises sur les profils des paraboles $b^2 a$, $b^1 a$, &c. on formera la surface de la doële entre les deux arêtes de lit données en tenant ces cerches parallèles à la tête.

Nous disons qu'il faut des cerches différentes, parce que la surface de cette Vouffure étant gauche & irrégulière, une cerche ne peut servir que pour une seule position donnée, ce qui est clair, parce que les intervalles des arêtes des joints de lit s'écartent les uns des autres, en montant jusques vers T, & ensuite se resserrent jusques en S.

Quoique nous ne parlions que de cerches en position verticale, on pourroit cependant en faire d'inclinées perpendiculaires au plan du mur vertical ; mais celles-ci ne feroient plus des paraboles, & suivant la formation de la Vouffure, il faudroit en chercher les points par leurs intersections avec les paraboles primitives, ce qui alongeroit l'opération sans qu'il en revint aucun avantage, qu'au cas que la Vouffure fût revetue à l'ambris de menuiserie, ce qui ne se pratique jamais en fait d'escalier.

APRÈS avoir parlé des Vouffoirs d'enfourchement, il nous reste à dire quelque chose des autres en continuation vers la Trompe ou vers le rampant.

POUR ceux de la Trompe sur le coin, nous n'avons rien à ajouter à ce qui en a été dit à la pag. 249. du 2^e tome.

MAIS à l'égard de ceux du rampant, ils seront tracez par la voye d'équarrissement.

Fig. 152.

AYANT dressé un parement $a b c d$, on le destinera pour être un vertical de suposition, sur lequel on appliquera le panneau que donnera la longueur de la pierre présentée sur l'élevation, par exemple, pour la continuation du même Vouffoir du second rang, la quadriligne mixte $e^2 y z d^1$, & l'on abattra la pierre suivant le contour de ce panneau à l'équerre de trois côtes, sçavoir par les deux têtes & au lit de dessous, lequel sera creusé en portion cylindrique suivant la courbe $d^1 z^1$. Ensuite avec le biveau d'aplomb & de coupe $R^2 2'6$, on abattra la pierre pour former le lit de dessus, suivant l'arête courbe $e^2 y$, tenant toujours une branche du biveau parallèlement aux arêtes des têtes $e^2 d^1$ & $y z$, & l'autre dans un plan perpendiculaire au premier parement, ce qui formera une surface convexe, portion d'un cylindre scalene, & dans la surface concave, qui est une portion d'un cylindre Droit, que nous avons fait pour avoir seulement l'arête du lit de dessous ; on y tracera une parallèle avec une règle pliante distante de l'arête $d^1 z^1$ de la longueur de la retombée $p^1 p^2$ de ce Vouffoir, suivant laquelle on abattra la pierre avec le biveau $4^1 10$ de la coupe du lit $4^1 1$, & d'une ligne de niveau 10 , & l'on formera ainsi le lit de dessous, après quoi l'on creusera la doële suivant les cerches de plusieurs arcs verticaux différens, suivant l'exactitude que l'on veut apporter à cette opération, mais il en faudra au moins trois, une à chaque tête & une au milieu ; celle de la tête $y z$ fera prise au profil sur l'arc $1^1 2^1$, & les autres sur des courbes tracées sur les sections qui leur conviennent, de la même manière qu'on a trouvé la courbe $a b$, & la pierre sera achevée.

Il ne reste plus de différence de façons de Vouffoirs qu'aux angles *Fig. 153.* rentrans des retours de rampes, que la clef de la Trompe doit former par un enfourchement de trois branches, comme on le voit à la projection $G g 3s 2^3 3^o 3' 3'' 3''' g^o$, marquée à l'élevation en perspective par la lettre A, dont on viendra facilement à bout par la voye de l'équarrissement, apliquant premierement le panneau de sa projection horisontale sur un parement dressé, pour y tracer son contour: on commencera par abattre la pierre suivant la direction de ses têtes qui sont à angle Droit, ce qui donnera deux paremens verticaux d'équerre entre eux, & avec le premier parement de suposition horisontale; ensuite on abattra le prisme rectangulaire, dont la base est le parallelograme $G g i g^o$, qui formera un angle rentrant, dont les côtez feront les deux têtes des Vouffures rampantes de différentes directions, lesquelles se prendront, l'une à la naissance de l'arc rampant $r HS$ vers r , l'autre vers S , où on levera les panneaux de ces deux branches, qui font un angle rentrant à l'équerre entre elles, suposant que le vuide de l'escalier soit exactement quarré.

On formera ensuite les têtes de chaque Vouffure rampante, de la même maniere que nous l'avons dit de la partie $1^e d e 1 2$ du second Vouffoir, par le moyen de laquelle on aura la tête $2 g G \& G 3^e$ de la clef de la Trompe; ensuite menant par le point 3^o pris à volonté pour la queue de la clef, une parallele $3^o 3^* a GS$: la différence des hauteurs $M 3' \& a 3''$, donnera celle des points $2^3 3^e$, par conséquent l'inclinaison de l'arête du joint de la Trompe, qui sera la même que celle du joint $g^o 3'$; le reste de la doële de la clef & des lits se fera comme aux Trompes sur le coin, dont nous avons parlé à la pag. 249. du 2^e. tom. La *fig. 153.* fait voir à peu près l'effet de cette clef *Fig. 153.* toute taillée & prête à poser.

R E M A R Q U E.

Il y a une observation à faire sur la direction des joins de tête de l'arc rampant $r S$, c'est que de quelque façon qu'on fasse, ceux du corps de la Vouffure, soit à plomb, soit perpendiculairement à la direction de la ligne de rampe RM , ni l'une ni l'autre de ces directions ne convient à la tête de l'arc rampant $r HS$, parce qu'ils doivent être perpendiculaires à cet arc, de sorte que les joins de tête des Vouffoirs du sommet de la Vouffure devroient avoir au dedans une fausse coupe, dont le P. Deran ni M. de la Ruë ne disent rien; pour moi je crois qu'elle convient, je ne scai si elle a été mise en exécution.

H h ij

Explication Démonstrative.

CE Trait est fait sur le grand principe de l'équarrissement, qui est l'usage des projections verticales & horisontales, expliqué au commencement de ce 4^e. Liv. On a fait la projection horisontale des joins de lit, tant des Trompes que des Voussures rampantes; ensuite on en a fait l'élevation, dans laquelle on trouve les mesures des rampans, mais non pas des Coniques de la Trompe; de sorte qu'on est obligé de les chercher par un profil particulier.

A l'égard des courbes des ceintres de tête, tant des Trompes que des rampans, elles sont données dans cette elevation, parce qu'elles sont paralleles au plan sur lequel elles sont tracées; mais parce que celles qui sont les ceintres des joins montans des Voussures rampantes, sont dans des plans perpendiculaires à celui de l'élevation; elles n'y sont représentées que par des lignes droites $m^i H$ ou $m^i n^d$, de sorte qu'on est obligé de les chercher par un profil à part, comme en $a b$ ou $a n d$, où l'on prend les abscisses sur le plan horisontal, & les ordonnées sur l'élevation, comme nous l'avons dit.

LE reste de la construction des cintres, pour empêcher les jarrets à la rencontre des différentes parties données, a été expliqué dans l'usage des tangentes des paraboles, & des autres courbes circulaires ou Elliptiques.

Fig. 154. POUR aider l'imagination du Lecteur à se représenter l'effet de cette forte d'escalier, & l'accord des différentes Voutes qui y sont rassemblées, on a cru qu'il convenoit de mettre sous ses yeux une représentation en perspective d'une de ses moities, en supposant la Cage coupée par la ligne $CM^i d$, & regardée d'une distance à peu près égale à sa profondeur; ce genre de dessein m'a paru préférable à celui d'une elevation, en ce qu'il ne s'agit pas ici de mesures à prendre sur le dessein, mais de la représentation de toutes les parties qu'une seule elevation ne peut exprimer.

Remarque sur l'Usage.

LES Architectes du siècle passé, au raport du P. Deran; faisoient beaucoup d'escaliers suspendus à repos portez, les uns par des arcs de cloître, les autres par des Trompes, & quelquesfois de l'une & de l'autre maniere. Il en reste encore beaucoup à Paris, entre autres à l'Hôtel des Fermes, entre les rues de Grenelle & du Boulois

MAIS ces fortes d'escaliers ne font plus guere à la mode.

PREMIEREMENT, parce qu'ils chargent trop les Bâtimens, & coustent beaucoup, tant en Voutes qu'en épaissilemens des murs, qu'il faut renforcer pour résister à leur poussée; encore est-il de la prudence d'y ajouter beaucoup de fer pour mieux s'assurer de leur résistance.

SECONDEMENT, parce que s'il s'agit d'un grand Hôtel, il ne convient pas de pousser l'escalier principal plus haut que le premier étage, qui doit être le seul pour l'usage du Maître; ceux qui montent au dessus pour les logemens des domestiques, doivent être à part derriere le grand escalier ou ailleurs.

TROISIE'MEMENT, parce que rien ne donne plus d'air de grandeur qu'une belle Cage ouverte jusqu'au comble, & dont le plafond est susceptible des décorations de la peinture & de la sculpture; & s'il ne s'agit que de l'escalier d'un second étage, on peut le faire propre, solide, dégagé & léger, avec des limons de charpente si l'on veut, ou avec des rampes de pierre, qui portent les marches sans le secours des Voutes, qui leur donnent un air bas & écrasé.

CHAPITRE NEUVIEME

DES VOUTES COMPOSEES

d'Annulaires & de Conoïdes qui les croisent.

En termes de l'Art,

Des Voutes d'Arêtes sur le Noyau.

C'EST ici une de ces especes de Voutes, dont le Trait n'a pas été donné correctement par les Auteurs des Traitez de la coupe des pierres. M. de la Ruë a remarqué qu'aux Voutes d'Arêtes sur le Noyau des écuries du Roy à Versailles, on apercevoit quantité de jarrets dans les arêtes d'enfourchemens, *malgré les ragrémens qu'on avoit pu y faire*, ce qui lui a donné occasion de proposer des panneaux de développement de doële, afin de corriger & éviter ceux que l'on pourroit faire en pareil cas.

Ce moyen est bon pour palier le mal, mais il ne va pas à la cause qui est la fausseté du Trait du P. Deran qu'il a suivi, en ce qu'il fait

pour la projection de chaque arête, un arc de cercle, au lieu d'une courbe Mechanique qui n'est certainement point circulaire ; ainsi faisant son épure sur un faux principe, & se réglant sur une courbe qui ne peut servir qu'à causer de nouvelles irrégularitez, puisqu'elle sert de base à la position & aux divisions des joins, il ne seroit pas étonnant que la Voute de M. de la Ruë, malgré sa précaution, fit encore des jarrets, à la verité moins sensibles qu'ils ne le feroient sans ce correctif ; mais cependant ils seront encore réels & suffisans pour offenser l'oeil d'un spectateur délicat, quoiqu'il ne puisse pas bien dire en quoi une telle figure de Voute pêche.

PROBLEME XIV.

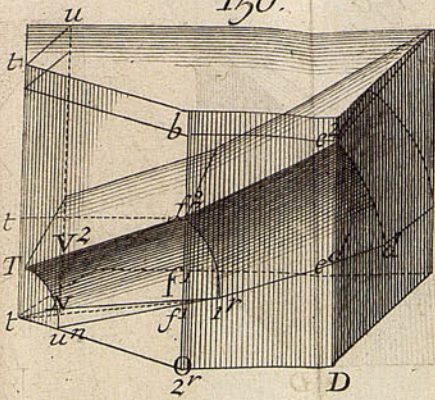
Faire une Voute d'Arête sur le Noyau.

PL. 101. Soit (fig. 157.) le quadriligne mixte ABED, le plan horizontal
Fig. 155. d'une portion de Voute sur le noyau, dont le centre est Cⁿ, laquelle
& 157. est traversée par une autre sorte de Voute conoïde de cette espece dont nous avons parlé sous le nom de *Passage ébrasé*, dont la clef est de niveau, & dont la direction des impostes est supposée en BA & ED, tendant au centre Cⁿ, & celle de tous ses autres joins de lit à une ligne verticale, dont le point Cⁿ est la projection, telles sont les lignes continuées $v^1 n^1$, $v^2 n^2$, & le milieu de la clef QQ, qui doit être de niveau, & passer par le milieu M de celle de la Voute sur le noyau, qui est dans la courbe CMN.

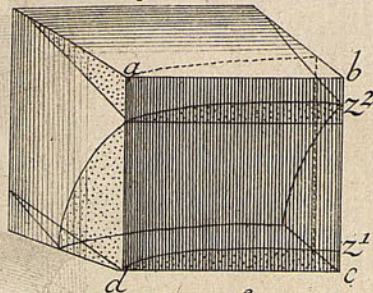
Si l'on choisit pour cintre primitif l'arc-Droit de la Voute sur le Noyau, on fera sur AB, comme diamètre, le demi cercle AHB, ou une demie Ellipse sur-haussée ou sur-baissée, il n'importe, c'est au choix de l'Architecte, & l'ayant divisé en ses Voussloirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaissé de ces points des perpendiculaires sur son diamètre AB, qui le couperont aux points p^1 , p^2 ; on tracera par tous ces points, des arcs concentriques au noyau AOD, qui seront les projections horizontales des joins du Berceau tournant au tour du noyau, lesquelles seront croisées par celles de la Voute conoïde directe BADE.

Pour déterminer les points d'intersection des projections des joins de lit de ces deux especes de Voutes, le P. Deran & M. de la Ruë font passer des arcs de cercles par les trois points donnez A, M, E & B, M, D, des intersections des lignes des impostes, & du milieu de chaque Voute ; ces arcs de cercles coupent les projections des joins tournans en des points f, g, i, k & F, G, I, K, qui leur

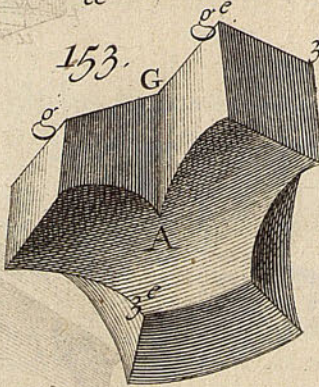
150.



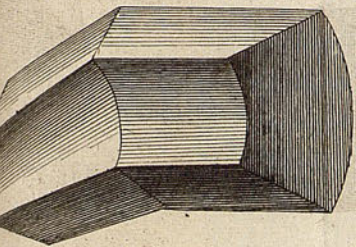
152.



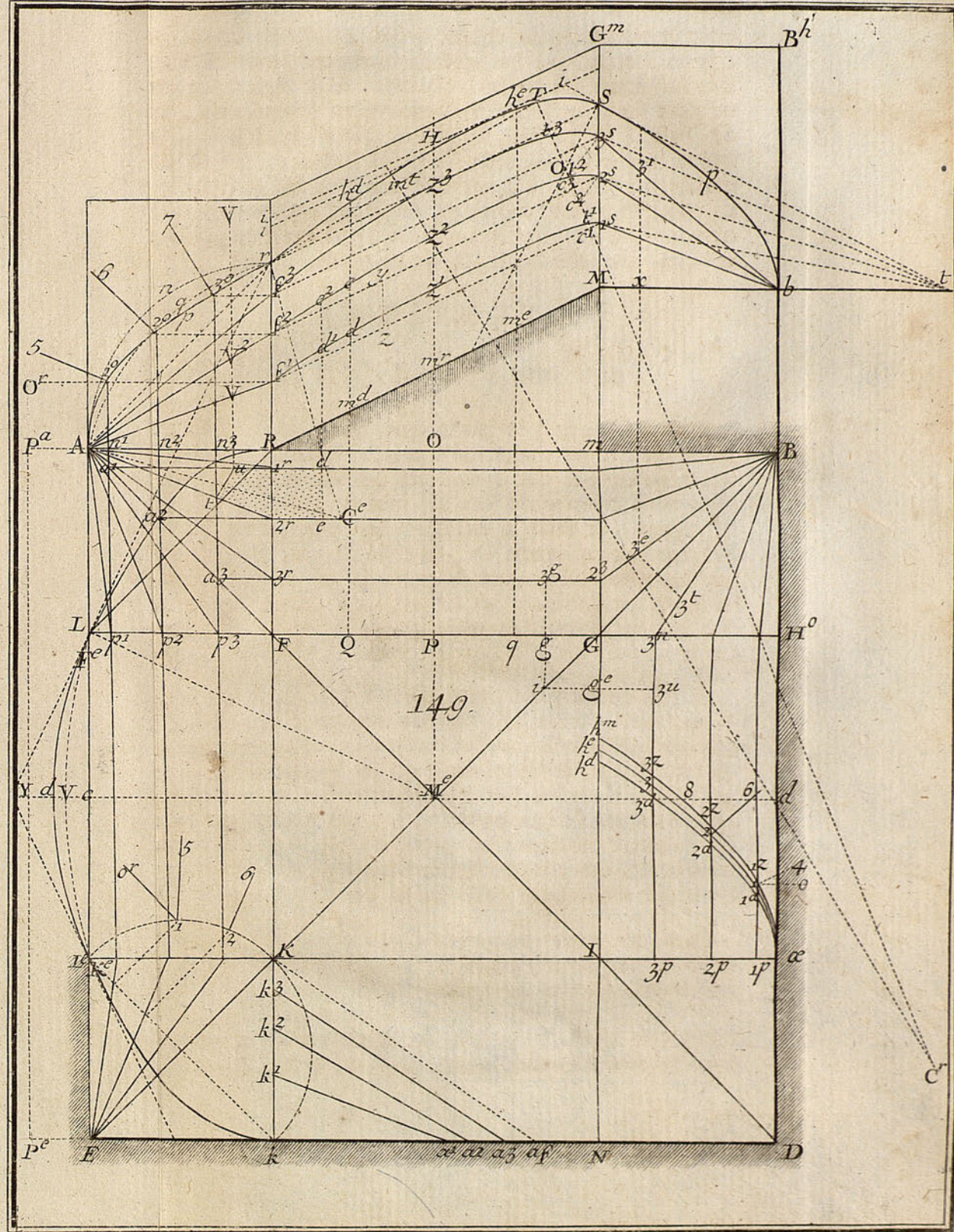
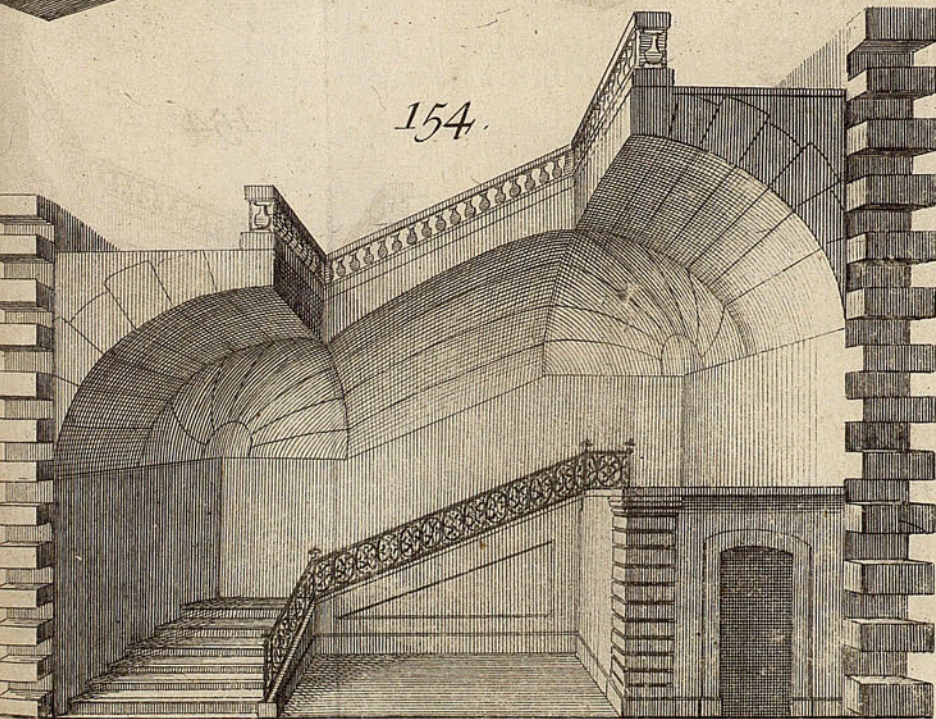
153.

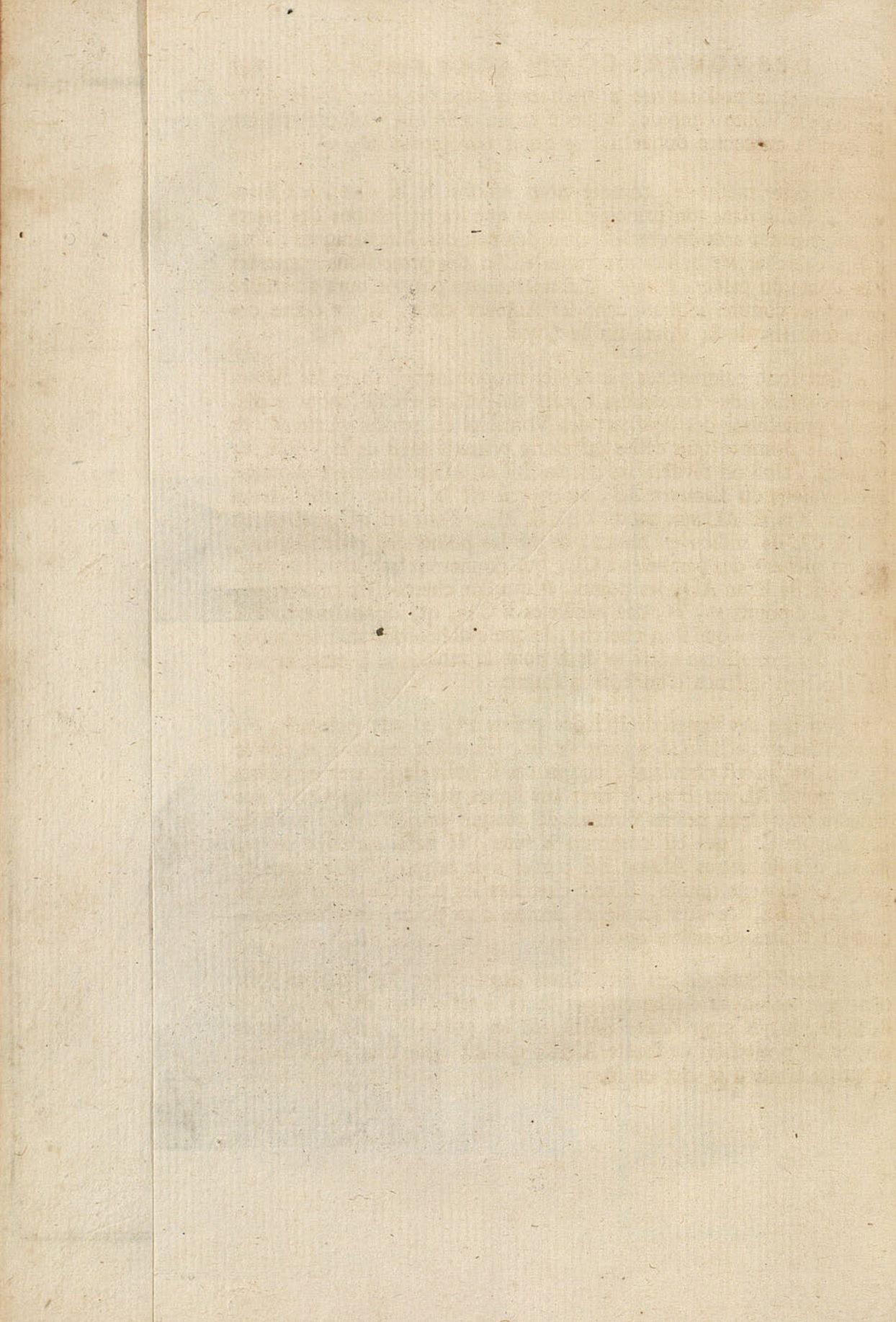


151.



154.





déterminent la position des projections droites des joins de lit de la partie de la Voute conoïde, laquelle croise celle qui est tournante sur le noyau, au centre duquel C^n ils tirent ces joins $v' n^1$, $v^2 n^2$.

MAIS cette méthode, comme nous venons de le dire, est mauvaise & fautive dans son principe, parce que les projections des arêtes ne sont pas des arcs de cercles, mais des courbes Mécaniques, dont il faut chercher les points par l'intersection des projections naturelles à la Voute du passage ébrasé, qui ne tendent pas toujours au centre du noyau, comme le pratiquent les Auteurs citez, & de celles des joins tournans de la Voute sur le noyau.

Il faut donc commencer par diviser proportionnellement les diamètres des cintres des extrémités opposées du passage ébrasé, pour y placer les projections des divisions des Vouffoirs en parties relatives, & en même nombre que celles du cintre primitif AHB de la Voute sur le noyau; ainsi on divisera les cordes BE & AD proportionnellement aux divisions du diamètre AB, ou ce qui est la même chose, leurs moitiés Bm & AL aux moitiés BC & AC. Pour cet effet on tirera Cm & CL de milieu en milieu, & par les points des projections p^1 , p^2 , on mènera des parallèles à CL, qui donneront par leurs intersections avec la ligne AD, les points l^1 , l^2 que l'on cherche sur cette ligne, & par les points p^3 , p^4 , des parallèles à Cm , qui donneront sur BE les points r^3 , r^4 que l'on cherche, lesquels donneront aussi les autres points des projections entre m & E pour la moitié, m E étant reporté à même distance d'un côté à l'autre.

Si l'on tire des lignes droites des points r^4 , r^3 aux points l^1 , l^2 , on aura les projections des joins de lit, lesquelles tendront au centre C^n si le noyau est circulaire, auquel cas il suffit de trouver les points d'une moitié AL ou Bm , & tirer ces lignes par le centre C^n , parce qu'alors on a deux points donnez de chaque projection de joint de lit; sçavoir C^n , qui est commun à tous, & celui qu'on a trouvé sur un des diamètres AD ou BE; mais si le noyau est Elliptique le centre C^n devient inutile; il faut chercher les projections sur chaque ligne AD, BE, & tirer les lignes droites d'un point à son correspondant sur l'autre diamètre opposé.

Les intersections de ces projections droites avec les courbes concentriques au noyau donneront par leurs intersections les points D, F, G, I, K, B pour l'arête BMD, & les points f , g , i , k pour la courbe de projection de l'arête AME, qui est égale à la précédente, & qui la croise à la clef en M.

COMME ces arêtes sont des courbes à double courbure, il faut, suivant nos principes, en chercher les points sur une surface courbe cylindrique, qui ait pour base la projection d'un des joins de lits courbes concentriques au noyau, pour avoir l'intersection de la surface conoïde du passage ébrafé qui forme les Lunettes avec une ouverture en Tour ronde; c'est pourquoi il faut rectifier chacune des bases cylindriques, comme AOD, BOE, pour former sur ces bases les cintres en développement, qui doivent être appliqués sur chacune des surfaces cylindriques verticales, qui coupent la Voute sur le noyau par des arcs horizontaux $p^2 g$, $p^3 I$, &c. & le passage ébrafé par des arcs verticaux, dont les projections sont les courbes $G g$, $i I$, &c. qu'il faut chercher, comme il suit,

Soit, par exemple, à tracer celle dont BOE est la projection; ayant tiré par le point Q la droite $b e$ parallèle à BE, & égale à l'arc BOE rectifié, on portera sur cette ligne la longueur $Q v^3$ rectifiée en $Q v^3$ sur $Q b$, & $v^3 v^4$ rectifié en $v^3 v^4$, & enfin $v^4 B$ rectifié en $v^4 b$ portant aussi les mêmes distances sur l'autre moitié $Q e$, ensuite sur tous les points v^1 , v^2 , v^3 , v^4 , on élèvera des perpendiculaires, qu'on fera égales aux hauteurs des retombées correspondantes au cintre primitif 1 p^1 , 2 p^2 en $v^1 v^2$, $v^2 v^3$, CH en $Q b^4$, &c. la courbe $b b^4 e$ fera la naissance de la Voute d'arête sur l'arc BOE, laquelle sert dans toute son étendue, de même que la courbe A b^4 D du côté du noyau, l'une pour être pliée sur une surface concave BOE, l'autre sur une surface cylindrique convexe du noyau AOD.

Les autres cintres en développement ne servent qu'en partie, celui qui est fait sur la rectification de l'arc $p^1 q^1$ ne sert que dans la partie depuis f en F; celui qui est formé sur l'arc $p^2 q^2$ ne sert que depuis g en G, ainsi des autres formez depuis M en Q, c'est-à-dire dans la partie du conoïde du passage ébrafé, laquelle diminue depuis les lignes d'impostes de supposition AB, DE, jusqu'à la clef M commune à la Voute annulaire & à la Conoïde.

Il est aisé de voir par la figure que les cintres en développement sur toutes les surfaces cylindriques, passans par les points $p^1 q^1$, $p^2 q^2$, &c. sont tracés par le moyen des rectifications des arcs de projection avec leurs divisions pour abscisses, & avec les hauteurs des retombées du cintre primitif pour ordonnées.

On y a rassemblé du côté du noyau les trois courbes 2ⁿ $b^n n$, 1^r $b^r r$, 3^e $b^d d$, qui se resserrent depuis la clef vers le noyau, & les moitiés des trois autres R b^r , S b^d , e b^d , qui s'élargissent depuis la clef M vers le piédroit concave BOE, & la courbe du milieu sur CMN
en

en $c h^n n$, qui doit être le cintre primitif du passage ébrasé, lequel doit approcher autant qu'on le peut du demi cercle, afin que les parties des extrémités, l'une sur-haussée vers le noyau, & l'autre sur-baissée vers le piédroit concave, soient également différentes du cercle en différens sens, l'une en sur-haussé, l'autre en sur-baissé.

PAR exemple, pour avoir celle qui se feroit sur la base courbe $S^4 m$, projection du premier joint de lit de la Voute sur le noyau; ayant rectifié sa moitié $m k s^4$, on la portera de Q en S , avec celle de ses parties $m k$, $m k^2$ que l'on n'a pas marqué sur la ligne $Q S$, pour éviter la confusion des lettres; & sur chacune de ses divisions, élevant une perpendiculaire, on y portera la hauteur du cintre primitif qui lui appartient, comme en k la hauteur $p 4$ ou $p 1$, en k^2 la hauteur $p 3$ ou $p 2$, & l'on aura une courbe $S o h^d$ plus resserrée que la première $c h^d$.

PAR la même pratique, on tracera la courbe qui provient de la même section du cylindre, dont la base est l'arc horizontal $q R^3$, en portant la rectification de l'arc $q i R^3$ sur la droite $Q R$, avec celle de la partie $q i$, & l'on aura la courbe $R i^2 h d$ pour moitié de ce cintre.

ON a rassemblé dans ce Trait les trois courbes qui s'élargissent depuis celle du milieu CMN d'un côté en $R h^d$, $S h^d$, $e h^d$, & les trois autres qui se resserrent en $r h^n$, $f h^n$, $D h^n$, cette dernière étant le cintre du côté du noyau. On a aussi marqué le cintre du milieu passant par H du cintre primitif, où ce qui est la même chose par sa projection M en $n h^n c$, qui se trouve ici un demi cercle par hazard, parce qu'on a fait la courbe CMN égale au diamètre ACB du cintre primitif, & circulaire de la Voute sur le noyau, ce qui donne un agrément à la Voute, lorsqu'on le peut, parce que les cintres des piédroits oposez BQE & AOD different également de la courbe circulaire, l'un en la sur-baissant, l'autre en la sur-haussant.

ON a aussi tiré les horizontales $2^1 o^r$, $2^2 i^o$, du côté des grands cintres, & de l'autre $1^o o$ & $4^o o$, pour marquer que si l'on rassemble ces cintres sur une même base $Q e$ ou $L n$, les hauteurs des divisions de ces cintres sont toutes égales; ainsi ayant tiré ces lignes pour l'un de ces cintres, les perpendiculaires des divisions de la base les couperont en des points qui appartiendront aux points des divisions de chacun de ces cintres resserrez ou élargis, ce qui épargne la peine de répéter les hauteurs, & fait voir d'un coup d'œil le rapport de toutes ces courbes ou seulement de leur moitié, ce qui suffit, puisqu'il n'en est qu'une répétition en sens contraire.

PAR le moyen de ces courbes, on peut bien tracer les Vouffoirs, & les conduire à leur perfection par une voye d'équarrissement, comme nous le dirons ci-après; mais parce que M. de la Ruë juge que pour vérification du contour des arêtes, il convient de faire des panneaux de doële, nous allons donner une méthode d'en faire le développement, beaucoup plus simple que la sienne.

AVANT élevé sur les divisions 1^4 1^3 de la corde BE, des perpendiculaires 1^4 X, 1^3 Y égales à p^4 , p^3 , qui sont les hauteurs correspondantes du cintre primitif, on tracera par le Prob. 16. du 2^e Liv. la courbe BXY b E, qui sera une de ces ovales du 4^e ordre, dont nous avons parlé: on en fera de même sur la corde AD, pour avoir l'autre opposée AZ z b^h D.

Fig 156. ON portera ensuite la longueur LQ à part, comme à la fig. 156. avec ces divisions O, M & m , & ayant abaissé des perpendiculaires aux points L & m prolongées indéfiniment, on portera sur chacune de ces lignes la rectification d'une moitié de ces courbes, en faisant L l^2 égale à l'arc b^h z , L l^1 égale à b^h Z, & LD^a égale à l'arc b^h ZA.

DE même sur la droite m E^b de la fig. 156. on portera la rectification de l'arc b Y en m Y, b X en m X, & b B en m E^b; & l'on menaera par les points l^2 Y, l^1 X les droites l^2 v^2 , l^1 v^1 , D^a E^b; ensuite on portera la longueur 1^2 v^2 de la fig. 157. en Y v^2 de la fig. 156. 1^4 v^1 en X v^1 , & par les points Q v^2 v^1 E^b de la fig. 156. on menaera la courbe QE^b; de même pour avoir la courbe OD^a, on portera la longueur l^2 n^2 de la projection horizontale de la fig. 157. en l^2 z du développement l^1 n^1 de la projection en l^1 Z du développement; & par les points O z ZD^a, on tracera la courbe OD^a, qui sera celle de la tête de la doële du côté du noyau.

IL reste à présent à trouver les points de développement des arêtes sur les lignes l^2 v^2 , l^1 v^1 . On portera la longueur de la projection n^1 f en Z f du développement n^2 g en z g , 1^4 K en XK, 1^3 I en VI; & par les points M, I, K, E^b, & M, g , f , D^a, on menaera des courbes à la main, qui seront d'autant plus exactement tracées qu'on y aura des points g , f , I & K, que l'on peut multiplier autant qu'on voudra en prenant plusieurs points entre les divisions XY b du cintre B b E, & les renvoyant par des perpendiculaires sur la projection horizontale, entre les points M, I, K, B, & m 1^3 1^4 B, comme on a fait aux lignes K 1^4 & I 1^3 .



Application du Trait sur la Pierre.

POUR tracer les Vouffoirs de cette espece de Voute, il faut se souvenir de ce qui a été dit de la Voute d'arête ordinaire ; la seule différence qu'il y a, c'est que dans celle-ci il n'y a qu'une direction droite, l'autre étant courbe, circulaire ou Elliptique ; mais en se servant de panneaux flexibles pour le côté courbe, cette variété ne cause aucune difficulté.

Soit, par exemple, le second Vouffoir d'enfourchement à faire du côté du piedroit concave, dont la projection horisontale est la figure mixte $R i u k f$, fig. 157. Ayant fait un lit horisontal de supposition, pour y appliquer le panneau de cette figure levé sur l'épure, on abattra la pierre à l'équerre sur ce contour, excepté sur la partie renfoncée $f k V$; ensuite sur l'arête verticale dont le point V est la projection ; ayant porté la retombée $y 2^2$, on appliquera sur la surface convexe, dont la courbe $v u$ est la projection, le panneau flexible $y 2^2 2^1$, avec ses coupes $2^2 6$ & $2^1 5$, & sur la surface cylindrique concave, dont $R x i$ est la projection, on appliquera le panneau flexible de la partie du développement fait sur l'arc $p q R$, comme on a fait le cintre $b h^d e$, sur l'arc BQE , avec des coupes qui devroient être différentes des précédentes, si l'on observoit la règle générale de les faire toujours perpendiculaires à la tangente ; mais parce qu'elles rendroient les lits gauches, on pourra, suivant l'usage ordinaire aux apareilleurs, faire ces coupes un peu fausses, en réglant leur inclinaison sur celle d'un cintre pris au milieu en CMN , qui est dans ce Trait $n b^c$, afin qu'elle soit moyenne entre les cintres surhaussés $d b^a$ d'un bout, & $b h^d e$ de l'autre : ainsi une coupe étant donnée dans une tête de Vouffoir, l'autre lui sera menée parallèle, par le Prob. I. du 2^e tome. Fig. 157.

LES têtes convexes & concaves du Vouffoir étant tracées, elles donneront la direction & la courbure de la doële Conoïde, qui se fera à la règle comme celle des coniques ordinaires, & sur la tête droite RE , on appliquera le panneau $7 3 4 8$ du cintre primitif AHB ; par le moyen de la hauteur $y 3$ posée sur l'arête verticale, dont le point i est la projection d'un côté & R de l'autre, & l'on traînera la retombée $y 4$ parallèlement à l'arête horisontale $i R$, sur le lit de supposition horisontale, & la pierre sera tracée pour la partie du Berceau tournant, dont la doële se creusera comme aux Voutes sur le noyau simple.

La rencontre de cette surface avec celle du Conoïde, donnera
I i ij

l'arête d'enfourchement, dont on pourra diriger exactement le contour, en appliquant sur la doële de direction droite $u i$, le panneau flexible de son développement pris dans la fig. 156. dans sa partie IK $v^1 v^2$, car si ce panneau est appliqué intimement à la doële, en sorte que son côté $v^1 v^2$ soit ajusté le long de l'arête dont $u v$ est la projection, le côté IK donnera le contour de l'arête courbe à double courbure, dont $i k$ est la projection horizontale, ainsi des autres Vouffoirs.

Fig. 158. LES fig. 158 & 159. font voir l'effet des Vouffoirs d'enfourchement, & 159. l'un ébauché, l'autre fait vû du côté de la doële par dessous.

Explication Démonstrative.

ON a vû au tome précédent tout ce qui concerne la construction des Voutes simples, dont celle-ci est composée; ainsi l'on peut y avoir recours pour la Voute sur le noyau. pag. 410. & pour le passage ébrasé, pag. 437.

IL nous reste seulement à rendre raison de notre manière de faire le développement des pendants inégaux de cette espèce de Voute d'arête.

IL est clair que la partie de la Voute de passage ébrasé est la seule où l'on doive faire usage de panneaux flexibles, parce que sa surface est à simple courbure, au lieu que celle de la Voute sur le noyau est comme les sphériques à double courbure, de sorte qu'une surface plane ne peut s'y appliquer si flexible qu'elle puisse être, sans s'étendre en différens sens, ce qui est impossible avec du carton ou du fer-blanc, dont on fait les panneaux flexibles; par conséquent on ne peut faire de développement que des pendants du passage ébrasé, & c'en est assez pour la pratique, parce que leurs extrémités déterminent les arêtes à double courbure des enfourchemens, & les angles rentrants des formerets qui sont concaves en dehors, & convexes du côté du noyau.

Nous avons démontré au Théoreme VI. du 1^{er}. Liv. que la section perpendiculaire au rayon $C^q Q$, étoit une ovale du quatrième ordre; ainsi supposant un plan vertical passant par BE, il formera pour section la courbe $B x^4 E$ dans la Voute annulaire, & la courbe $B b E$ dans la conoïde, lesquelles n'ont rien de commun que les points B & E, parce que la clef de la première est au dessous de la seconde de toute la hauteur $b 4$ du profil, ainsi le pendentif BM m ou son double BME

est tout composé de la seule surface conoïde, il en est de même de son opposé AMD.

Si l'on considère présentement que toutes les divisions des Vouffoirs des cintres oposez $A b^h D$ vers le noyau, & $B b^h E$ vers l'ébrasement, sont à des hauteurs égales par la construction, on reconnoitra que toutes les lignes des arêtes des joins de lit sont des droites horizontales, par conséquent qu'elles sont représentées dans leur juste longueur sur le plan horizontal, tant dans le tout que dans chacune de leurs parties comprises depuis la Tour creuse d'un côté, & ronde de l'autre de la Voute sur le noyau.

Donc les parties de MQ , Mm , Mo , ML , doivent être égales au développement de la fig. 156. à celles qui sont cottées des mêmes lettres à la fig. 157. & parce que le plan passant par BE est supposé vertical, toutes les lignes qui sont dans ce plan seront perpendiculaires à la ligne Lm perpendiculaire à BE , donc au développement ME^b doit être perpendiculaire à Lm .

Or comme la ligne BE représente la section Elliptique $B b^h E$, la moitié mB doit être exprimée au développement par la rectification de la demie Ellipse $b B$, qui sera aussi étendue en ligne droite par la raison qu'on a vu à la pag. 333. du 3^e. Liv.

Ce que nous disons de la section sur BE sert aussi pour celle qui est supposée faite sur AD ; d'où il est aisé de conclure que tous les points $D^a f$, $g M$, I , K , E^b sont au contour de l'arête d'enfourchement développée sur le conoïde, & les points $O z ZD^a$ & $Q v^2 v^1 E^b$ sont au contour du formereft sur la Tour qui fait les piédroits de la Voute sur le noyau: donc le développement fait par cette construction est exact, & infiniment plus simple que celui de M . de la Ruë.

Quoique nous ayons ébauché nos Vouffoirs en portion cylindrique, il ne seroit pas impossible de commencer par un parement droit parallèle aux cordes AD , BE , il auroit sa commodité pour la formation des Lunettes du passage ébrasé; mais dans la partie de la Voute sur le noyau, il faudroit tracer une portion de la courbe du 4^e. ordre, qui est la section plane de l'anneau, ce qui rendroit le Trait plus composé.

CHAPITRE DIXIEME.

DE LA RENCONTRE DES VOUTES
Hélicoïdes avec les Sphéroïdes & Cylindriques.

E X E M P L E.

En termes de l'Art.

*Trompe en Niche rampante, rachetant une Vis
St. Giles ronde.*

PL. 102.

Fig. 160.

CE Trait n'est pas un des moins difficiles de la coupe des pierres, le P. Deran s'y est trompé, comme l'a fort bien remarqué M. de la Ruë, qui en a donné un plus correct. Celui que je vais proposer est si semblable au sien, qu'on pourroit croire que je le tiens de lui, si l'on pouvoit douter que ce fût une suite naturelle de la Théorie que j'ai fait précéder au Théoreme VI. du 1^{er}. Livre de la pratique que j'ai donné au Prob. 16. du Liv. II. & enfin de la maxime générale pour la description des courbes quelconques, qui se forment par la mutuelle pénétration des solides.

Quoiqu'on en pense, on ne pourra me refuser la justice d'en avoir éclairci le mystere, & démontré la justesse de l'operation, ce qui manque totalement au Livre de M. de la Ruë.

AVANT que d'entrer en matiere, je dirai que quoique j'exécute ce Trait par une espece d'équarrissement comme lui, ce n'est pas que je pense que ce soit par une necessité absoluë, comme il l'assure, faute de pouvoir l'exécuter par panneaux; ses raisons qu'il apuye du sentiment de Desargues ne prouvent rien contre le commode usage des doëles plates dont il se sert lui-même dans la coupe des Trompes coniques, & que nous avons employé en plusieurs rencontres, même pour la formation des surfaces Gauches, en cherchant la distance du quatrième angle de cette doële, lorsque le panneau plan & quadrilatere ne la touche qu'en trois. Il est de plus évident que si l'on vouloit réduire les doëles plates à des panneaux triangulaires, il n'y a point de surface concave gauche à laquelle ils ne puissent convenir, donc on peut employer dans ce Trait les panneaux de doële plate; mais parce que l'exécution en deviendroit extrêmement composée &

embarressée, je ne la propose pas ; le Lecteur médiocrement intelligent la trouvera de lui-même s'il en est curieux, par l'exemple des panneaux de la Voute sur le noyau expliquée au tome précédent.

Il ne s'agit que de les briser en deux par une diagonale, & trouver l'angle d'inclinaison de ces deux moitiés triangulaires, ce qui n'est pas difficile, & qui ne mérite pas qu'on s'y arrête ; il suffit d'avoir montré que les impossibilités sur lesquelles bien des gens décident hardiment, ne le sont que pour ceux qui ne connoissent pas bien le fond des choses, & les moyens d'y parvenir.

Soit (fig. 164.) l'arc de cercle TDS, la projection horizontale Fig. 164. d'une portion de Vis St. Giles, & le cercle $u d^n$ son noyau, dont le centre est C^n concentrique à l'arc TDS.

Soit le demi cercle AFB, la projection horizontale de la niche ou Trompe qui doit racheter la Voute de la Vis, suivant une arête à double courbure, dont A ff B est la projection qu'il faut trouver. Pour y parvenir il faut auparavant faire l'élevation de la niche sur un plan vertical, dont la droite AB, qui est son diamètre horizontal, est la projection. Fig. 163.

AYANT tiré par le centre du noyau C^n , & le milieu C du diamètre AB, la droite indéfinie $C^n CE$, on lui mena par les points A & B les parallèles $A a^2$, $B b$; puis ayant mené par le point a pris à volonté sur $A a^2$ la droite $a b$ parallèle à AB, on portera sur $A a^2$ la hauteur dont la Vis St. Giles s'élève en rampe dans l'intervalle BDA, c'est-à-dire la hauteur dont le point A surpasse B qu'on suppose ici l'intervalle $a a^2$, & l'on tirera la droite $b a^2$, qui représentera l'inclinaison de la rampe de la Vis, mais non pas la projection verticale de son contour ADB, qui est une courbe onnée $a^2 f c^2 S b$, telle que nous l'avons décrite au Liv. 3^e. planche 20. fig. 249.

SUR la droite $b a^2$, comme diamètre incliné de la niche, & avec un demi diamètre conjugué de telle hauteur qu'on voudra prendre sur $C E$, on décrira une Ellipse, qui fera le cintre vertical de cette niche ; mais pour la rendre plus facile & plus régulière lorsqu'il n'y a pas de sujétion, on prendra pour ce demi diamètre vertical celui de la projection horizontale $C F$; ainsi l'on fera $C E$ égal à $C F$, & l'on décrira la demie Ellipse $a^2 E b$ par le Prob. VIII. du 2^e. Liv. où ce qui sera plus commode par le Prob. 19. pag. 174. en menant à volonté autant de parallèles que l'on voudra à la ligne $C^n E$, qui coupent la projection horizontale de la Vis & de la niche, comme LH, MI, N 3, 2ⁿ, K 8, G 9 indéfinies de part & d'autre, sur les-

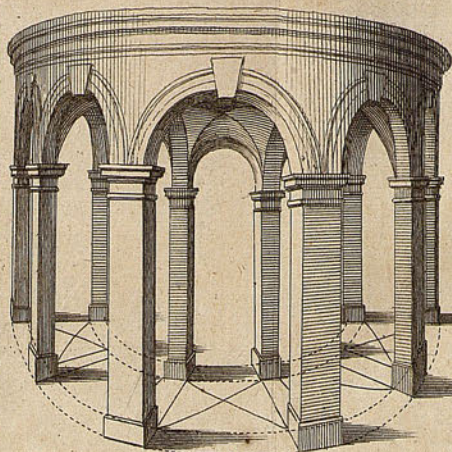
quelles on portera les ordonnées correspondantes du demi cercle de la niche, comme $q\ 1_2$ en $2^4\ 2$, $p\ 1^1$ en $p^1\ p^2$, $o^1\ 1^0$ en $o^2\ 2^2$, de même $k\ q^3$ en $3^p\ 3$, $i\ q^2$ en $2^p\ 2^m$, $h\ q^1$ en $H^p\ 2^3$, & par les points a^2 , 2^3 , 3^m , 3 , E , 2 , p^2 , 2^2 , b , on décrira l'arc rampant qui est le cintre vertical de la niche qui représente celui de face, sur lequel on déterminera les coupes des joins de tête comme $H\ 3$, $G\ 2$, qu'on tirera au centre C contre les régles des ceintres de face, parce que celle-ci n'est que supposée, & que l'opération en deviendra plus facile.

Nous supposons donc ici pour plus grande simplicité de la figure ; qu'il n'y a que trois Voussloirs à peu près égaux, & quatre joins de tête savoir $3\ H$, $2\ G$, & ceux des couffinets $d\ a^2$, $b\ d^1$, & que les parallèles que nous avons tiré ci-devant, passent par leurs extrémités & leur milieu, ce qui est indifférent, puisque leur nombre & leur éloignement sont arbitraires : or chacune d'entre elles étant considérée dans le plan horizontal & dans le plan vertical, comme la section d'un plan vertical qui coupe la Vis St. Giles & la niche, peuvent être considérées comme autant d'axes des courbes des sections qu'ils font dans ces deux corps, lesquelles sont des quarts de cercle dans la niche, & des courbes ovales du 4^e. ordre, dont nous avons parlé au Liv. 1^{er}. & 2^e. ainsi il faudra les chercher par le Probleme 16. pag. 162. comme nous l'allons expliquer.

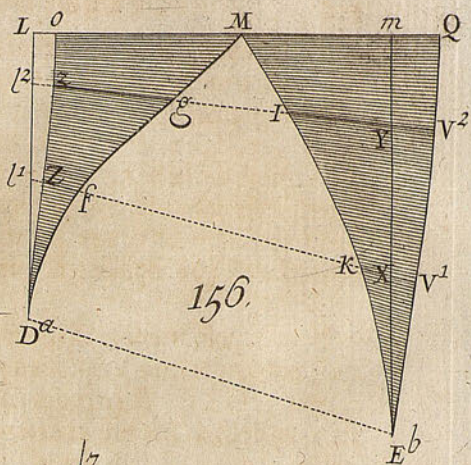
PAR les points X , Y , Z , pris à volonté sur la ligne $d^h\ D$, diamètre horizontal de la Vis, on menera autant d'arcs de cercles concentriques $X\ 13\ o$, $Y\ 14\ o$, $Z\ 9\ o$ prolongez jusqu'à un diamètre pris à volonté, comme RS , sur lequel ayant décrit le demi cercle $S\ r\ R$, on lui menera par tous les points o autant de perpendiculaires $o\ r^1$, $o\ r^2$, qui seront des ordonnées, & par les points 4 , 5 , 6 , où les parallèles à la ligne EC^h coupent l'arc intérieur du plan horizontal de la Vis, on menera autant de lignes au centre C^h du noyau, comme $4\ C^h$, $5\ C^h$, $6\ C^h$, qui couperont les arcs $X\ o$, $Y\ o$, $Z\ o$ aux points x , y , z , à une certaine distance des points où les parallèles coupent ces mêmes arcs aux points 7 , 8 , 9 .

IL faut trouver l'inclinaison des arcs rampans de la Vis, dont ceux-ci sont la projection horizontale ; pour cela, il en faut faire le développement.

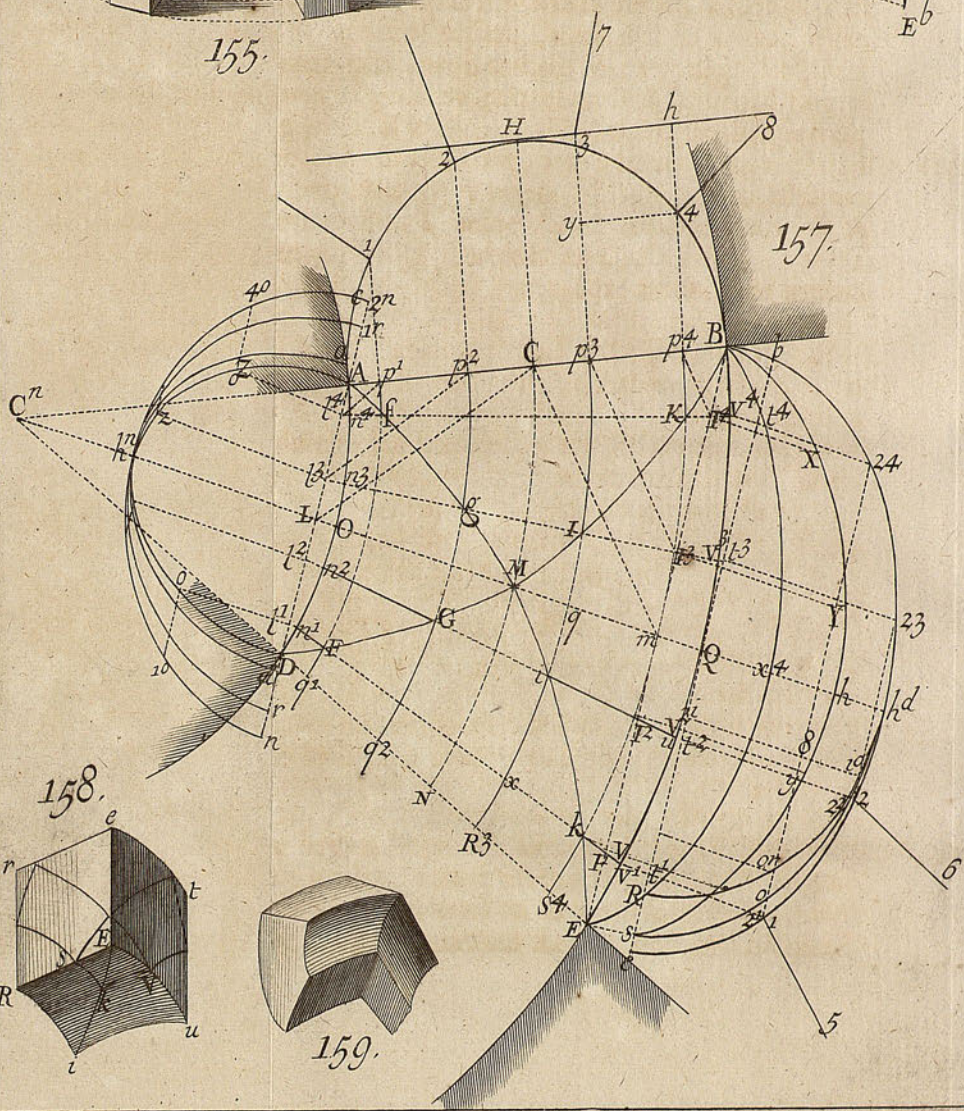
Fig. 169. Soit fait à part l'horizontale $e\ B$ fig. 169. égale à l'arc BD , & la hauteur $e\ c^h$ égale à $e\ C^h$ de l'élevation ; la droite $C^h\ B$ sera celle de l'inclinaison de la rampe de la Vis à son piédroit ; mais parce que les arcs $X\ 13$, $Y\ b$, $Z\ z$ sont toujours plus petits en longueur, quoiqu'égaux



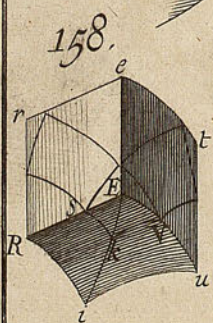
155.



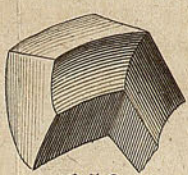
156.



157.



158.



159.

The first part of the paper is devoted to a discussion of the general principles of the theory of the structure of the atom. It is shown that the structure of the atom is determined by the laws of quantum mechanics, and that the laws of quantum mechanics are derived from the principles of the theory of the structure of the atom. The second part of the paper is devoted to a discussion of the general principles of the theory of the structure of the atom. It is shown that the structure of the atom is determined by the laws of quantum mechanics, and that the laws of quantum mechanics are derived from the principles of the theory of the structure of the atom.

The third part of the paper is devoted to a discussion of the general principles of the theory of the structure of the atom. It is shown that the structure of the atom is determined by the laws of quantum mechanics, and that the laws of quantum mechanics are derived from the principles of the theory of the structure of the atom. The fourth part of the paper is devoted to a discussion of the general principles of the theory of the structure of the atom. It is shown that the structure of the atom is determined by the laws of quantum mechanics, and that the laws of quantum mechanics are derived from the principles of the theory of the structure of the atom.

qu'égaux en nombre de degrés, & que cependant ils montent tous en même tems à même hauteur, il faudra faire un développement de chacun d'eux sur l'horizontale $e^x B$, pour trouver la différence des inclinaisons des rampes qui deviennent toujours plus grandes en approchant du noyau, ainsi faisant la droite $e^x 13$ figure 169. égale à l'arc du plan $X 13$, $e^x b$ égale à $Y b$, $e^x z$ égale à $Z z$, on aura les rampes $C^b 13$, $C^b b$, $C^b z$ de chacun des arcs concentriques au noyau, par le moyen desquelles on trouvera facilement les hauteurs de chacune de leurs parties; par exemple, pour trouver la hauteur que doit donner la partie horizontale $x 7$ de l'arc $X 13$, on la portera de e^x en 17 , & l'on menaera $17 3^4$ parallèle à $C^b 13$; la hauteur $e^x 3^4$ sera celle que l'on cherche.

On trouvera de même la hauteur $e^x 3^b$ en portant $z 9$ de e^x en 1^2 , & faisant $1^2 3^6$ parallèle à $C^b z$. Ces hauteurs serviront à trouver les courbes ovales du 4^e ordre que font dans la Vis les plans qui la coupent verticalement & parallèlement à la ligne du milieu $C^x E$, lesquelles seront toutes différentes dans chaque plan qui en fera également éloigné; mais ayant fait par la construction les parallèles correspondantes de la droite & de la gauche également éloignées de cette ligne, on pourra trouver deux de ces courbes sur un même plan, l'une qui monte, l'autre qui descend.

Soit mise à part la ligne $10 9$, fig. 166. égale à la ligne $10 9$ du Fig. 166. plan horizontal; au point 9 , on lui fera la perpendiculaire $O o$, sur laquelle on portera de part & d'autre la hauteur $e^x 3^6$ de la fig. 169. & ayant porté l'intervalle $10 6$ du plan horizontal de 10 en 6 à la fig. 166. on menaera les lignes $6 o^2$, $6 o$; ensuite on portera de 6 en 13 la longueur $6 13$ du plan $6 b$ en $6 b$ de la fig. 166. & par les points 13 & 6 , on menaera des parallèles à $o^1 r^2$, sur lesquelles on portera les ordonnées correspondantes, sçavoir $o r^3$ de la fig. 164. en $o r$ de la fig. 166. & la même de o^3 en $o 13$, de même $o r^4$ en $o^4 X$, & en $o r$ sur la même ligne. Enfin $o r^5$ de o^5 en r^2 , & de o en Y ; & par les points trouvez $r^2 X r^3 6$, on fera passer une ligne courbe de même qu'au dessous, par les points trouvez $Y r r 6$; mais parce que entre r^3 & 6 il n'y a pas assez de points pour guider cette courbe, il faudra faire plusieurs arcs concentriques au noyau entre les points x & 4 du plan, comme $Q ff$ &c. qui donneront des ordonnées $ff X'$ & autres de suite dont on fera même usage que des précédentes, pour trouver les points de la coube en dessus & en dessous; enfin ces courbes étant tracées, du point b pour centre, & pour rayon l'intervalle $10 o^1$ du plan horizontal, on décrira la portion de cercle, qui coupera l'une des courbes au point x , fig. 166. & l'autre au point y ; cette figure

représentera deux sections verticales, l'une par la ligne q^o 29, l'autre par la ligne 10 9 rassemblées sur un même plan, dont les axes seront O 6 pour la section 9 6 qui descend de 6 en 9, l'autre 6 05 de la section q^o 29, qui monte de 26 en 29, pendant que la section de la niche est la même.

ON trouvera de la même manière les courbes des autres sections, faites par les lignes 11 8 & 12 7; car mettant à part, fig. 167. la ligne 25 8 égale à 5 8 du plan horizontal, on portera de part & d'autre du point 8 sur la perpendiculaire 8 R les distances 8 0, 8 02 égales à la hauteur e^3 35 de la fig. 169. & l'on tirera les lignes 25 0 & 02 25, sur lesquelles ayant porté toutes les longueurs des divisions des abscisses de la ligne 5 8, on y portera aussi les ordonnées 0 14, 0 13, 0 12 &c. comme l'on a fait à la figure précédente, & l'on aura les points 14, X, 12, &c. pour la courbe ascendante, & R 11 10 pour la descendante, dont la projection horizontale est la droite 5 8.

ENSEIN on portera la distance 5 p du plan horizontal en 25 p de la fig. 167. & du point p pour centre & pour rayon p 11, on décrira l'arc de cercle 11 3 y, qui coupera ces courbes, l'une en x, l'autre en y.

ON trouvera de même les points des courbes qui se font aux sections 12 47 d'un côté, & q^3 N de l'autre.

PAR le moyen des différences de ces sections, on fera la projection de l'arête d'enfourchement de la niche avec la Vis.

AYANT élevé sur SR une perpendiculaire SF², on portera la distance C' D de S en C⁴, d'où comme centre & de l'intervalle C' F, on décrira l'arc de cercle F⁴ F² x', qui coupera le demi cercle S r R en x'; la longueur F² x' sera portée au plan horizontal de D en ff. On portera de même aux fig. 166. 167. 168. les longueurs 4 q, 5 p, 6 01, qui sont égales par la construction à leurs correspondantes 23 k, 25 i, 26 b, aux divisions 6 25, 32, aux points marquez b, par lesquels on menera les perpendiculaires a b, qui couperont les arcs aux points d, les distances d x & d y seront portées en avant du diamètre AB, savoir d x de la fig. 166. du point b au point 15, & d y de 0 en 19, pour la courbe descendante, d x de la fig. 167. en 16 i pour la courbe ascendante, & d y en p 18 pour la descendante. Enfin d x de la fig. 168. en k N pour la courbe ascendante, & d y en q 17 pour la descendante; & par les points trouvez A, 15, 16 N, ff 17, 18, 19, B, on tracera la projection de l'arête d'enfourchement, où il

faut remarquer que les lignes $d x y$ qui sont courbes dans cette figure, comme partie d'arc de cercles, feront des droites tangentes à ces arcs; si l'on ne veut pas que la niche fasse une arête plus basse que le point d , comme le fait M. de la Ruë, on change la nature de la courbe de cette arête, car alors la partie $d y$ devient cylindrique, au lieu qu'en continuant les arcs de cercles, elle devient portion & continuation du sphéroïde. Dans l'exemple de cette figure la différence est si petite qu'elle peut être négligée; mais si le point d étoit beaucoup plus haut que les points x & y , il faudroit mener par ces points des horizontales pour avoir leur éloignement de la verticale $a b$, qui sert à trouver les points de la courbe A ff B.

Nous avons trouvé les sections du Sphéroïde avec l'Hélicoïde pour l'arête d'enfourchement, il faut à présent trouver la projection des joins de tête 3 H, 2 G, dont nous n'avons que les points 3 & 2, projetez, l'un en N, & l'autre en Q.

On portera la longueur H h^r de l'élevation en $b^e b$ de la fig. 166. & l'on tirera $e^b Y$ perpendiculaire à $a b$, c'est-à-dire parallèle à l'horizontale $b g$, laquelle $e^b Y$ coupera la courbe ascendante en X, & la descendante en Y. On portera sur HL la distance $e^b X$ du point b en L de la même fig. 164. & la distance $e^b Y$ de o^r en g de la fig. 164. ainsi l'on aura deux points de chacune des projections des joints, ce qui suffiroit s'ils étoient droits, mais parce qu'ils sont courbes, il en faut d'autres entre deux pour en diriger la courbure; nous nous contenterons d'en trouver un dans la section du milieu IM.

On portera la longueur $1^r I$ de l'élevation ou son égale, K 35 de l'élevation de b en e^r , fig. 167. & de l'autre côté l'on tirera $e^r R$ perpendiculaire à $a b$; cette ligne $e^r R$, qui est une horizontale, coupera les deux courbes, l'une en X, l'autre en Y; la plus courte distance $e^r X$ fera portée à la projection de la fig. 164. de i en M pour la courbe ascendante, & l'autre $e^r Y$ de p en P pour la courbe descendante, & l'on menera par les points trouvez les courbes LMN pour un joint, & QP g pour l'autre, ce qui achève la projection horizontale de tout ce Trait. Il ne s'agit plus que de trouver les cerches des joins de doële du Sphéroïde, & les panneaux des joins de tête.

Puisque les sections des Sphéroïdes sont des Ellipses, il ne s'agit que d'en tracer de différentes sur deux demis diamètres donnez. Premièrement elles ont toutes pour demi diamètre commun, la profondeur de la niche C F, qui est donnée dans la projection horizontale, & tous les autres sont donnez dans la projection verticale, sçavoir

K k ij

Fig. 165. C^e 23, C^e 3, C^e E, C^e 2, C^e 22 : ainsi portant la longueur C^e F du plan horifontal en C² f de la fig. 165. on pourra en voir la différence ; cette ligne servira pour les unes de demi grand axe , & pour les autres de demi petit axe , ce qui n'a aucune difficulté.

Il reste à ajouter à chaque panneau de lit Elliptique, celui du joint de tête, qui en est une continuation.

Si l'on fait une partie cylindrique entre le Sphéroïde & la Vis, on ajoutera au devant de chaque Ellipse une portion droite, comme 22, 2, prise à la projection en q Q, 23 3, prise sur k N ; mais si l'on veut que le Sphéroïde rencontre la Vis St. Giles sans médiation, ces lignes feront des courbes en continuation des Ellipses 22 f 23 f.

On portera sur la ligne C² b² la longueur du joint 2 G de la fig. 163. de 22 en g de la fig. 165. & la longueur 2 K de 22 en k, & par les points g & k, on abaissera sur b² C² les perpendiculaires g g², k k², qu'on fera égales à o' 9, & à p P du plan horifontal ; & par les points g², k², 2, on tracera la courbe qui fera la section du plan du joint & de la doële de la Vis.

De la même manière, ayant porté la longueur 3 H de l'élevation de la fig. 163. de 23 en b² de la fig. 165. & 3 I en 23 i, on abaissera par ces points les perpendiculaires b² b³, i² i, & on les fera égales aux lignes b L, i M du plan horifontal ; & par les points b³, i, 3, on tracera la courbe de l'autre joint qui est représenté à l'élevation 163 par la droite 3 H.

ENFIN pour le panneau du couffinet, on prendra la longueur du joint a² d, son milieu a² u, fig. 163. & l'on tracera la courbe TV a, fig. 165. qui sera peu différente de celle du plan horifontal TVA, parce que le joint d a² n'est pas beaucoup incliné à l'horifon.

Aplication du Trait sur la pierre.

AYANT dressé un parement pour servir de plan vertical, on y appliquera le panneau du Vouffoir qu'on se propose de faire, par exemple le premier b 2 pris en son entier sur l'élevation 163, qui est ici la figure triangulaire 169. d' b C^e 2 G a, laissant l'espace depuis a en d indéci, & l'on abattra la pierre qui excède les lits C^e d i, C^e G à l'équerre ; ensuite ayant repaïré sur les deux arêtes les points 2 & 24, on tirera une ligne de l'un à l'autre pour lui tracer une parallèle à une distance arbitraire du point G comme en a, qui marquera le retour horifontal que l'on veut donner à la pierre au-delà de son joint,

& sur cette ligne on appliquera le biveau de l'angle que fait le plan vertical avec celui du joint montant dans la Vis, lequel est W & S marqué au plan horizontal, & l'on appliquera sur ce point l'arc de cercle SX^{rs} , que l'on tracera pour tailler la doële suivant cette courbure quand il en fera tems. On portera ensuite sur l'arête que fait la rencontre des lits, la longueur WC & WF , que l'on y marquera en repaire; & sur une parallèle à cette arête tracée par le point 2, on portera la longueur 27 Q , qu'on y marquera. Par le moyen de ces deux repaires, on y appliquera le panneau de lit f 22 2 $k^2 g^2$ de la fig. 165. pour y tracer son contour. On appliquera aussi sous le lit de dessous le panneau f a^2 VT , posant le point f sur le repaire F , & le point a^2 sur un repaire fait par une ligne 39 B tracée dans ce lit parallèle à son arête WD : à cette parallèle on en tracera une autre sur le lit de dessus, où l'on réparera la profondeur 39 9 , qui donnera l'extrémité du joint 6, duquel on tirera une ligne au repaire 39; enfin sur les points 24, p^2 , 26, où les trois parallèles se terminent au bas du plan vertical, on fera trois lignes de retour d'équerre sur lesquelles on réparera les longueurs des lignes horizontales 27 32, 28 11 & 39 10, qui serviront à donner la position des trois cerches des arcs descendans des fig. 166. & 167. & la pierre sera prête à être taillée.

On commencera par abattre la pierre le long de l'arête du joint montant avec le biveau de l'angle mixte S a^2 9 , tenant les branches d'équerre à cette arête, & par ce moyen on formera une portion de Tour creuse; on abattra ensuite la pierre qui remplit l'intérieur de la Vis, suivant la cerche S^{rs} , que l'on tiendra toujours parallèle à elle-même avec le lit de dessous, suivant l'angle C 24 2, & son plan toujours perpendiculaire à l'arc BS , afin qu'elle soit toujours dirigée au centre du Noyau, venant chercher les points repairez au plan du lit supérieur 2 K G .

On creusera ensuite la niche entre les arcs tracez par les panneaux aux lits de dessus & de dessous, qui donnent deux côtes de la portion de Sphéroïde, & le troisième représenté par 2 24, se formera par la cerche de l'arc 32 d de la fig. 168. & les autres de suite, ce que l'on pourra perfectionner par le moyen d'une cerche faite d'une portion d'Ellipse dont C 22, & a^2 f font les demis axes. Fig. 168.

Il ne restera plus à faire que le lit supérieur de la pierre, qui fait partie de celui de la Vis St. Giles, lequel se fera, comme nous l'avons dit en son lieu.

Démonstration.

164. Si l'on suppose la Vis St. Giles & la niche qui la pénètre en partie coupées par un plan vertical passant par le milieu du noyau C , & par le milieu de la niche F , il est clair qu'il fera pour section deux arcs de cercles représentez en $RX^f F^d$, l'un comme R & S dans la Vis qui fera un demi cercle, dont le diametre RS sera horizontal par la génération de cette Vis, l'autre fera une portion de cercle $F^d F^2 X^f$, par la formation du Sphéroïde, lequel dans le cas présent est formé d'une suite de rayons de cercles, qui sont les ordonnées au diametre du demi cercle AFB , transportées suivant leurs directions verticales & horizontales dans le Sphéroïde; de sorte qu'on doit le considerer comme une suite de cercles verticaux rangez sur un axe incliné.

CELA supposé, la section du Sphéroïde ne changera pas de figure, mais seulement de grandeur; il n'en est pas de même des sections verticales de la Vis, il n'y en aura de circulaire que celle qui passe par son centre; toutes celles qui s'en éloigneront parallèlement seront toujours des ovales du 4^e. ordre d'un contour différent, comme nous l'avons démontré au théor. VI. du 1^{er} Liv. de sorte qu'on ne peut faire servir une pour toutes; c'est pourquoi les rencontres de ces Ovalees avec les arcs de cercles doubles du Sphéroïde forment une courbe à double courbure, qui n'est pas uniforme aux deux côtes de la section circulaire faite sur la ligne du milieu C , F ; ce qui paroît étonnant du premier abord, & contraire à l'uniformité des solides coupez, d'où est venu l'erreur du P. Deran.

- Fig. 162. POUR en apercevoir la raison, soit la fig. 162. laquelle représente dans un même plan vertical trois sections rangées suivant leurs distances respectives à l'égard de celle du milieu, dont l'axe est horizontal. Il est clair que les sections rampantes AB , GH étant également éloignées de celle du milieu Dd , elles doivent être égales entre elles; mais parce qu'elles sont tournées en sens contraire, l'une montant du côté de D en H , & l'autre descendant en A , elles présentent à la niche des courbures différentes, l'une Bn plus arondie que dS , l'autre Gm qui l'est moins, & par conséquent les intervalles horizontaux Nk , Qq placez à même hauteur sur les points B & G , doivent être inégaux, ce que l'on aperçoit sensiblement dans les fig. 166. & 167. aux points x & y .

IL reste à faire voir pourquoi on a cherché les hauteurs, que les parties horizontales x 7, y 8, z 9 donnent au dessus & au dessous de l'horison dans les axes des Ovalees: il est visible que c'est pour trou-

ver l'inclinaison de ces axes, suivant lesquels on doit poser verticalement les ordonnées du demi cercle Generateur représenté par R r S ; pour y parvenir on a fait plusieurs arcs de cercles concentriques X o, Y o, Z o², qu'il faut considerer comme autant de bases de cylindres qui coupent la Vis, dans la surface desquels elle fait autant de lignes rampantes, toutes inégalement inclinées dans le raport de la longueur des arcs semblables ; c'est-à-dire qu'elles sont toujours plus roides à mesure qu'elles approchent du noyau, puisque les diametres C^r B & C^r D de la Vis sont horisontaux, la hauteur de chacun sera toujours égale, quoique les intervalles d'inclinaison soient inégaux : or il est clair que le raport de la base horisontale Y o est à une hauteur quelconque, par exemple e C^e de l'élevation, comme la partie y P qui est la distance du rayon horisontal, passant par le point s de la section du plan vertical coupant l'horisontal en s P, est à un quatrième terme qui a été trouvé au point 34 de la fig. 169. par le moyen des triangles semblables.

ON pourroit trouver d'une autre maniere les inclinaisons des axes des ovales avec l'horison par une simple Analogie, en disant, par exemple, pour l'axe de la section de l'ovale passant par le point 4, comme Parc D 4 est la hauteur // C^e trouvée par la parallele // 24 ; ainsi la demie circonférence de la Vis, moins deux fois l'arc D 4, est à un quatrième terme, qui sera la hauteur totale de cet axe, ou son abaïssement sous l'horison ; ou bien D 4. // C^e :: 90 — D 4. x, qui sera la moitié de cette hauteur, par laquelle doivent passer tous les axes des ovales qui se coupent toutes au profil, ou projection faite sur un plan vertical ; de sorte que prenant cette demie hauteur pour un point fixe au milieu, si l'on porte la hauteur que donne l'intervale de l'arc D 4, considéré comme en rampe, au dessous du diametre horisontal de la section circulaire de la Vis, & que de ce milieu l'on prenne la longueur horisontale de la moitié de l'axe 4^r 4, on aura l'extrémité de l'axe ; d'où par le point donné à son milieu, on menera une ligne qui en exprimera l'inclinaison : or on sçait par le Prob. XVI. du 2^e Liv. que si cet axe incliné est divisé proportionnellement à l'horisontal, qui l'est par des cercles concentriques au noyau, qui coupent le diametre horisontal de la Vis, on aura toutes les abscisses sur lesquelles on doit poser verticalement les ordonnées de la section circulaire correspondante, ce qu'il falloit faire pour trouver les contours des courbes ovales du 4^e ordre dont il est question, par le moyen desquelles on trouve les avances de la rencontre de la Vis avec la niche.

Il faut remarquer que cette rencontre ne sera plus immédiate, si

l'on fait les parties de la niche, qui excèdent l'hémisphère, horizontales, comme nous l'avons dit; alors le Sphéroïde se joint insensiblement à une portion cylindrique de cylindre intrinséquement scalene, qui est cependant perpendiculaire au plan de l'Ellipse verticale, passant par l'axe du Sphéroïde, laquelle Ellipse est sa base Droite.

D'où il suit que cette Ellipse étant commune au Cylindre & au Sphéroïde, la surface cylindrique est tangente à celle du Sphéroïde, & la jonction des deux devient imperceptible à la vue; mais dans ce cas la niche ne rachete plus la Vis St. Giles immédiatement, elle rachete un Berceau rampant, lequel rachete ensuite la Vis St. Giles; de sorte que cette circonstance du Trait change l'énoncé & l'état de la question.

*De la Rencontre des Voutes Hélicoïdes avec les
Conoïdes.*

En termes de l'Art,

*Lunette ébrasée dans une Vis St. Giles ronde, ou
Voute d'Arête tournante & rampante.*

COMME la Voute d'arête tournante & rampante est composée de Lunettes inégales tournées en sens contraire, l'une étroite du côté du Noyau, l'autre plus large du côté de la Tour ou mur de Cage; il suffira pour satisfaire à l'énoncé des deux Traits de donner celui d'une Lunette ébrasée qui servira pour l'un & pour l'autre.

PL. 103. SOIT (fig. 171.) le cercle RPN°, la projection du noyau de la
Fig. 170. Vis, & l'arc KNS, celle de la Tour ou piédroit de la Vis; soit le
& 171. demi cercle ou demie Ellipse VH° S, la section d'un plan vertical passant par le centre C° du noyau, laquelle est le cintre primitif de la Vis.

SOIENT enfin les deux lignes DA, EB dans l'épaisseur du mur de Cage, dirigées au centre C°, qui forment les piédroits de l'ouverture DEBA, sur laquelle on doit établir la Lunette proposée à faire, dont la doële est une surface conoïde, laquelle par sa pénétration dans celle de la Vis, forme à leur commune intersection une arête à double courbure, dont il faut chercher la projection horizontale.

Pour y parvenir, il faut premièrement considérer ces deux Voutes.

tes rampantes, comme si leurs impostes étoient de niveau, parce que la rampe n'ajoute rien à la saillie de la Lunette dans la Vis.

EN second lieu, il faut se déterminer à la position du cintre primitif de la Lunette qu'on peut prendre en DE ou en AB.

SUR la corde DE, par exemple, ayant décrit le demi cercle ou la demie Ellipse DHE pour cintre primitif, on le divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on lui abaissera des perpendiculaires qui le couperont aux points d^1 , d^2 , d^3 , d^4 , par lesquels on tirera au centre C du noyau les indéfinies $\alpha^1 l^1$, $\alpha^2 l^2$, &c. qui seront terminées à l'arc DME de la Tour en $\alpha^1 \alpha^2$, mais qui seront indéterminées du côté du noyau.

POUR trouver leurs terminaïsons de ce côté, on tirera par le point S, extrémité du diamètre du cintre de la Vis VS, une perpendiculaire ST, qui fera tangente à l'arc H^u S, sur laquelle on portera les hauteurs des retombées du cintre primitif de la Lunette 1 d^1 , 2 d^2 , en S t^1 , S t^2 , & celle de la clef CH en S t' ; ensuite par les points t^1 , t^2 , t' , on menera des parallèles au diamètre VS, qui couperont l'arc H^u S aux points 1^o, 2^o l^u , d'où l'on abaissera des perpendiculaires sur le même diamètre VS, qui le couperont aux points p^1 , p^2 , l .

PAR ces mêmes points on tracera des arcs de cercles concentriques au noyau (suposant la Cage circulaire) comme V¹ p^1 , V² p^2 , qui couperont les projections des joins de lits correspondans dans la Lunette aux points l^1 , l^2 , L, l^3 , l^4 , par lesquels on tracera à la main la courbe onduée ALB, qui fera la projection de l'arête de la Lunette dans la Vis que l'on cherche.

IL faut présentement former les cintres rampans de la Voute de Lunette dont on suppose le milieu de la clef de niveau, de même que tous les joins de lit, c'est pourquoi leurs hauteurs étant constantes, & leurs diametres DE & AB inégaux, ces cintres sont inégaux entre eux comme au passage ébrasé, dont nous avons parlé au tome précédent pag. 437.

LA différence de leur construction ne consiste qu'en ce qu'au passage ébrasé les impostes sont de niveau, & qu'ici elles sont plus hautes l'une que l'autre.

POUR déterminer la différence de leur hauteur, il faut sçavoir de combien monte la Vis du point A au point B, & porter cette hauteur perpendiculairement sur AB de B en b , & sur DE de E en R pour tirer les rampantes A b , DR, & par les points 1, 2, 3, 4 de

la ligne AB, où elle est coupée par les projections des joins de lit ; on lui élèvera des perpendiculaires indéfinies , qui couperont la rampante A b aux points a^1, a^2, a^3, a^4 ; de même par les points d^1, d^2 , &c. on élèvera sur DE des perpendiculaires indéfinies , qui couperont la rampante DR aux points e^1, e^2, e^3, e^4 .

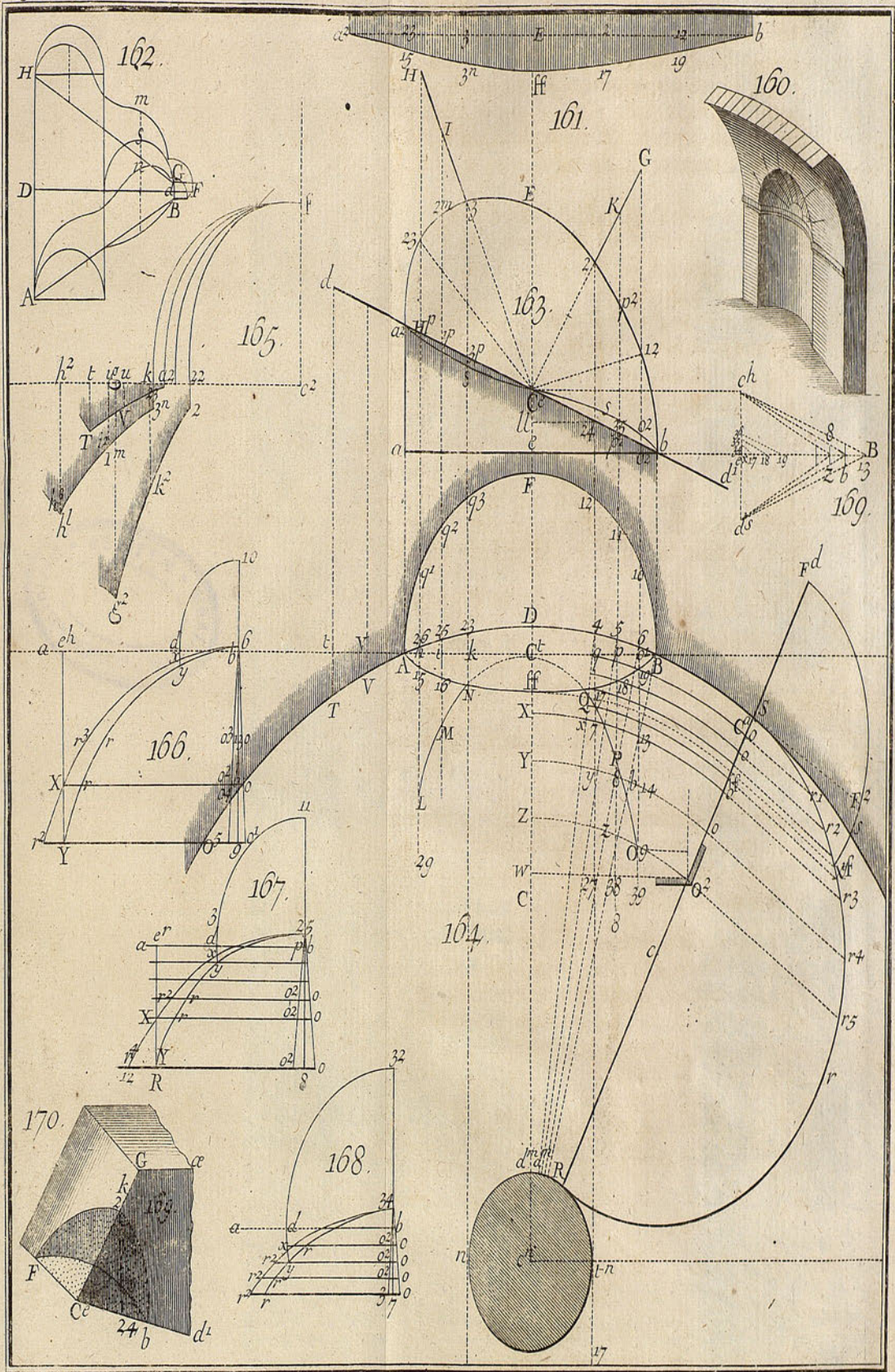
Tous ces points de l'un & de l'autre diamètre font ceux des abscisses des Ellipses rampantes , sur lesquels il n'y a qu'à porter les hauteurs des retombées du cintre primitif DHE , aux verticales correspondantes ; ainsi on portera la hauteur 1 d^1 en quatre endroits, savoir en $e^1 1^r, e^4 4^r$ pour le cintre sur DR, & en $o^1 a^1$ & $o^4 a^4$ pour le cintre sur A b, de même la hauteur 2 d^2 en $e^2 2^r, e^3 3^r$ & $o^2 a^2$ & $o^3 a^3$, & l'on aura tous les points du contour de chaque cintre D $1^r 2^r 3^r 4^r R$, & A $a^1 a^2 a^3 a^4 b$ que l'on cherche.

On auroit aussi pû décrire ces deux Ellipses par le Prob. 8. du 2^e Liv. parce que l'on a un diamètre rampant , un demi diamètre vertical & l'angle qu'il fait avec le rampant donné ; ainsi on peut en trouver autant de points qu'on voudra, ou la tracer par un mouvement continu, comme il a été dit au Prob. cité.

Ces deux cintres que nous venons de tracer ne font autre chose que des cerches verticales pour former la doële de la Lunette , lesquelles ne peuvent servir que pour l'endroit précisément où elles ont été formées ; en sorte que si on les plaçoit un peu plus en dedans ou en dehors , ou qu'elles fissent un angle plus ou moins ouvert avec les arêtes horizontales des lits à la doële, elles donneroient un faux contour , parce que la doële est gauche , & de la nature des conoïdes ; ainsi au cas que les pierres ne soient pas assez longues pour occuper l'épaisseur du mur , il faut tracer par la même pratique d'autres arcs rampans entre DE & AB , aux endroits où l'on fera obligé de faire des joins de doële pour avoir les courbes des têtes de chaque Vouffoir.

Il nous reste présentement à chercher les biveaux des coupes des lits , qui doivent aussi être pris aux mêmes endroits que les arcs rampans des cerches , par la même raison que les doëles sont gauches.

AYANT tiré les joins de tête à l'ordinaire du centre C de l'arc DHE , qui est un cintre primitif de supposition , on remarquera que les coupes des arcs rampans qui répondent à ses divisions en Vouffoirs, doivent être les unes plus inclinées à l'horison , les autres moins que celles du cintre primitif, & ces différences d'inclinaisons se trouveront



à peu près de la même manière qu'on a trouvé les points des arcs rampans.

Soit, par exemple, le joint de tête $1q$ tiré du centre C par le point 1 du cintre primitif, on abaissera sur la ligne horizontale ED , prolongées, une perpendiculaire qX , qui coupera, étant aussi prolongée, la ligne de rampe RDX au point X , & l'horizontale ED au point i ; on prendra ensuite la hauteur $i q$ qu'on portera en Xz sur Xq , où elle donnera le point, par lequel & par le point 1 , on tirera la ligne $z1$, qui sera la réforme de l'inclinaison du joint de tête, à laquelle celle de l'arc rampant $1'5$ doit être parallèle. On voit que cette tête a sa coupe plus couchée que celle du cintre primitif.

MAIS si l'on cherche la coupe du joint de tête $3'7$, on verra au contraire qu'elle doit être plus inclinée que celle du cintre primitif, dont le joint est la ligne $3p$; car suivant la même méthode, ayant pris sur ce joint un point p à volonté, & ayant abaissé de ce point une perpendiculaire sur DE , qu'elle coupera au point V , & la ligne de rampe DR au point y ; si l'on prend la hauteur Vp , & qu'on la porte sur la même ligne prolongée en $y7$, elle donnera le point 7 , par lequel & par le point $3'$ on tirera le joint de tête $73'$, qui sera plus incliné que celui de $3p$ du cintre primitif.

POUR le démontrer, il faut tirer par le point e^3 où l'aplomb $3d$ coupe la ligne de rampe, une ligne e^3o parallèle à DE , qui coupera l'aplomb pV au point o , & qui donne l'excès de hauteur de la rampe yo , lequel étant porté en pY , la ligne $Y3$ sera le joint réformé auquel $73'$ est parallèle, comme il est visible par la construction; donc le joint de tête $73'$ de l'arc rampant est plus incliné à l'horizon que le joint de tête $3p$ du cintre primitif, en quoi il diffère du joint $1'5$ qui lui est moins incliné que le joint $1q$.

ON trouvera de même le joint de tête de l'arc rampant intérieur $A b^a b$, où simplement pour faire les lits en surface plane, on mènera par les divisions $a^1 a^2 a^3$, &c. des parallèles aux joints trouvez pour les divisions du grand cintre $1', 2', 3'$, &c.

PAR le moyen de la position des joints de tête, on aura deux biveaux dont on fera usage différemment, l'un est le biveau rectiligne de l'angle, que fait chaque joint de tête avec une ligne à plomb, comme $51'e^1$, $73'e^3$, qui servira pour trouver facilement la position du lit, qui sera la même dans la grande & petite cerche, parce qu'on ne doit pas faire le lit en surface gauche.

L'AUTRE Biveau fera l'angle mixte que fait le joint de tête trouvé avec la courbe de chaque cerche, celui-ci est variable d'une cerche à l'autre, par exemple, au premier lit au dessus de l'imposte inférieur, ce biveau est l'angle mixte γ r n D, qui est plus ouvert que son correspondant à la cerche intérieure g a' f A : ainsi des autres angles sur lesquels on doit former les biveaux mixtes.

POUR tracer une cerche courbe à double courbure, ou un panneau flexible propre à former la tête convexe des Vouffoirs qui peuvent être aparens au dehors de la Tour ronde en DME. On rectifiera l'arc DME, comme on a fait à la fig. 172. sur une base horizontale D e , qui sera un peu plus grande que DE dans le raport de la corde à l'arc, sur laquelle on portera toutes les divisions que donnent sur cet arc les projections des joints de lit aux points x^1 , x^2 , x^3 , x^4 . Puis ayant élevé des perpendiculaires sur chacune de ces divisions, égales à celles de la courbe plane D b' R, on tracera par leurs extrémités un arc rampant un peu différent, qui fera le développement de celui qui doit se former à la surface convexe de la Tour, par les têtes des Vouffoirs de la Lunette, sur lequel on formera des panneaux flexibles, dont on fera usage, comme pour une porte en Tour ronde.

COROLLAIRE

De la Voute d'Arête tournante & rampante.

IL est visible que si la hauteur de la clef d'une Lunette percée dans la Voute de la Vis St. Giles est égale à celle de cintre primitif, qui est la section verticale par le noyau de cette Vis, la Lunette étant prolongée en formera une autre plus étroite du côté du noyau ; par exemple, si la Lunette commençoit dans la Tour creuse sur la largeur KN, elle deviendrait en se retrécissant jusqu'au milieu de la clef de la Vis en O, d'où elle se rélargiroit du côté du noyau jusqu'à un certain point de part & d'autre, comme vers n^4 k_4 , & ensuite se retréciroit vers le noyau en RP, ce qui formeroit une Voute d'Arête tournante & rampante, dont les projections des Arêtes KOP, NOR qui se croisent en O, sont les mêmes que celles d'une Voute d'Arête sur le Noyau ; lesquelles ne sont point des arcs de cercles, comme les traçant le P. Deran & M. de la Ruë, mais des courbes Mécaniques, comme nous l'avons remarqué au chap. VIII. de ce Livre.

SUR quoi il faut remarquer que ces sortes de Voutes ne conviennent qu'aux Berceaux tournans & rampans, sur un noyau d'un fort grand diametre, & non sur un pilier mince comme aux Vis St. Giles

proprement dites, parce que la Lunette du côté du noyau deviendrait extrêmement ferrée & étroite pour la hauteur, ce qui seroit difforme par l'exhaussement extraordinaire du cintre à double courbure de son formereft sur le noyau, & qui rendroit l'ouvrage inutilement difficile & même moins solide.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Pour connoître la hauteur que doit avoir la pierre qu'on destine à faire un Vouffoir qui fasse la longueur de la Lunette, & porte enfourchement dans la Vis; par exemple, pour le second rang, on menera par l'angle le plus bas r' l'horizontale $r'f$, au dessous de laquelle on abaissera l'aplomb $r'o$ égal à $e'd'$; par le point o on menera l'horizontale oV , qui rencontrera l'aplomb ξX au point V , par où on tirera la ligne Vr' , qui exprimera la rampe du retour dans la Vis, la hauteur so ou $o'o$ fera celle que l'on cherche.

Pour la longueur on en prendra les mesures sur la projection horizontale en $V^2 l^2 \alpha^2 \alpha^1 h' k'$, dont on levera un panneau pour en tracer le contour, sur le premier parement que l'on doit faire pour un lit de suposition horizontale, sur lequel on réparera les points G & d^2 , observant que la pierre soit plus large que le panneau de la longueur $i d'$.

On formera ensuite la tête $V^2 l^2$ & $S k'$ en Vouffoir de Vis St. Giles, comme s'il n'y avoit point de Lunette, ainsi qu'il a été dit touchant le Trait de cette Vis, au tome précédent pag. 417.

Sur la ligne $l^2 \alpha^2$, on fera un parement à plomb qui sera en retour d'équerre sur le lit horizontal, dont l'intersection fera l'arête $l^2 \alpha^2$, sur laquelle on a dû réparer les points G & d^2 , comme nous venons de le dire, pour tracer par ces points les lignes AG & $D d^2$, par le moyen des angles $\alpha^2 GA$ & $G d^2 D$, qu'on transportera sur ce lit avec la fauterelle ou la fausse équerre.

Par ces mêmes points G & d^2 , on élèvera des perpendiculaires sur l'arête du lit de dessous dans le parement à plomb, pour y porter les hauteurs de la retombée de la Lunette $e' 2'$, par l'extrémité de laquelle on tirera une parallèle à l'arête du lit horizontal de suposition, laquelle déterminera l'arête du lit supérieur avec la doële.

Pour donner à ce lit supérieur son inclinaison de coupe, on prendra avec la fausse équerre l'angle $\phi 2' e$, qu'il fait avec l'aplomb $2' d^2$, posant une de ses branches sur la ligne verticale tracée dans le pare-

ment à plomb, & l'autre branche fera tenuë perpendiculairement à l'arête du joint de lit à la doële.

PAR le moyen de ce biveau, on abattra la pierre pour former une surface plane, qui fera celle du lit de dessus, laquelle servira à son tour, d'appui à une des branches de chacun des biveaux mixtes qu'on doit former à chaque cerche, l'une du côté du dehors 1^r m^r 2^r 6, & l'autre du dedans de la Lunette a¹ m^r a² 6^a, tenant toujours leurs branches d'équerre à l'arête du lit de dessus.

LES biveaux mixtes étant dans cette position, on creusera deux plumées, dans lesquelles on appliquera exactement leurs branches convexes pour former la concavité de la doële, qui est également creusée dans chacune de ces positions, parce qu'elle est gauche; après quoi il ne restera plus qu'à achever d'abattre la pierre à la règle entre ces deux plumées, pour former cette surface, comme il a été dit pour celle du passage ébrafé.

LA rencontre de cette surface avec celle de la Vis qu'on suppose déjà faite, parce que nous avons commencé par-là, formera sans panneaux, comme par une espace de hasard, l'arête à double courbure, qui est la commune intersection des doëles de la Lunette & de la Vis, laquelle est marquée en projection par la courbe onnée 1^r 2.

ON me demandera peut-être pourquoi la projection totale de cette courbe A z B est égale de chaque côté du point z, & que celle de rencontre de la Lunette faite par une niche dans la Vis St. Giles, est différente d'un côté à l'autre, comme il a été dit à la pag. 262. de ce dernier tome.

LA raison de ces différences de rencontres vient de ce que dans le Trait de la niche il s'agit de celle du cylindre avec une Vis, où les directions des joints de lit de la Lunette ne concourent pas au centre du noyau; de sorte que dans la partie inférieure de la Lunette, ce joint prolongé horizontalement, perce & se dégage plutôt de la Voute de la Vis que dans la supérieure, comme nous l'avons expliqué par un profil; au lieu que dans cette Lunette conoïde, les directions des joints de lits, tendant toutes au centre du noyau, elles coupent les hélices des joints de lit de la Vis à distances égales du rayon du milieu C. M.

IL est visible que la doële de la Lunette étant creusée, elle servira à son tour d'appui aux branches convexes des biveaux de lit de dessous & de doële, qui seront formés sur les angles mixtes 5 1^r m^r 2^r &

9 $a^1 m^1 a_2$; la largeur de la doële étant déterminée par les cordes des arcs $2^1 1^1$ & $a^2 a^1$, on aura exactement l'arête du lit du dessous & de doële, à laquelle on appliquera perpendiculairement les branches de ces biveaux, avec lesquels on abattra la pierre pour former une surface plane, qui rencontrera la courbe du lit de dessous dans un angle rentrant, au lieu que le lit de dessus avoit rencontré celui de la Vis en angle saillant.

Explication Démonstrative.

Nous avons dit en parlant de la Vis St. Giles au tome précédent, que les diamètres de toutes les sections verticales, passant par l'axe de la Vis, étoient des lignes horizontales, & en parlant du passage ébrasé, nous avons aussi remarqué que toutes les sections de ce corps conoïde, qui tendoient à l'axe vertical élevé au point de concours des lignes convergentes de ses impostes, étoient aussi des lignes horizontales ; par conséquent elles seront parallèles aux diamètres des sections verticales de la Vis : mais comme tous ces diamètres s'élèvent à mesure que l'on tourne au tour du noyau, il convient aussi que les lits du passage ébrasé qui fait la Lunette, soient à des niveaux différens qui s'élèvent autant que les cintres de la Vis, ce qui convertit le passage ébrasé en Berceau rampant d'une imposte à l'autre, comme la Vis change la Voute sur le noyau en Berceau rampant : la différence qu'il y a dans ces manières de ramper, c'est que la Vis rampe suivant sa direction courbe, & que la Lunette qui lui est intervale, ne doit point ramper suivant sa direction qui est droite, mais suivant ses sections transversales.

ON auroit pu prendre ces sections transversales suivant des lignes courbes concentriques à la Vis, le Trait en seroit un peu plus régulier, j'en conviens, mais il en seroit aussi plus difficile dans l'exécutions. 1°. Parce qu'il faudroit développer tous les diamètres courbes de ces sections, qui sont des arcs de cercles ou d'Ellipses. 2°. Parce qu'il faudroit se servir de panneaux flexibles pour appliquer les courbes de ces cintres sur des têtes convexes ou concaves, ce qui est un troisième inconvénient qu'on évite en faisant des cerches sur des sections planes.

D'AILLEURS la différence de contour, qui en peut résulter, est si petite qu'elle doit être imperceptible à la vûë, c'est pourquoi il est inutile d'allonger l'opération, puisqu'il n'en peut résulter aucun avantage, mais au contraire plus de difficulté.

VOILA tout ce que j'avois à dire touchant les Voutes ; je crois n'en avoir oublié aucune de celles qui peuvent être de quelque usage : j'ai taché de me rendre intelligible le plus qu'il m'a été possible, mais je ne me flatte pas de l'avoir toujours été à ceux qui ne sont pas un peu initiés dans la pratique des Traits ; je leur conseille de s'aider l'imagination, & de suppléer à ce qui manque à mes explications, par le travail des mains, en *compant du Trait* avec de la craye ou du plâtre.

QUOIQUE les Voutes renferment les plus grandes difficultez de la Stereotomie, il est cependant vrai qu'il s'en trouve encore dans la construction des Escaliers, considerez par leurs Apuis, Limons & Coquilles ; c'est ce qui nous reste à examiner,



CHAPITRE ONZIEME.

DE L'APAREIL DES ESCALIERS,

*considerez seulement dans leurs Apuis, Limons
& Coquilles.*

APRÈS avoir traité des différentes especes de Voutes destinées à couvrir les Escaliers, comme la Vis St. Giles ronde pour ceux qui montent en tournant dans une Tour ronde, la Vis St. Giles quarrée pour ceux qui sont dans des Tours quarrées ou à pans : les Voutes droites sur les impostes rampantes & bombées au sommet, avec repos suspendus & portez par des Trompes, ou des arcs de cloître, pour les Escaliers à rampes droites, un quarré ou autre poligone vuide au milieu, &c. Il nous reste à parler des parties essentielles aux Escaliers, qui sont les Marches, les Limons, les Apuis & les Coquilles du parement inférieur des marches droites, qui ont aussi leurs difficultés pour l'appareil ; les moindres sont dans les rampes droites, cependant il n'est pas inutile, pour la pratique, de les faire remarquer.

PREMIEREMENT,

Du Racordement des Apuis & Limons des rampes droites aux angles de leur rencontre saillans ou rentrans, extérieurs ou intérieurs.

Il y a trois surfaces dans chaque Limon, qui méritent d'être considérées à part. 1°. La supérieure, dont les sections perpendiculaires à ses côtes rampans, doivent toujours être des lignes de niveau, ce qui s'étend aussi aux Limons & Apuis courbes.

2°. L'INTERIEURE du côté des marches, qui fait une espece de socle, dont l'arête doit être parallèle à la ligne tangente aux angles des marches.

3°. LA surface extérieure dans les escaliers vuides au milieu, qui est ordinairement une plinthe, ou une petite corniche rampante parallèle à l'arête de la face intérieure, par conséquent à la tangente des angles des marches.

QUOIQUE ces trois surfaces soient relatives, elles peuvent cependant, à l'égard de certaine simetrie, être considerées comme indépendantes, parce que leurs arêtes peuvent faire des suites dans les retours d'un côté, quoiqu'elles soient interrompues de l'autre; & pour traiter cette petite matiere à fond, comme nous croyons avoir fait jusqu'ici celle des autres *Traits*, nous allons établir un Lemme qui en donnera une pleine connoissance.

L E M M E.

Deux Parallelogrames de différentes directions inclinez à l'horison suivant un de leurs côtez, & de niveau par l'autre, ne se coupent pas suivant la diagonale de la projection de l'angle qu'ils font entre eux, mais se croisent seulement en un point des côtez qui se touchent.

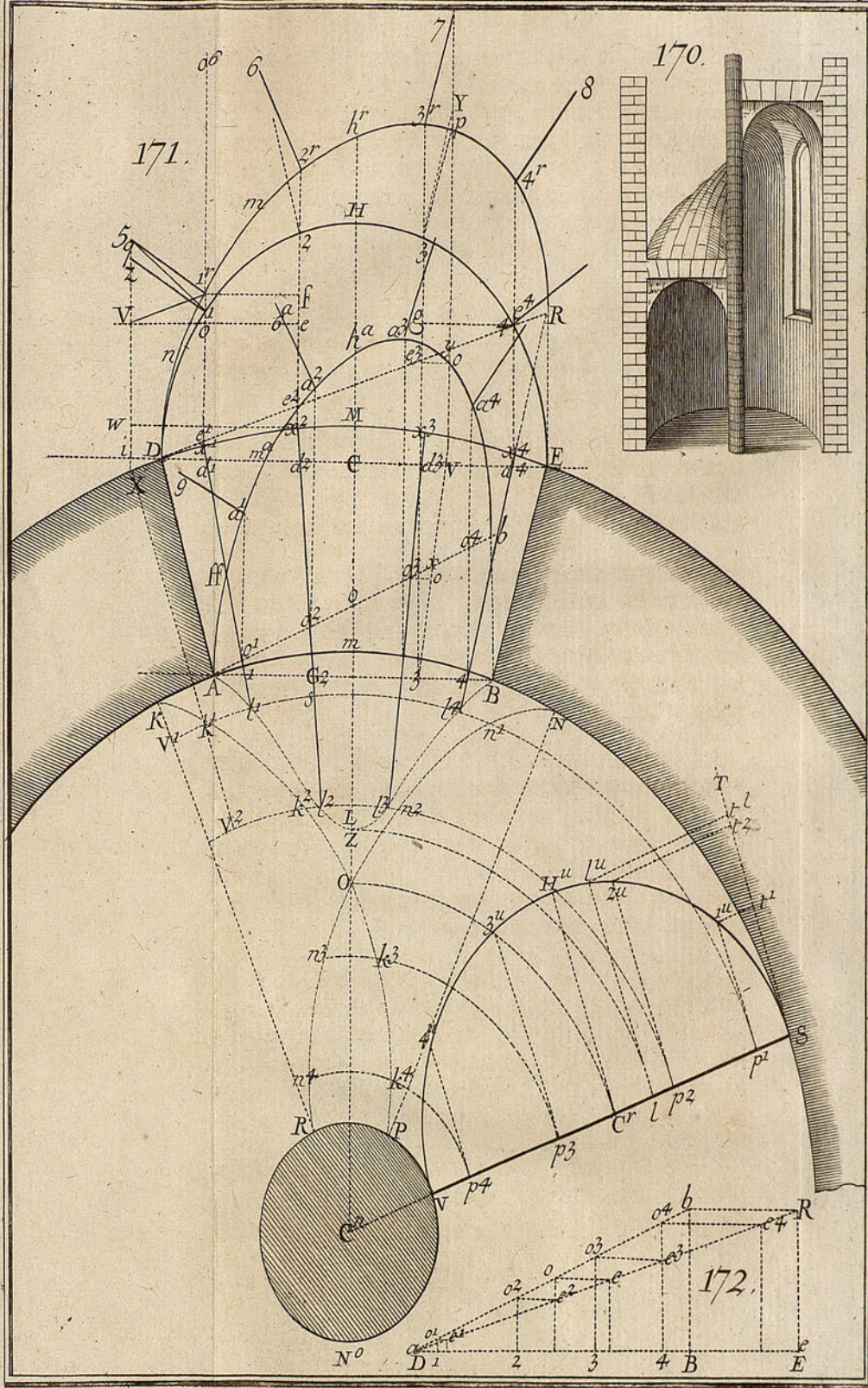
Ou ce qui est la même chose en différens termes; si deux Parallelogrames inclinez à l'horison sont perpendiculaires à deux plans verticaux de différentes directions, ils ne se croiseront qu'en un seul point, qui fera dans la ligne d'intersection des deux plans verticaux.

SUIVANT ce dernier énoncé, la verité de cette proposition est facile à démontrer, car on peut considerer les deux plans inclinez comme projettez sur les plans verticaux, & alors ils se réduisent chacun à une seule ligne inclinée; or deux lignes ne peuvent se couper qu'en un seul point, par conséquent ces deux plans ne se croisent qu'en un seul point.

SECONDEMENT, ces deux plans, étant inclinez à l'horison, ne peuvent être coupez par un plan horizontal, que suivant deux lignes horizontales inclinées entre elles, qui sont dans des plans différens: or ces deux lignes ne peuvent se croiser qu'en un seul point, par conséquent ces deux plans ne peuvent se croiser qu'en un seul point horizontalement, suposant toujours des Parallelogrames, & non pas des plans prolongez en tout sens.

Si nous en venons à l'aplication particuliere, nous pouvons considerer ce qui arrive, lorsque leurs directions sont dans des plans verticaux perpendiculaires entre eux, comme à la fig. 177. où les Parallelogrames CK, HE sont les projections des Parallelogrames qu'on suppose inclinez à l'horison, l'un suivant l'angle du profil CED ou RE l'un opposé au sommet, l'autre suivant l'angle CGA.

Il faut démontrer que si le point F est celui de la rencontre des côtez IE, KG, toutes les lignes qu'on peut tirer de ce point F dans l'un & l'autre Parallelogramme, sont divergentes, & qu'aucune ne peut



être la commune intersection des deux plans inclinez, comme dans leur projection horizontale.

PREMIEREMENT il est visible que celles qui seront menées de ce point F perpendiculairement aux côtez KG, IE, seront divergentes, quoique réunies dans la projection, puisque FE considérée dans le plan CI est inclinée à l'horizon par la supposition suivant l'angle CGA du profil, & que la même ligne FE, considérée dans le plan CK, est horizontale aussi par la supposition; par conséquent ces deux lignes seront inclinées entre elles comme GA & GC, ou par un autre profil, comme GF & F d en descendant, ou comme GF horizontale avec FD en montant, ce qui fait voir aussi que les lignes en FG sont encore divergentes comme GF & F d ou FD.

IL ne fera pas plus difficile de faire voir que les lignes tirées du point F, suivant la diagonale FC, ou toute autre F dans chacun des plans, seront aussi divergentes; car si l'on fait C a perpendiculaire à CF, & égale à CA, il est clair que la ligne a F représentera un des plans qui monte comme IC, ou qui descend de K en C; de sorte que faisant l'angle de cette descente en CF d^a, l'angle total a F d^a fera le profil de la section des deux plans par la diagonale de la projection FC, ainsi des autres.

LA même démonstration s'applique sans aucune difficulté à la rencontre des parallelelogrammes, dont les directions sont obliques, comme à la fig. 179.

Corollaire de Pratique.

IL suit évidemment de cette proposition que deux tablettes d'appui de rampes, ou deux Limons paralleles à la tangente, qu'on doit imaginer toucher les arêtes des marches de chaque rampe, *ne peuvent se joindre à leur rencontre que par un ressaut* formé par une troisième surface à plomb ou de niveau, qui passe de l'un à l'autre; quelque précaution qu'on prenne, on ne peut l'éviter, il est inutile d'y chercher d'autre expédient, ou bien les faire terminer à un pilastre ou piédestal, &c. qui en cache la terminaison; car si l'on fait en sorte par la disposition des girons des marches, que les côtez intérieurs des limons se réunissent dans l'angle rentrant, les côtez intérieurs ne se réuniront pas dans l'angle saillant opposé; & si au contraire les côtez intérieurs des limons ou apuis se réunissent dans un angle qui est saillant du côté des marches, ils ne se rencontreront pas dans l'angle rentrant opposé, ils y feront nécessairement un ressaut.

D'où il suit que les expédiens que Bosse donne pour éviter les

Fig. 174. reffauts à l'arête du socle du côté des marches sont inutiles pour le côté extérieur, ou quoiqu'ils ne paroissent pas lorsqu'on le couvre d'une balustrade, ils paroissent à l'apui supérieur, comme on peut le voir à la fig. 174. où il s'en fait nécessairement deux, un triangulaire incliné bfc , & un triangulaire vertical cfg , ou bien suivant la correction de Defargues, que Bosse appelle une merveilleuse invention, on en peut faire trois en partageant la moitié du reffaut intérieur fg en deux, en m , d'où on tirera des lignes en b & en C , ainsi alors on aura trois reffauts triangulaires, sçavoir deux verticaux bcm & cgm , & un en pente bmc .

Fig. 173. LA seconde surface que nous considérons dans le limon ou dans l'apui, est l'intérieure du côté des marches où le limon fait ordinairement un bord de quelques pouces de hauteur, qui est la base intérieure des balustrades, ou le *Reffocle* du limon sur lequel on met la rampe de fer, auquel l'arrangement des marches aux paliers de retour causent souvent de l'interruption, & oblige l'Architecte d'y faire un reffaut, ce qui arrive lorsque les deux marches DC , BC , fig. 173. qui forment le palier de retour $ABCD$, aboutissent à l'angle saillant C du limon MCL , parce que le point C est la prolongation commune à deux hauteurs de marches, sçavoir à DC du palier sur le giron Dg , & CB sur le palier AC , ce que l'on voit plus distinctement au profil 176. aux lettres GC & Cg ; de sorte que l'arête MC du socle de la première rampe tombe au dessous de la hauteur de l'arête du socle en retour de toute la hauteur d'une marche.

Pour y remédier, il faut faire entrer l'angle C dans le palier de chaque côté de la moitié de la largeur d'une marche, en élargissant le palier par le réculement de l'arête DC en bK , & de BC en li , parce qu'alors le point de rencontre des arêtes du socle, ou des tangentes des marches de chaque rampe, se trouvera au dessus du palier de la moitié d'une hauteur de marche, & au dessous de la première marche de la seconde rampe, de la moitié d'une marche.

CETTE construction qui réunit les arêtes de la surface à plomb intérieure, entraîne aussi avec elle le reffaut de la surface supérieure, qui fait la Tablette du socle, laquelle ne peut se racorder dans le retour que par une surface triangulaire à plomb sur la diagonale, qui change suivant l'angle de rencontre de ces deux surfaces, & si leurs directions horizontales sont parallèles comme lorsqu'elles sont tournées en sens contraire, alors ce triangle est loxigone CeK , double de celui du profil d'une demie marche; si les directions sont à angle Droit, il sera rectangle, ayant pour une de ses jambes la largeur du

limon, & pour hauteur une ligne proportionnelle à sa largeur à l'égard des marches ; de sorte que si le Limon avoit deux fois la largeur d'une marche , le ressaut du côté extérieur seroit égal à deux hauteurs de marches , ainsi du reste.

COROLLAIRE.

D'où il suit que pour ôter totalement ce ressaut vertical , & le changer en une plate-forme horizontale , qui est plus agréable à la vûe , il faut reculer les marches du palier du retour jusqu'à l'alignement des côtes du quarré de l'épaisseur du Limon $Cefg$, sçavoir en df , & bf pour les terminer au Limon en g & e , c'est-à-dire qu'il faut agrandir le palier jusqu'à ce que toute la largeur du Limon y soit comprise.

CETTE correction changeant , la rencontre des Limons de l'angle saillant au rentrant formera une continuation d'arêtes de plinthe ou de corniche , en retour aux angles rentrants , sans aucun ressaut , & c'est en quoi consiste l'attention qu'on doit avoir à la troisième surface du Limon , pour donner une suite de retour à ses arêtes & à ses ornemens ; si les directions des rampes faisoient entre elles un angle aigu ou obtus , il faudroit tirer de l'angle rentrant P , fig. 179. des perpendiculaires Pp & Pe sur les côtes opposées , qui détermineroient la direction & les extrémités du palier qui se trouveroit alors moins élargi , que de l'épaisseur du Limon , parce que la ligne Me est plus petite que eP , & il seroit au contraire plus élargi si l'angle étoit aigu ; ce qui est clair à la seule inspection de la figure , parce que l'angle de la diagonale PM avec le côté MN seroit plus ou moins aigu , par conséquent son complément MPE donneroit une plus grande ou plus petite distance entre la perpendiculaire Pe & le point M .

L'INCONVENIENT qui suit ce grand élargissement , qui peut faire perdre deux ou plusieurs marches à chaque palier , ou peut-être l'ignorance des moyens de le lever est la cause qu'on voit plusieurs escaliers où les Limons font des ressauts désagréables à la vûe , comme aux grands Escaliers du Palais Royal & du Luxembourg à Paris.

LES Architectes françois modernes ont trouvé une invention fort ingénieuse , très agréable à la vûe & très commode pour éviter la difformité des ressauts dans les angles sans perdre de la place , en agrandissant les paliers ; ils inscrivent un arc de cercle dans l'angle rentrant qui augmente la place du retour , & sauve toute irrégularité ; voici comme il faut le tracer.

Soit l'angle rentrant MCN , qui étoit le saillant du Limon dans le Fig. 175
palier ; ayant pris à volonté les points d'atouchemens T & t à distan-

ces égales du sommet C de l'angle donné, on menera par ces points les lignes perpendiculaires $1\ C$, $8\ C$, qui se rencontreront en C où fera le centre de l'arondissement, ensuite on divisera l'arc $T\ t$, comme il convient pour le collet des marches, par exemple ici en parties égales, qui approchent de la largeur du giron des autres.

On tirera par chacune de ces parties de l'arc divisé, & par le centre C des lignes droites $C\ x$, jusqu'à la rencontre des marches qu'elles couperont en $x\ \&\ x$, d'où l'on portera sur la face de la marche, la distance qu'il y a du point x à l'arc de cercle d'arondissement en $x\ n$; par le point n on tirera une perpendiculaire $n\ y$ sur $n\ s$, & du point r une autre perpendiculaire $r\ y$ sur $C\ x$, qui coupera la précédente en y où fera le centre de l'arc $r\ n$, ainsi des autres, comme la figure le montre.

M^r. Hertenstein, dans son petit Traité d'Architecture civile, s'y prend d'une autre façon, pag. 369.

„ Il prend de part & d'autre depuis l'angle du filet intérieur la valeur de deux rampes & demie, (il entend apparemment deux giron & demi); „ l'intersection que l'on fera de ces deux points donnera le centre de l'arondissement; duquel ayant décrit un quart de cercle dans cet angle, on le divisera en huit parties, & les points 1, 3, 5, 7, sont ceux où doivent aboutir les marches. Cette méthode me paroît bonne lorsque l'arondissement du bout des marches est peu considérable, & qu'il y en a peu à arondir; mais lorsque le nombre en est plus grand, il faut en revenir à celle que nous venons de donner, qui dirige ces arondissemens le mieux qu'il est possible, & qui le diminue insensiblement jusqu'à ce qu'il s'anéantisse.

Des Escaliers tournans à Vis.

LA difficulté de ces fortes d'Escaliers consiste dans la façon des têtes des marches qui portent leur Noyau ou leur Limon, & dans le débardement du parement inférieur qu'on appelle la *Coquille*, ils sont susceptibles de cinq variations.

1°. LA Vis peut être soutenue par un *Noyau plein* & à plomb, c'est-à-dire un pilier rond portant de fond.

2°. PAR un *Noyau plein* mais *rampant*, en façon de colonne torse.

3°. LE Noyau peut être supprimé, en sorte que la place demeure vuide, ce qu'on appelle *Vis-à-jour*; alors les marches ne sont soute-

nuës que par leur queue , & par une petite partie de recouvrement sur leur longueur , continué jusqu'à la tête sans coupe , ce qu'on appelle en *tas de charge* , terminant seulement la tête par une moulure continuée en hélice au tour du vuide , qui doit être une ouverture d'un petit diametre , pour que cette moulure de tête étant peu inclinée en soit plus solide.

4°. DANS la même circonstance du Noyau vuide , on peut laisser une ouverture d'un assez grand diametre , en faisant porter à chaque tête de marche une portion de Limon tournant , qui ait une bonne épaisseur pour que chacune de ses parties s'appuie sur l'inférieure partie en *tas de charge* dans son milieu , & partie en coupe vers ses arêtes extérieures & intérieures aux lits de dessus & de dessous.

5°. ENFIN les marches peuvent être portées à leur tête par un Limon de pièces détachées des marches , qui soient capables de se soutenir étant contretenuës par les marches , & de soutenir réciproquement les têtes de ces mêmes marches , qui s'y appuyent par des entailles.

PROBLEME XV.

Faire un Escalier à Vis quelconque.

P R E M I E R E M E N T ,

De la Vis à Noyau plein & à plomb.

LA construction des Escaliers à Vis & à Noyau , plein & à plomb est si facile que les moindres tailleurs de pierre l'exécutent , lorsque le parement du dessous des marches fait un ressaut à chaque recouvrement , mais lorsqu'il fait une surface continuë en *Coquille* , ils n'en viennent à bout qu'en tatonnant.

LES Auteurs qui ont écrit sur la coupe des pierres n'ont point pourvu à ce Trait ; M. de la Ruë qui en parle dans celui de la Vis à jour , dit seulement qu'on *délardera le dessous des marches en conduisant la regle suivant les parties courbes & rampantes , en sorte qu'elle tende toujours autant que faire se pourra au centre de la Vis* ; mais il ne donne pas la maniere de tracer une courbe sur laquelle on doit appuyer la regle par un bout , ni de faire en sorte que sa direction par l'autre extrémité tende au centre du noyau , soit qu'il soit plein ou vuide , quoique ce centre ou plutôt l'axe de la Vis soit invisible dans l'un & l'autre cas ; cependant on ne peut former cette surface régulièrement si la regle n'est

guidée par deux lignes courbes , sur lesquelles elle doit couler dans une certaine position qui change de direction à chaque points de ces courbes ; nous allons tâcher d'y suppléer.

Fig. 180. Soit (fig. 180.) une portion de Tour creuse HIK , dans laquelle est un Escalier à Vis , dont $ABDE$ est le noyau circulaire, par le centre C duquel on imagine une ligne verticale que nous apellons *l'Axe de la Vis*, auquel toutes les lignes dirigées suivant la longueur des marches doivent tendre comme les rayons du cercle à leur centre ; telles sont les lignes HA , IB , KD , qui expriment le plan horifontal de deux marches.

Il s'agit de faire le parement de dessous de ces marches & des suivantes ; en sorte qu'il soit continué sans ressaut d'une maniere uniforme en Coquille de cette espee que nous pouvons apeller une surface Planohélicoïde , qui diffère de l'Annulaire hélicoïde ou Vis St. Giles , en ce que les lignes des sections de tous les plans passans par son axe sont des demis cercles ou d'autres courbes ; & qu'ici ce sont des lignes droites , cependant leurs sections par des plans ou des surfaces cylindriques , sont des lignes courbes.

La ligne de l'angle rentrant formé par la rencontre de la Coquille avec la Tour , est une hélice parfaite , laquelle étant une Courbe à double courbure , ne peut être décrite sur une surface plane ; donc on ne peut en faire la cerche sur une planche droite , mais seulement sur une portion de cylindre creuse , ou convexe , auquel cas il est bien aisé de la faire ; car si l'on développe en ligne droite l'arc de cercle HIK , qui est le plan horifontal de la portion de la Tour qui porte les marches comme en $q i$ fig. 180. & que l'on fasse à son extrémité q la hauteur de la marche $q b$; la ligne $b i$ fera le développement de l'hélice.

Si l'on coupe un morceau de madrier suivant le segment de cercle FH 2 IG convexe , & qu'on y applique le développement $q b i$ tracé sur une surface flexible comme du papier ou du carton ; on y tracera la ligne $b i$, qui donnera sur la surface courbe du madrier , une ligne courbe , qui fera l'hélice qu'on cherche , suivant laquelle le bois étant taillé , on aura la cerche du bout de la marche à la queue. On trouvera de même celle de la tête , qui sera beaucoup moins inclinée à l'horifon , comme l'on voit en PM fig. 183. où l'on a tracé l'une & l'autre hélice.

CETTE cerche ne sera pas nécessaire si l'on creuse dans la marche la portion de Tour concave qu'elle occupe au dessus du lit horifontal

tal de la queue, puisqu'on y pourra appliquer le triangle du développement sur une base de niveau; mais si la pierre se trouve défournie, elle sera nécessaire pour former exactement les deux extrémités de la surface en Coquille, sur lesquelles doit couler la règle qui dirige l'Ouvrier pour abatre la pierre qui se trouve entre deux.

IL ne reste plus qu'à placer cette règle sur ces courbes, de manière qu'elle tende toujours à l'axe de la Vis sans tatonner, non pas à *peu près*, comme dit M. de la Ruë, ce qui peut causer de grandes irrégularités, mais exactement, ce qui est très facile; car si l'on divise chacune de ces portions d'hélices extérieure & intérieure en un même nombre de parties égales, par exemple en quatre, & que l'on pose la règle de la seconde division de la grande hélice à la seconde de la petite; de la 3^e. à la 3^e., ainsi de suite; & qu'on abatte toute la pierre qui n'est pas en droite ligne d'un de ces points à l'autre, la règle tendra toujours à l'axe de la Vis.

CETTE méthode de former la Coquille est fort simple & très exacte, cependant comme elle est mécanique, on peut trouver des cerches planes, qui serviront à la former aussi facilement entre les deux extrémités des marches.

SUPPOSANT qu'on veuille avoir une cerche qui passe par le point O, on fera du centre C un arc O o, qui donnera le point o sur l'autre bord de la marche, par lequel on mènera la droite o O, que l'on divisera en tel nombre de parties qu'on voudra, comme ici en quatre aux points 2, m, 3, par lesquels on fera passer d'autres cercles concentriques n n, p p, dont on fera les développemens sur une ligne droite, comme on voit par la répétition des mêmes lettres à la fig. 183. ensuite ayant porté sur chacune la même hauteur qui est celle de deux marches, on tirera l'hypoténuse H o^d du développement, qu'on divisera aussi en quatre aux points b M d, par où on mènera des petites parallèles à l'horizontale O k; & par les points 2, m, 3 de la ligne droite de projection O b, qui est plus courte que la développée O^d o^d, on lui élèvera des verticales 2 x M m 3 y, qui donneront par leur intersection avec les horizontales b x, d y les points x & y; la ligne courbe menée par les points O x M y b fera celle que l'on cherche. Fig. 180.

ON pourra former deux cerches concaves de pareilles courbes pour chaque marche, l'une vers le collet, l'autre vers la queue, & les diviser, comme on a dit de l'hélice, en parties égales qui donnent la position de la règle sur des points correspondans, comme de la moitié de l'une à la moitié de l'autre, &c.

CETTE espece de cerche peut être aussi très utile pour rectifier la coquille dans l'intervalle de deux marches, qui pourroient chacune être bien faites, & cependant faire un pli ou un coude pour avoir été mal posées.

IL y a une observation à faire à l'égard de la construction, touchant l'épaisseur de la pierre qu'on destine pour chaque marche, c'est qu'elle doit être un peu plus épaisse qu'il n'est nécessaire par la hauteur du pas, parce que la surface de la coquille faisant des angles $a S g$, $b f q$ très aigus avec celles des *giron*s $a S$, $b f$, il est nécessaire d'en abattre la vive-arête par une coupe $c e$ fig. 184. qui lui donne plus de solidité, & parce que le point q est au dessous du niveau de e , il faut que la pierre ait pour épaisseur la hauteur $e q$ de plus que celle du pas $a e$.

IL est visible que cette coupe est plus nécessaire vers la queue de la marche où l'hélice est plus couchée que vers le collet, où elle approche plus de la verticale, & que si l'on vouloit faire cette coupe dans toutes les regles, en sorte qu'elle fût toujours perpendiculaire à la surface gauche de la Coquille, il faudroit qu'elle fût aussi gauche; cette attention seroit nécessaire si la coupe étoit grande, mais on la fait ordinairement si petite, qu'on peut négliger cette précision; au reste il y a si peu de difficulté à l'observer, qu'on peut la faire sans contrainte; car si l'on trace une ligne du centre de la Vis par le bord de la coupe, comme $c k$ à la surface inférieure, son écartement du bord de la marche DK qui se rétrécit vers le collet, donne naturellement le gauche de la coupe, il ne s'agit que d'abattre la pierre de l'une de ces lignes à l'autre, en droite ligne à la regle posée d'équerre sur les arêtes.

IL est aussi visible que le réculement de cette coupe sous la marche est arbitraire, & dépendant du recouvrement que l'on veut donner à une marche sur l'autre, lequel dans cette espece de Vis peut être si petit que l'on voudra, parce que chaque marche étant portée par les deux bouts est suffisamment soutenue; il n'en est pas de même pour les Vis à jour, comme nous le dirons ci-après.

Explication Démonstrative.

POUR concevoir les raisons des manieres de trouver les courbes de ces deux cerches, il faut se ressouvenir de ce que nous avons dit au Liv. 3^e. pag. 342. que le développement d'une hélice étoit un triangle rectangle, dont la base étoit égale au développement de celle du cy-

lindre, au tour duquel elle fait ses révolutions, soit qu'on la considère en tout ou en partie. Il est donc évident qu'en appliquant ce triangle dans la situation naturelle sur une surface cylindrique, cette hypoténuse deviendra l'hélice même que l'on cherche.

Il n'est pas moins évident que si l'on suppose la surface de la coquille coupée par plusieurs autres cylindriques concentriques au noyau, & que ces surfaces courbes soient traversées par une plane parallèle à l'axe de la Vis, on aura pour leurs projections horizontales, les arcs de cercles $o O$, $n n$, $p p$, & la corde $o O$ qui les coupe aux points $2 r a 3$, y donne les projections des sections du plan qui coupe plusieurs cylindres parallèlement à leur axe, lesquelles sont par conséquent des lignes droites verticales, qui ont chacune un point commun avec l'hélice à la surface de la coquille dans chaque cylindre & dans le plan qui les coupe tous, *ce qu'il falloit démontrer.*

A l'égard de la manière de placer la règle sur des divisions de parties proportionnelles, il est clair qu'à chaque division les deux hélices seront parvenues à même hauteur, par conséquent que la règle qui y sera supposée aura pris une situation de niveau à l'égard de la Vis. Première condition pour la formation de la coquille. Secondement, qu'elle sera dirigée à l'axe, puisque les arcs horizontaux de sa projection sont proportionnels. Seconde condition essentiellement requise à la Vis circulaire.

Si le Noyau & la Tour dans laquelle est la Vis étoit Elliptique, au lieu d'être circulaire, il arriveroit de grandes inégalitez aux Girons des marches, si on les dirigeoit à l'axe qui passeroit par le centre de l'Ellipse; c'est pourquoi leur direction doit être prise par des parties égales en nombre dans chaque quart d'Ellipse de celle de la Tour à celle du Noyau, c'est le seul changement qu'il y ait à faire à la construction.

Seconde Variation.

Faire une Vis à Noyau rampant.

Soit fig. 182. le cercle $A c B$, le plan horizontal de la place qu'occupoit un noyau plein comme à la fig. 180. on fera un second cercle CDE, dont le centre c fera à la circonférence du premier, & de tel diamètre qu'on jugera à propos, car on peut le faire plus petit si l'on veut laisser un vuide, mais alors il se changeroit en *Vis à jour*. Ayant tiré du centre C par le centre c , la ligne CR pour le milieu d'une marche, on en fera le plan $f 3 2 e$ pour le giron, ajoutant sur le derrière une partie GT $3 f$ pour le recouvrement de celle qui suit, & N n ij

Fig. 182.

au devant une petite avance en H avec un dégagement d'un Cavet ; si l'on veut, & l'on fera un panneau de la figure CDGT 2 H e EC, qu'on appliquera sur la pierre pour en tracer le lit de dessus, où l'on aura soin de laisser une avance de pierre qui l'excède en EF ; ensuite on fera par deux retours d'équerre au point C & au point 2 des lignes, qui passent du lit de dessus à celui de dessous, pour y pouvoir appliquer le même panneau, mais dans une position différente ; on posera bien le point C de ce panneau sous le point C du lit de dessus, mais on posera le point 3 sous le point 2 ; de sorte qu'il aura changé sa 1^{re} situation en celle de la marche inférieure C 1 e 2 I i F c. Dans cet état on tracera le contour du cercle IHFC, & l'on abattra la pierre d'un de ces cercles à l'autre, ce qui formeroit une portion de cylindre scalene, si on l'arondissoit à la règle sur ses côtez ; mais parce que c'est une portion de cylindre hélicoïde semblable à une colonne torse, il faut trouver une cerche qui puisse marquer la courbure de ses côtez ; nous choisissons ici DE issu du point D milieu du demi cercle CM, comme le plus saillant & le plus propre à guider le Tailleur de pierre.

On portera à part la longueur de l'arc DI, qu'on développera sur la droite $d i$; sur le point d , on lui élèvera la perpendiculaire $d D_2$, & l'on tirera $D_2 i$, qui sera l'hypoténuse du triangle rectangle, & le développement de l'hélice qui se fait sur le noyau en DI de la base supérieure à l'inférieure du cylindre hélicoïde ; ainsi ayant arondi un morceau de planche, suivant l'arc DI, en portion de cylindre, on y appliquera le triangle $d D_2 i$ tracé sur une matière flexible comme du carton, suivant lequel on tracera la courbe qu'on doit appliquer au milieu du noyau, de laquelle on fera deux cerches différentes, l'une convexe, que l'on posera entre les points D réparez au lit de dessus, & I au lit de dessous qui sera concave, & l'autre concave ou creuse, que l'on posera entre les points E & F réparez, l'un au lit de dessus comme E, l'autre au lit de dessous F, parce que ce côté est un peu convexe suivant la direction EF.

COMME les arcs DI & EF, qui sont les bases de la surface de cylindre, dans laquelle se trouve l'hélice que décrit le côté du noyau en Vis, sont très peu différens de la ligne droite, il arrive que l'hélice est aussi très peu différente de la ligne droite de l'hypoténuse $D_2 i$; de sorte que les Ouvriers méprisent cette différence, parce qu'elle est peu sensible en œuvre, ils en sont quittes pour quelques ragréments. C'est apparemment par cette raison que le P. Deran n'en a pas parlé, mais il fait paroître dans sa manière de trouver la courbe des ornemens de la Vis à jour, qu'il n'a pas bien entendu cette matière, puis-

qu'il donne une fausse méthode pour trouver ces cerches, de même que M. de la Ruë dans le quartier de Vis suspendu qu'il exécute par la même fausse méthode.

Ce n'est pas assez d'avoir fait une tête de marche pour bien conduire le noyau rampant, il faut être guidé par des cerches à plomb pour redresser les petites fautes qui peuvent se faire dans l'exécution d'une portion du noyau, c'est pourquoi il convient d'en faire un profil, & même deux, pris sur des bases qui se croisent à angle Droit dans la projection horizontale, comme en H_g & LK.

Soit, par exemple, la longueur LK du grand diamètre du cercle de révolution transportée en Fm à la fig. 181. on décrira du milieu C le demi cercle rsc^a , qu'on divisera en autant de parties égales qu'il y aura de girons de marches dans son contour, par exemple en 8, & par ces points de divisions 1, 2, 3, &c. on menera des parallèles à la ligne du milieu CX, qui représenteront les changemens de position de l'arc ou centre du noyau vis-à-vis chaque marche.

On portera ensuite sur cette verticale du milieu CX, les hauteurs des marches en montant aux points 1, 2, 3, &c. par lesquels on tirera des horizontales nm, nm, qui couperont les verticales qu'on vient de tracer aux points 1^a, 2^a, 3^a, &c. qui feront les milieux du noyau, à côté desquels si l'on porte de part & d'autre son demi diamètre c^am ; on aura d'un côté les points m, m aux collets des marches, & de l'autre les points n, n, par lesquels on tracera avec une règle pliante les courbes égales mm^m, & Cnnⁿ, qui feront les projections verticales des courbes à double courbure en hélices, qui passeroient par les attouchemens du noyau avec des perpendiculaires aux diamètres nm, nm.

Ainsi faisant une cerche concavo-convexe sur ces courbes, on pourra la poser à plomb sur la ligne FC, dans la partie du vuide sous le noyau, & dans la situation où la courbe doit être par le moyen d'un aplomb nr; puis faisant couler une équerre horizontalement sur les prolongations des lignes mn tracées sur la cerche, on verra si le noyau panche trop ou ne panche pas assez.

Il faut remarquer que cette cerche ne peut servir qu'à l'endroit pour lequel elle a été faite, parce que la courbe C^{en} est concave depuis C en n^a, où il faut que la cerche soit convexe, & au dessus où cette courbe devient convexe, la cerche au contraire doit être concave.

Explication Démonstrative.

Si l'on suppose une hélice cylindrique d'un diamètre égal à la ligne AB, dont l'axe est vertical sur la centre C, la projection horizontale de cette hélice fera le cercle ABN.

SUPPOSANT encore un cercle horizontal DMEC d'un diamètre égal à AB, & qui soit enfilé par son centre dans l'hélice comme un morceau de carton dans un *tirebourse*, si l'on fait mouvoir ce cercle en l'élevant au long de cette hélice, en sorte qu'il conserve sa situation horizontale; il décrira par ce mouvement un corps hélicoïde que l'on appelle une *Colonne torse*, laquelle sert de noyau à notre Escalier à Vis.

IL est évident par cette génération que ce corps hélicoïde tournant au tour du centre C de la projection, est traversé du haut en bas par la ligne droite verticale qu'on peut supposer élevée sur ce point C sans qu'elle entre dans ce corps.

D'ou il suit que si le rayon du cercle générateur DHC étoit plus court que celui de l'hélice CA ou CB, le corps hélicoïde laisseroit un vuide au milieu, dans lequel on pourroit introduire un corps cylindrique, qui auroit pour axe la verticale sur le point C, & qui seroit plus ou moins gros, suivant la différence qu'il y auroit entre le rayon *c* D du cercle & CA de l'hélice.

Si au contraire le diamètre ou le rayon du cercle générateur *c* D étoit plus grand que le rayon de l'hélice AC, le corps hélicoïde seroit fermé dans son milieu, c'est-à-dire qu'on n'y pourroit introduire aucune ligne droite.

D'ou il suit que les noyaux tournans & rampans peuvent être variés d'une infinité de façons.

1°. PAR l'hélice centrale, je veux dire dans laquelle passe le centre du cercle générateur, laquelle peut être plus ou moins ouverte, c'est-à-dire d'un plus grand ou plus petit diamètre AB dans sa projection horizontale.

2°. EN ce qu'elle peut être en cylindre circulaire, ou cylindrique Elliptique.

3°. EN ce qu'elle peut changer d'ouverture du bas en haut, comme si elle étoit conique, c'est-à-dire descriptible sur la surface d'un cône.

4°. ENFIN en ce qu'elle peut s'ouvrir inégalement , comme si elle étoit sphéroïde, c'est-à-dire qu'elle pût être décrite sur la surface d'un sphéroïde.

SECONDEMENT le corps hélicoïde peut varier par la grandeur du cercle générateur, en ce que la longueur de son rayon rend le corps hélicoïde plus ou moins délicat ou massif, plus ou moins ouvert ou fermé dans son milieu considéré verticalement.

PRESENTEMENT, si au lieu du cercle générateur, nous ne considérons que son diamètre HC, qui se meut en s'élevant en situation horizontale sur l'hélice, conservant toujours sa direction au centre ou plutôt à l'axe vertical; on reconnoitra suivant ce qui a été dit au Corol. II. de la pag. 38. du second tome, que tous les points de cette ligne génératrice forment (en tournant suivant ces conditions) autant d'hélices différentes, dont les plus éloignées du centre C sont les plus inclinées à l'horison, & au contraire les points qui en approchent le plus décrivent les hélices plus droites; en sorte que celle qui est formée par le point C est infiniment peu courbe, c'est-à-dire qu'elle dégénere en une ligne droite verticale, qui est une tangente aux révolutions du corps hélicoïde.

D'ou il suit qu'on ne peut faire usage des panneaux de développement pour ce noyau, comme on a fait pour la Vis St. Giles, parce que dans celle-là il ne s'agit que de quelques hélices distinctes & séparées les unes des autres. Ici ce sont celles qui se forment par les points du contour d'un lit circulaire, de sorte que l'on ne peut faire que quelques cerches de projection verticale, comme nous avons fait, lesquelles ne sont pas toujours immédiatement applicables à la surface du noyau, mais seulement propres à diriger les faillies des Tambours par des perpendiculaires tirées sur le contour de la cerche.

CEPENDANT lorsque le corps hélicoïde est fermé dans son milieu, comme le sont ordinairement les colonnes torfes, on peut faire des cerches applicables dans le plan de l'axe vertical de la colonne, & cette précaution convient très fort pour une exacte exécution.

ON voit en Alsace beaucoup de ces fortes d'Escaliers à noyaux rampans dans les anciennes maisons des particuliers, au milieu desquels on fait pendre une corde pour s'y appuyer, parce que ce noyau est trop gros pour qu'on puisse l'empoigner, mais cette précaution qui est bonne devient inutile pour les gens un peu délicats sur la propreté, qui ont de la répugnance à porter la main sur une corde grasse & dégoûtante.

COROLLAIRE

DE-LA on peut tirer la méthode de faire la colonne torse, qui n'est autre chose qu'un noyau rampant & tournant, dont les révolutions sont un peu plus ferrées & fréquentes que dans les Limons d'escaliers qui ne sont guère plus d'une révolution & demie à chaque étage, au lieu que la colonne torse en fait au moins 6 ou 6 & demi dans la hauteur de 7 ou 8 des diamètres de sa projection.

D'où il suit que les révolutions des Vis d'escaliers étant fort écartées, le noyau devient une colonne fort peu torse.

Ce noyau diffère aussi de la colonne torse, en ce que ses sections horizontales sont des cercles dont les projections se touchent, comme on voit les cerches Cg & CH se toucher en C, au lieu que ceux des projections des sections horizontales de la colonne torse se croisent le plus souvent des trois quarts de leur diamètre.

AINSI on peut considérer les noyaux rampants des Vis, à l'obliquité près, comme une pile de dames à jouer, tournant au tour d'une ligne à plomb; mais la même comparaison ne convient pas toujours & à toute sorte de colonne torse, parce que lorsque les révolutions sont inégales, leur diamètre changeroit non seulement dans la projection mais aussi dans l'élevation.

C'EST pourquoi il faut les considérer comme une suite de boules, par exemple, des grains de chapelets enfilés dans un tirebourse, que l'on couvriroit ensuite d'une surface courbe tangente à ces boules, ce que l'on verra plus clairement lorsque nous parlerons des colonnes torsées à révolutions inégales, dont nous donnerons un exemple singulier, plutôt pour la curiosité que pour en conseiller l'usage.

ON peut encore considérer la colonne torse comme la trace du mouvement d'un cercle enfilé dans une hélice par son centre, supposant le plan de ce cercle toujours perpendiculaire aux parties infiniment petites de cette hélice, au lieu que nous l'avons supposé de niveau pour la génération de notre noyau de Vis tournant & rampant.

D'où il suit que les sections horizontales de la colonne torse formée par cette génération, ne sont plus des cercles comme dans notre noyau tournant, mais des ovales plus ou moins allongées, suivant l'obliquité de l'hélice à l'égard de l'horizon.

C'EST pourquoi lorsqu'on veut faire l'élevation d'une colonne torse, après

après avoir tracé l'hélice centrale, il faut décrire plusieurs cercles égaux au long de cette hélice ; les courbes tangentes menées par les extrémités de leurs diamètres donneront en projection verticale les contours de la colonne torse, comme l'on voit à la fig. 207.

De la Vis à Pressoir.

Nous joignons ici le Trait de la Vis simple avec celui de la colonne torse, parce que c'est le même dans le fond, qui ne diffère qu'en ce que les *Pas* de la Vis font des angles rentrants & saillants, dont les sections par l'axe sont rectilignes, & que les intervalles des révolutions de la colonne torse coupée par son axe, sont des courbes onduées rentrantes & saillantes, dont les points d'inflexions sont rangez suivant une hélice, qui est la même que celle du sommet des angles de la Vis, soit dans le rentrant, soit dans le saillant.

A l'égard du plus ou moins de révolutions, ce n'est qu'une différence accidentelle qu'on ne doit pas compter.

Pratique du Trait pour toutes sortes de Vis.

On commencera par faire un corps cylindrique, s'il s'agit d'une Vis ou d'une colonne sans diminution, & pour une colonne torse, on fera un corps conoïde tel que les Architectes le demandent pour les colonnes unies diminuées depuis le tiers de leurs hauteurs, ou renflées dès le bas jusqu'au tiers, & diminuées au dessus, dont le diamètre sera réglé par la proportion qu'il doit avoir avec la hauteur de la colonne, comme d'un septième ou d'un huitième de cette hauteur, & par la mesure que l'on veut donner à l'écartement de chaque révolution de la colonne à l'égard de l'axe droit qu'on suppose dans son milieu.

Soit pour exemple, un cylindre *a b* IF fig. 184. † Pl. 105. dont le plan horizontal ou section perpendiculaire à l'axe \propto X est le cercle ALBK, dont le diamètre est AB & le centre C, on divisera le rayon AC en trois ou en quatre parties, pour faire du centre C un cercle avec le rayon DC quart du rayon AB, ou de son tiers, suivant que l'on voudra que la colonne soit plus ou moins torse.

On divisera ces deux cercles concentriques en un certain nombre de parties à volonté, par exemple en huit par quatre diamètre AB *n n* LK *m m*, & par les points A *n* L *m* B, &c. on mènera sur la surface cylindrique autant de parallèles à son axe par le Prob. 31. du 2^e. Liv. page

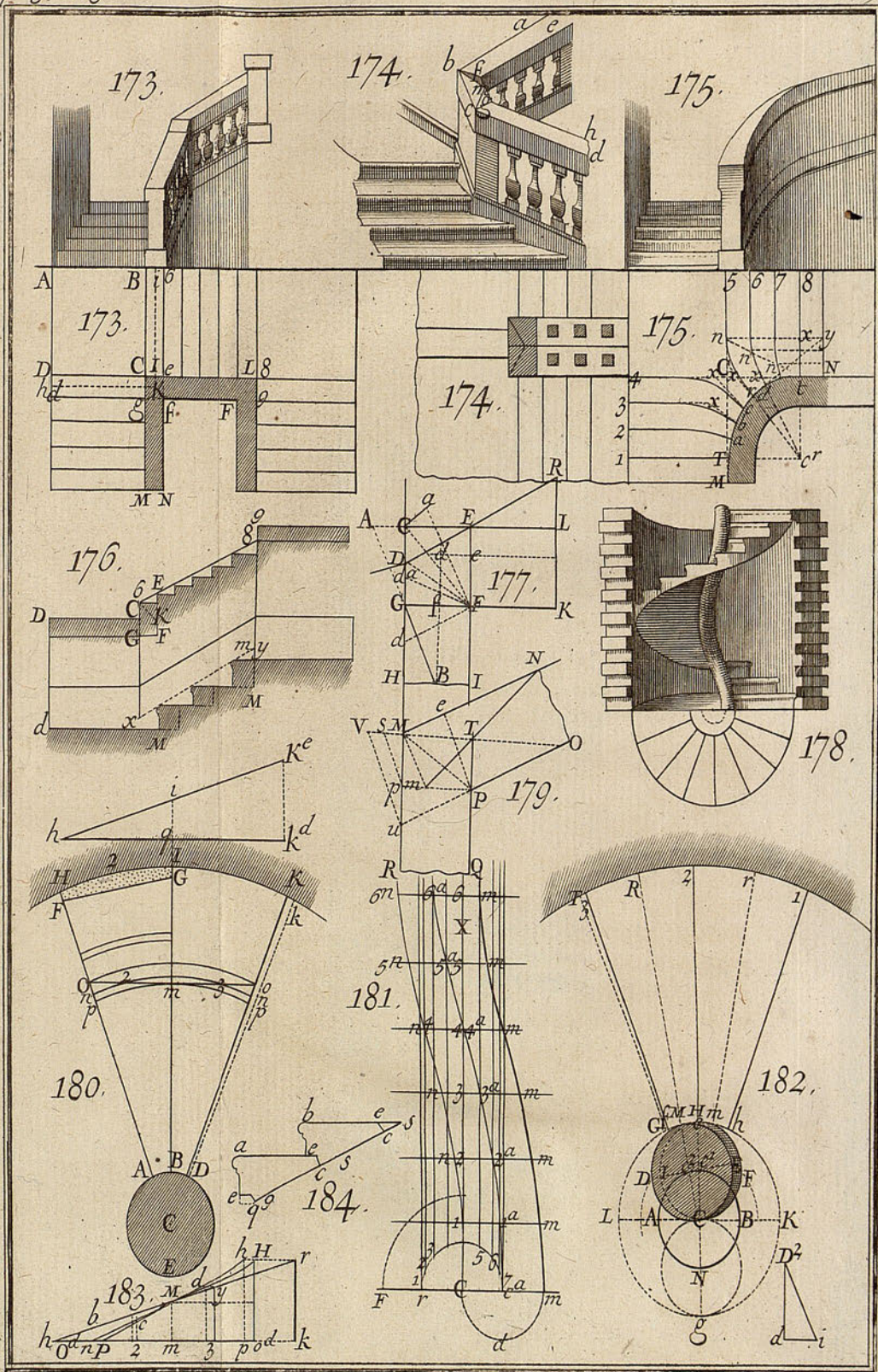
215. ensuite on divifera la hauteur AF en fix ou fix & demi, pour former autant de révolutions, & parce que le contour de la bafe a été divifé en huit parties égales, on divifera auffi l'intervale $a\ 1$ en huit parties égales, & le tout par conféquent en 48, & commençant à l'axe fur la projection, & à une parallèle fur le relief, on portera fucceffivement fur chacune de fes parallèles à la circonférence du cylindre une de ces divifions de plus qu'à l'autre, par exemple, une fur la première, deux fur la féconde, trois fur la troifième, ainfi de fuite; & l'on aura une hélice qui fera fix révolutions dans quarante-huit parties de hauteur, ou fix & demi en 52.

ON tracera par parties cette courbe avec une regle pliante de point en point fur la furface cylindrique; & dans la projection verticale ou profil de l'épure, on tracera l'hélice, du milieu des points de laquelle, comme centres de chaque féction circulaire, on tirera à droite & à gauche des lignes égales, qui représentent les demis diamètres de ces féctions, lesquelles donneront les points de la courbe extérieure des deux côtes qu'on tracera à la main.

CETTE courbe du profil étant confidérée comme le contour d'une féction plane de la colonne torfe coupée fuivant fon axe, fervira à former une cerche pour la tailler dans la pierre ou dans le bois.

Si la colonne étoit fans diminution, la cerche d'une feule révolution fuffiroit; mais fi elle eft diminuée ou renflée, cette cerche doit être taillée dans une planche de toute la hauteur de la colonne, parce que les contours de chaque révolution font inégaux entre eux, les uns plus écartez de leur axe, & les autres moins; de forte que la colonne torfe des Architectes n'eft pas une furface hélicoïde proprement dite, qui eft compofée d'hélices, mais en Limace double, dont les révolutions depuis le tiers de la hauteur en haut & en bas fe refferrent de plus en plus, fuivant une progreflion qui eft celle des ordonnées à l'axe de la Conchoïde de Nicodeme, comme l'a trouvé M. Blondel, fuivant laquelle on formera le corps conoïde, qui fert de préparation pour contourner & creufer les ondulations des révolutions de la colonne torfe, comme on peut le voir dans les Livres d'Architecture, particulièrement dans celui de Daviler.

L'Aplication du Trait fur le bois ou la pierre, dont on fait la colonne torfe, ne confifte qu'à tracer des lignes qui ne font pas parallèles à l'axe, puifqu'elle eft diminuée depuis fon tiers en haut, & fouvent encore depuis fon tiers en bas, fi elle eft renflée, mais qui font dans une féction par l'axe; de forte qu'il faut que les diamètres ou rayons qui aboutiffent à ces lignes dans la bafe fupérieure & dans l'inférieure,



soient dans un même plan, ce qui se fait, comme nous l'avons dit au Prob. I. de ce Liv. en bornoyant avec deux regles qu'on place l'une à l'égard de l'autre de maniere qu'elles ne se croisent pas ; après quoi avec une regle pliante, on trace des lignes courbes d'une base à l'autre, suivant lesquelles ayant fait le tracé du contour de l'hélice, comme nous l'avons dit, on creuse le bois ou la pierre, de maniere que la cerche du contour de la section par l'axe s'y puisse apliquer exactement, tenant toujours le plan de cette cerche dans une direction qui tend à l'axe, ce qui est facile à faire, puisqu'il n'y a qu'à poser sur les bases de dessous & de dessus de la colonne, des regles dégauchées passant par les centres de ces bases, & ajustant la planche dans laquelle on a coupé la courbe de la cerche suivant ces deux regles.

PAR ce moyen on peut se dispenser de faire *un modele en grand* pour guider les Apareilleurs, comme le demande Daviler ; car il leur est impossible de se tromper s'ils font autant de cerches que de ces parallèles, c'est-à-dire des courbes à la surface du noyau qui est un fust en cylindroïde, lesquelles font des sections par l'axe, ce qui n'est pas fort difficile ni fort embarrassant, car si l'on en fait 8, ce sont 8 planches à contourner sur des profils différens.

LE seul cas où les modeles en grand sont nécessaires, c'est lorsque la matiere est précieuse comme du marbre, & que les creux de la colonne sont remplis d'ornemens comme de septes de vignes rampans avec leurs feuilles & fruits. L'exécution de ces sortes de colonnes est assez fréquente en France, mais encore beaucoup plus en Espagne & en Portugal, où l'on voit dans toutes les Eglises de ces colonnes ainsi ornées de vignes mêlées souvent avec des épis de bled, pour servir de symboles de l'Eucharistie.

QUOIQ'ON ne puisse trop décorer la maison du Seigneur, on peut dire que la simplicité des Eglises des premiers siècles, n'admettant point toutes ces choses qui amusent les yeux, étoit selon moi beaucoup plus majestueuse, & plus propre à inspirer le recueillement si nécessaire à la priere.

Troisième Variation.

De la Vis à jour, ou à Noyau vuide.

LORSQU'ON veut supprimer le noyau d'un Escalier à Vis, il faut considérer quelle est la grandeur de l'ouverture horizontale, qui doit rester à la place qu'il auroit occupé ; & suivant la grandeur de cette ouver-

ture , il faut operer différemment pour suplérer à l'apui qu'il auroit donné aux têtes des marches.

Premiere Espece de Vis à jour.

LORSQUE le vuide du Noyau est d'un petit diametre, comme depuis 4 jusqu'à 8 ou 10 pouces , on peut suplérer à l'apui qu'il auroit donné aux têtes des marches par un petit élargissement de la tête qu'on orne d'une grosse moulure pratiquée dans la même pierre en faillie , comme elle est représentée à la fig. 187. en perspective ; par ce moyen chaque marche est apuyée par les deux bouts, sçavoir à la queue dans la muraille de la Tour où elle est engagée , & du côté du vuide sur la faillie de la moulure, qui forme un Limon, dont les parties adhérentes à la marche sont posées les unes sur les autres en *Tas de charge* sans coupe , parce que l'hélice que forment ces moulures étant fort rapide, je veux dire, aprochant beaucoup de l'aplomb , ne forment pas des angles trop aigus avec les lits horifontaux des têtes des marches , ce qui n'arrive pas de même lorsque le diametre du vuide est fort grand, parce qu'alors les hélices deviennent plus inclinées à l'horifon, avec lesquelles elles sont par conséquent des angles plus aigus.

AINSI il faut considerer chaque marche comme composée de deux parties dans une seule piece de pierre, sçavoir de la marche composée de *Pas* vertical, & de giron horifontal, qui doivent faire de continuel ressauts, & du Limon tournant qui ne doit point faire de ressaut, mais une suite continuée au travers du vuide triangulaire du ressaut que fait le giron d'une marche avec le *pas*, ou contre-marche de l'autre ; cela supposé.

PL. 105. Soit (fig. 185.) le cercle ABN, la projection horifontale du vuide
Fig. 185. que l'on veut laisser au milieu de l'Escalier à Vis à la place que devoit occuper le Noyau.

ON fera le panneau de la marche avec les ornemens de moulures, qui doivent composer le Limon, dans lesquelles il faut ménager un gros toré ou boudin rond, pour qu'on y puisse couler la main lorsqu'on veut s'appuyer en montant ou en descendant, & pour dégager ce boudin il convient qu'il y ait à côté un grand Cavet qui marque le collet de la marche où doit se terminer la partie verticale du pas ou contre-marche, laquelle est aussi ornée d'un quart de rond sur son arête
Fig. 187. qui vient finir à ce Cavet, comme l'on peut voir à la figure 187. en perspective.

Le panneau étant fait comme il convient à la grandeur de la Cage

& au nombre des marches de chaque révolution, & la pierre étant jaugée de l'épaisseur qu'exige la hauteur de chaque *pas*, on le posera sur le lit de dessus, c'est-à-dire sur le giron pour en tracer le contour comme en POED ; on fera en même tems par un retour d'équerre sur le point E un repaire au lit de dessous, où il servira pour y poser le panneau après qu'on aura renversé la pierre ; on en usera de même au point O.

DANS cette seconde situation, on posera le panneau d'une manière différente de la première, en plaçant le point P sous le point O, c'est-à-dire sur le repaire qu'on vient de faire par un retour d'équerre à ce point, & le point D sous le point E, ou ce qui est la même chose sur son repaire, & dans cette situation du panneau on tracera la tête EF plus avancée que la première DE de l'intervalle d'une marche à son Collet, laquelle avance se prend dans l'espace triangulaire OFE que forme le rétrécissement de la marche OE.

LA pierre étant ainsi tracée, on abattra toute la partie comprise dans le triangle OH *n*, pour former à l'équerre sur le giron le pas de la marche, & sa moulure, laissant la partie EF faillante au de-là, dans laquelle jointe à la précédente DE, on creusera à l'équerre sur les lits la partie concave DEF par le moyen d'un cercle formé sur le demi cercle AEB.

ENSUITE ayant rectifié l'arc de cercle EF, on le portera à part en *ef*, puis ayant fait *e i* perpendiculaire sur le point *e*, & égale à la hauteur donnée d'une marche, on tirera l'hypoténuse *i f* qui sera le développement de l'hélice que forme le Limon depuis le lit de dessus jusqu'au lit de dessous, ainsi on tracera ce triangle sur du carton pour être appliqué & plié dans le creux cylindrique de la tête, afin qu'on puisse tracer l'hélice qui s'y forme au filet de la moulure, & par ce moyen les autres hélices des moulures parallèles au dessus & au dessous de celle-ci, ou plutôt en avant & en arrière.

IL est visible que cette construction changeroit un peu si la projection horizontale du vuide du noyau étoit Elliptique au lieu de la circulaire que nous avons supposé, en ce qu'il faudroit changer autant de fois la tête du panneau qu'il y auroit d'avances de Limon, au lieu que dans le cas du vuide circulaire, il suffit de le renverser & de l'avancer ; c'est un avertissement que le P. Deran & M. de la Ruë ont obmis.

IL se présente une difficulté dans la suite de ces têtes lorsque l'on fait quelques paliers. La première est la difformité des jarrets qui s'y

font , parce que l'intervale horizontal d'un giron au suivant étant plus grand que les autres , le Limon qui passe d'une arête à l'autre n'est pas continué d'une manière uniforme , mais devient beaucoup plus couché au palier selon le plus ou le moins de largeur de son giron.

D'où il résulte un autre inconvénient , c'est que l'arête du lit inférieur devient trop aiguë , & par conséquent sujette à casser.

Pour remédier au jarret on se prépare de loin à le corriger ; au lieu de n'avancer la tête qui fait saillie au devant de la contre-marche que de la largeur du Collet du giron , on la fait avancer un peu d'avantage , par exemple d'une sixième partie de plus , si l'on veut racheter l'excès du Collet du palier sur six marches , tenant toujours cette tête à la circonférence du cercle du vuide de la Vis , & pour cet effet on la guide par des divisions sur la queue , qui correspondent à celles de la tête , pour avoir des rayons qui tendent exactement au centre. Il est cependant vrai que ces précautions ne font que pallier & diminuer un peu la difformité du jarret qu'on ne peut effacer totalement. D'où il suit que si l'on aime la perfection & l'uniformité , on ne doit pas faire de palier à ces sortes d'Escaliers.

Remarques sur l'usage des Escaliers à Vis à jour , & des autres à Noyaux pleins.

LORSQU'ON a peu d'espace pour pratiquer un Escalier , on doit préférer la Vis à jour à toutes les autres , parce que l'on gagne la place qu'occuperait un noyau , laquelle donne une grande aisance au passage des corps à la hauteur des coudes & des épaules ; mais il ne convient pas que le diamètre du vuide soit un peu grand , parce qu'il inspire de la frayeur de tomber au travers au cas que l'on vienne à faire un faux pas.

Ce que j'ai vu de plus petit mais de plus parfait en ce genre d'ouvrage sont les petits Escaliers de marbre qui montent dans les piliers de la nef de St. Jean de Latran à Rome , qui ont pour Limons des moulures à peu près comme celles de ce profil , sur lesquelles on coule la main pour s'appuyer.

QUOIQUE dans les Noyaux rampans il n'y ait aucun vuide à plomb , on y est encore moins exempt de la frayeur d'y tomber qu'aux Vis à jour , parce qu'il ne présente point de ces moulures pour appui , mais un corps rond & trop gros pour qu'on puisse l'empoigner , ainsi ils ont le défaut du noyau vuide sans en avoir l'agrément qui consiste à

voir du haut en bas tout l'Escalier par le moyen de cette petite ouverture en forme de Puis.

Seconde Espece de Vis à jour ,

Où les têtes des Marches forment un Limon propre à porter une rampe de fer.

LORSQUE les Vis à jours sont ouvertes au milieu de plus de 9 à 10 pouces de diametre de Noyau vuide , & que les marches sont plus longues de 3 pieds , on ne peut se garantir de la peur & même du danger de tomber par cet intervalle vuide sans une rampe de fer , qui sert d'appui & de garde-fou. Alors au lieu de faire le Limon en boudin rond , comme au Trait précédent , il faut le faire plat par dessus pour y asséoir la rampe ou balustrade , & une tête à plomb assez épaisse pour lui servir de base & de soutient au Collet des marches , qui en ont plus besoin qu'aux petites Vis à jours , parce que les hélices des Limons sont nécessairement plus couchées , dans le raport des distances des Limons à l'axe vertical de l'hélice , les hauteurs des marches qui sont presque toujours les mêmes étant suposées égales dans l'une & dans l'autre grandeur de Vis à jour.

De cette différence d'inclinaison des Limons , il suit aussi que les angles de leurs sections horizontales , c'est-à-dire des lits avec le parement rampant , deviennent aussi beaucoup plus aigus que dans les petites Vis , où le Limon est fort près de l'axe vertical suposé au milieu du vuide ; de sorte que ces angles n'auroient aucune force si on pouoit les têtes des marches en tas de charge par lits de niveau.

Pour remédier à cette foiblesse d'arête , on est obligé de les tailler en coupe perpendiculaire à la face supérieure du Limon , ce qui en fortifie encore la construction , en ce que cette portion de coupe empêche la tête de la marche de se dégager en glissant sur le devant ou sur le derriere de son lit.

Aux deux différences de construction dont nous venons de parler , on en peut ajouter une troisième , qui consiste , en ce que dans les petites Vis à jours on donne peu de recouvrement aux giron des marches , parce qu'on laisse paroître les ressauts qui se font d'une marche à l'autre au parement inférieur qu'on appelle la Coquille. Mais dans les grandes Vis à jours ornées de balustrades , il convient de faire en sorte que la surface de la Coquille soit sans ressauts , comme aux deux Escaliers de la Chapelle de Versailles , ce qui occasionne un grand recouvrement

sur les giron, qui s'élargit depuis le Collet à la queue en raison de leur distance du milieu du vuide, comme on va le montrer dans le Trait.

Fig. 188. Soit (fig. 188.) le demi cercle AFB, la projection horizontale du vuide de la Vis, dont la circonférence a été divisée en un certain nombre de parties égales pour régler la largeur des marches, à commencer où l'on juge à propos, par exemple ici aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, par lesquels on tirera du centre C les lignes 3 Z, 4 Z, 5 Z, 6 *r*^e, &c. jusqu'au mur de la Cage qu'on peut supposer de telle figure qu'on voudra, ronde, quarrée, ou à pans; nous n'en mettons ici qu'une partie pour marquer seulement leurs directions, qu'il est aisé de prolonger dans le rond ou dans le quarré, &c.

On déterminera ensuite l'épaisseur qu'on veut donner au Limon, comme 6 D, pour en marquer le côté intérieur par un arc de cercle DL 12 concentrique au cercle AFB, lesquels arcs comprendront la partie supérieure, sur laquelle doit se poser la balustrade ou garde-fou; mais comme il convient de faire la partie inférieure de ce Limon plus large pour lui donner plus de solidité, on en déterminera la largeur par un arc concentrique plus éloigné du centre C, comme d x TV, sur lequel on réglera le recouvrement d'une marche sur l'autre tel qu'on le jugera convenable, observant qu'il contribuera d'autant plus à la solidité de l'Escalier qu'il fera grand, parce qu'il élargira la queue de la marche qui porte le mur, & la largeur du Limon à sa tête.

SUPPOSANT le recouvrement déterminé environ de la moitié du giron 1'2 au point x, on tirera du centre C la droite R x g, qui fera le bord supérieur du derrière de ce recouvrement.

IL s'agit à présent de faire le panneau de la tête du Limon, qui comprend deux giron, & le recouvrement d'une marche sur l'autre, c'est-à-dire les arcs FR & F 4 qu'on suppose ici égaux, prenant le point F pour le milieu.

AYANT pris à volonté le point H sur la ligne CF, on lui tirera une perpendiculaire indéfinie GHI, & ayant porté de H en O la hauteur d'une marche, on lui menera une parallèle PM par le point O, ensuite on développera l'arc FR sur la droite HG qu'on lui fera égale, & qu'on portera aussi de O en M; de même l'arc F 5 de H en I & de O en P; le Rhomboïde GPMI fera le développement de la surface concave de la tête de la marche qui porte son Limon depuis l'arête du pas inférieur 5 3^e jusqu'à celle du pas supérieur 6 d *r*^e. Mais parce que l'on veut, pour augmenter la solidité & la beauté, que ce Limon ex-

cede

cede les arêtes des marches, & fasse un socle dessus & un ressocle dessous, on y ajoute une longueur de coupe perpendiculaire au Limon en IK pour le dessus, & en GS pour le dessous, par l'extrémité de laquelle longueur on mene des paralleles KN, SQ, qui donnent pour l'un & l'autre les rectangles MK QG.

Du point G, on abaissera une perpendiculaire sur Sf ou sur GI sa parallele, qui coupera la ligne Sf en r; l'on portera Sr en Rf & en p q, & même en ζk & en 4 n, si l'on fait le socle supérieur égal en hauteur à l'inférieur, & par les points f, q, k, n, on menera la ligne f T parallele à Rg, q u parallele à p p', k k' parallele à $\zeta 3$, & n n' parallele à 4 z, & l'on aura tous les points auxquels doit s'adapter le panneau de tête fait sur une matiere flexible, & appliqué dans la surface concave du Limon.

Il faut observer que parce que le Ressocle SGPQ déborde le dessous de la surface des marches qui fait la Coquille, d'une certaine quantité prise à volonté comme T t, moitié de T x, on menera par le point t la ligne t z parallele à x g, qui marquera la largeur de la coupe qu'on doit faire au derriere de la marche pour abattre l'arête trop aiguë que formeroit la rencontre de la Coquille & du lit de dessus de la marche.

On en usera de même pour le ressaut que fait la Coquille avec le lit de la marche suivante, qu'on a marqué ici en q' p' sur un profil de marche renversée en t X b o p' q' t, qui est mis là sans autre besoin que celui de marquer la destination des lignes de l'épure.

PAR un autre profil redressé à la queue de la marche en a b c d e f a, on voit le raport & l'usage des lignes de la projection que l'on peut comparer aux profils des figures de tête 192. & de queue 191. de deux marches posées l'une sur l'autre.

Il faut encore remarquer qu'on a fait toutes les lignes des arêtes de coupe paralleles entre elles, pour ne pas les faire gauches; par exemple on a fait la ligne f T parallele à R x, & t z parallele à x g; quoique suivant les bonnes regles elles dussent être tirées toutes les deux, comme des rayons du centre C, parce que les intervalles r o x & f R étant inégaux, & servant de base à des hauteurs égales à G r de l'élevation de la coupe de la tête, la surface qui passeroit par ces lignes seroit gauche hélicoïde, & non pas plane, par les raisons qui ont été données au commencement du second tome pag. 37.

Il en seroit de même de la petite coupe x t, qui s'élargiroit du côté

de la queue, comme on voit en 11 g, & ainsi des autres KL, n r⁺ qu & p p^r; rien n'empêche cependant qu'on ne les puisse faire gauches, les joins en feront plus réguliers, l'exécution en sera seulement un peu moins aisée, au reste on doit regler les bonnes coupes sur les joins de tête les plus aparens.

Aplication du Trait sur la Pierre.

AVANT que de regler l'épaisseur de la pierre qui doit servir de marche, il faut considerer que puisqu'on veut que la tête qui porte le Limon soit d'une même piece que le reste, on sera obligé de la faire plus épaisse qu'il ne seroit nécessaire si la tête étoit d'une piece séparée, parce que les parties du Limon IK, SG, QP, MN, qui sont en coupe, excèdent les lits de dessus & de dessous de la marche, ce qui oblige l'Apareilleur à en faire de suposez pour préparation, qui sont élevez au dessus des vrais lits de la hauteur K e pour le lit de dessus, & 7 Q pour celui de dessous qu'il faudra abattre dans l'exécution, à ces petites parties de coupe près, c'est-à-dire en ne conservant seulement que le petit prisme triangulaire, dont le profil est le triangle IK e au lit de dessus (fig. 188. & 192.) & le triangle d QP au lit de dessous.

On commencera donc par faire un panneau d'un lit de toute la marche qui comprenne la tête L n' n F f T r z avec la queue qu'on n'a pas marqué ici & le retour ZL, & ayant tracé le contour de ce panneau sur les lits de dessus & de dessous en retour d'équerre, on abattra quarrement toute la pierre qui excède le Trait, & l'on appliquera dans le parement creux de la tête du Limon, le panneau SG IK NM PQ, tracé sur du carton pour l'appliquer à cette surface concave cylindrique en pesant dessus pour le faire joindre dans le creux; dans cet état on en tracera le contour, suivant lequel on abattra la pierre quarrement, tenant toujours une des branches de l'équerre parallele au Trait du milieu HO, & l'autre suivant le biveau mixte de la coupe 3'4'7.

On pourroit pour plus de sûreté faire un panneau de l'intérieur du Limon en développant l'arc k' n' pour en faire la base d'un triangle rectangle, qui auroit pour hauteur celle de la marche, plus celle de la coupe prise en K e; l'hypoténuse de ce triangle fait de carton appliqué & plié dans la surface cylindrique du Limon intérieur, formeroit l'hélice de son arête. Les figures 189. 190. 191. & 192. serviront de supplément à ce qui manque à cette explication.

LA fig. 189. fait voir la tête d'une marche par dehors avec la partie

du Limon qu'elle porte, en perspective, avec les petites coupes IK, SG au lit de dessus, & QP, MN au lit de dessous.

La fig. 190. marquée des mêmes lettres, montre la même tête de marche, vûë par dedans aussi en perspective.

La fig. 191. montre par un profil de quelle maniere les marches se recouvrent vers la queue, où l'on a distingué par une hachure la partie de la pierre qui doit être enlevée après la première ébauche des deux lits de préparation, & par une ponctuation le profil de ce qui reste en œuvre.

La fig. 192. montre par un profil le recouvrement d'une marche sur l'autre au Collet, qui est beaucoup plus petite qu'à la queue, & la faillie triangulaire KLN du Limon au devant de l'angle rentrant des marches, laquelle est marquée par une hachure croisée, cette partie a aussi été représentée à la fig. 190. Les parties en parallelogrames IN & GQ représentent le socle & le ressocle, qui débordent le dessus des arêtes des marches, & le dessous du parement inférieur de la Coquille.

Observation sur le Trait de M. de la Ruë.

Je crois devoir faire remarquer ici une erreur du Trait de M. de la Ruë, laquelle peut ne pas être de grande conséquence, lorsque les marches sont en grand nombre à chaque révolution de la Vis, & que l'espace du vuide du milieu est d'un grand diametre, mais qu'il est encore meilleur de ne pas faire.

CET Auteur trace le panneau de tête de la marche qui porte Limon par une projection verticale : or il est évident que le panneau flexible formé sur une telle épure sera trop court étant appliqué dans la surface concave cylindrique du vuide du noyau, suivant le raport de la corde fn à l'arc fFn , qui est considerable dans cet exemple.

SECONDEMENT il est clair que la projection qui se fait d'une surface plane sur un arc, ou d'un arc sur une surface plane, ne donne pas sur cette surface des parties proportionnelles aux divisions de l'arc, puisque les parties de cet arc sont toutes inégalement inclinées à celles de la surface ou de la ligne droite qui lui sert de base, par conséquent les unes se racourciront plus, & les autres moins par la projection; il est, par exemple, visible que l'arc S δ se racourcira plus que son égal $\delta \gamma$, qui est presque parallele à GI.

ENFIN si l'on suppose le creux cylindrique vertical $f F n$ coupé par un plan incliné à l'horison comme KN, qui soit perpendiculaire au plan vertical passant par AB, la section de ce plan sera une Ellipse, & par la nature de la Vis la courbe de l'arête du Limon doit être une hélice ; par conséquent *la pratique du Trait de cet Auteur est fautive en tous points.*

QUANT à la justesse de celui que je viens de donner, elle est claire par la seule construction, & par l'exposition de ce que l'on doit faire, par laquelle nous avons commencé à rendre raison des développemens des lits horizontaux circulaires, des petits lits en coupe & des hélices des arêtes du Limon ; il ne paroît pas nécessaire d'y ajouter d'autre démonstration.

Troisième Espece de Vis à jour,

Où les Limons sont détachés des marches, & s'étendent sur plusieurs têtes.

En termes de l'Art.

DE LA COURBE RAMPANTE.

P R E M I E R E M E N T,

De la circulaire d'une seule piece à l'usage de la Charpenterie & Menuiserie.

DANS le Trait précédent chaque tête de marche portoit son Limon d'une même piece ; dans celui-ci le Limon est un ouvrage à part, dans lequel on fait des entailles, ou si c'est en Charpente, des mortoises, pour y loger plusieurs têtes des Collets des marches tournantes, c'est-à-dire qu'il s'agit ici de faire, d'une grande piece, les parties du Limon qu'on faisoit de plusieurs assises de peu de hauteur égale à celles des marches auxquelles elles étoient adhérentes, ce qui donne occasion à un changement de construction.

- PL. 106. SOIT (fig. 193.) la portion de couronne de cercle AGED 4 B le
 Fig. 193. plan horizontal d'un mur déchifre de Vis à jour, portant de fond comme en $a b m$ DE de la fig. 194. ou la projection horizontale d'un Limon soutenu en l'air en saillie, comme le convexe AB de la fig. 195.
 Fig. 194. qui est un quartier de Vis suspendu ; ou enfin la projection d'un Limon
 & 195. concave comme A' B' d e de la fig. 193.



PAR tous les points A, B, C, D, E du diametre AE, on lui élèvera des perpendiculaires indéfinies, comme AI, CM, EL, &c. puis on divisera le demi cercle B 4 D en autant de parties égales qu'il y aura de marches dans cette partie d'Escaliers.

Nous suposerons dans cet exemple qu'il y en a sept, sçavoir six Collets de marches entiers entre les points 1 & 7, & deux moitez de Collets entre les points B 1 & D 7, suposant leurs autres moitez dans une rampe droite, ou en continuation de révolution dans un autre demi cercle.

PAR tous les points des divisions des marches 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, on tirera du centre C des lignes 1 1^x, 2 2^x, 7 7^x, 6 6^x, &c. qui couperont le côté convexe du Limon AGE aux points 7^x 6^x, &c. par toutes les extrémitez de ces lignes 1 1^x, 2 2^x, &c. on menera des verticales paralleles à la ligne AI.

ON prendra ensuite une base d'élévation sur une ligne A² O, parallele à la ligne AE à telle distance qu'on voudra de cette ligne, laquelle ligne A² O coupera toutes les perpendiculaires provenant des points A, C, E, aux points o¹, o², o³ m^c &c.

ON portera au dessus du point o¹ successivement les hauteurs données des marches aux points 2, 3, 4, 5, 6, 7, & les demies hauteurs des demis Collets B 1, D 7, l'une en dessous de o¹ en z¹, l'autre en dessus de la plus haute de 7 en E²; & par tous ces points O, 1, 2, 3, &c. on tirera autant de paralleles à la ligne AE, qui couperont les verticales élevées sur tous les points A 1^x 2^x, &c. qui font au contour convexe AGB en des points y¹, y², y³, y⁴, &c. par lesquels on tracera à la main la ligne A² y m y E², qui représentera en projection verticale l'hélice qui se forme à l'arête convexe du dessous du Limon, qui passe par les angles de dessous de chaque marche du côté de la Vis.

LES mêmes lignes horizontales passans par les points 1, 2, 3, 4, &c. de la verticale EL, couperont les verticales provenant des points 1, 2, 3, 4, &c. de Parc B 4 D, en des points z¹, z², z³, z⁴, &c. par lesquels on tracera la courbe B² z m z D², qui sera la projection verticale de la courbe de l'arête concave du Limon du côté du noyau vuide, laquelle courbe croisera la précédente A² m E² au point m, qui représente lui seul les deux points de la projection horizontale 4 & G du milieu du Limon entre les points A & E vers les marches, & B & D vers le vuide.

Ces deux courbes étant tracées, on prendra la hauteur que l'on veut donner au Limon, qui doit excéder celle des marches par dessus & par dessous d'une certaine quantité qui est arbitraire, comme de trois ou quatre pouces par plusieurs raisons. 1°. Parce que ce Limon sert d'*Eschiffre* pour y loger les têtes des Collets des marches. 2°. Pour lui donner plus de solidité. 3°. Pour déborder les ressauts que les angles des marches font de l'une à l'autre; l'une de ces hauteurs en dessus s'appelle le *Socle* du Limon, l'autre en dessous le *Reffocle*.

LA hauteur verticale du Limon étant déterminée, par exemple Az , on la portera sur toutes les verticales au dessus des points y de suite, pour avoir la courbe d'arête convexe sur les marches aMe , & de même sur tous les points z pour avoir la courbe concave vers le vuide bMd , laquelle croîsera la précédente en M , comme celle de dessous en m .

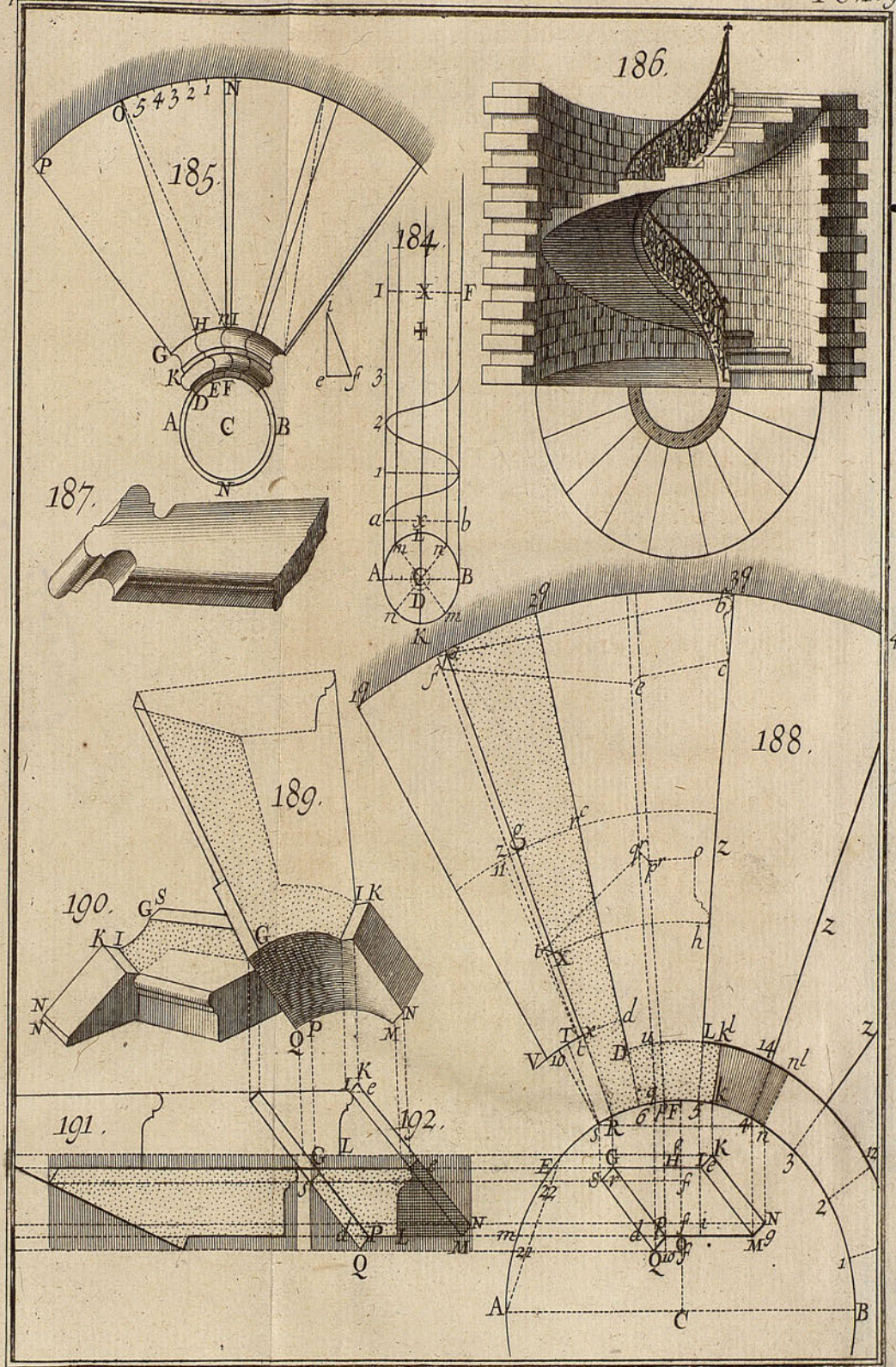
LES quatre courbes des arêtes du Limon étant tracées, comme on les voit dans la figure, on leur menera des tangentes, à vûë seulement en dessus & en dessous, par exemple en dessus par l'angle d qui est le plus avancé, & à peu près vers T où la courbe s'élève le plus; on tirera la ligne LI , à laquelle on menera par le point B^2 une parallèle i / au dessous.

PAR ce moyen toute la projection verticale du Limon se trouvera comprise dans le Rhumboïde IL/i , qui montre quelle doit être l'épaisseur & la longueur de la pierre ou de la pièce de bois qu'on doit tailler pour en faire le Limon, comme il est représenté à la fig. 196. par les mêmes lettres IL/i .

PRESENTEMENT il faut tracer les courbes b^2gd & $I4'L$, qui sont les sections planes du creux cylindrique du noyau vuide $B4D$, & du rond ou convexe du côté des marches AGE , lesquelles courbes, qui sont des Ellipses, comprennent un espace $I4'Ldg b^2$, dont il faut lever un panneau.

IL sera facile de tracer chacune de ces demies Ellipses par le Prob. VII. du 2^e. Liv. pag. 135. ou par le Prob. IX. pag. 145 du même Livre tome I. parce que les grands axes IL de la convexe, & b^2d de la concave sont donnez, & la moitié de leurs petits axes C^24' , & C^2g sont aussi donnez au plan vertical en CG & $C4$; ainsi on pourra tracer ces demies Ellipses par un mouvement continu ou par plusieurs points, comme on a coutume de faire les cerches ralongées.

Nous avons supposé que le Limon faisoit une demie révolution $B4D$



à la fig. 193. mais s'il en faisoit moins, comme par exemple moins Pr. 107.
 d'un quart en $A n B$ (fig. 198.) la construction seroit encore la même. Fig. 198.
 Ayant tiré du centre C de l'arc $A n B$ les lignes CD , CE , CN ,
 il s'agira de changer les arcs de cercles $A n B$ & DNE en arcs d'El-
 lipses de même profondeur, & sur des cordes données, qui feront
 celles que la hauteur des marches comprises dans l'intervale DNE
 donneront; par exemple, dans cette figure ces cordes feront les lignes
 de rampe $a b^2$, $d E^2$, qui se croisent en M , avec lesquelles on fera
 des cerches ralongées par le Corol. III. du Prob. IX. du 2^e. Liv. pag.
 147. mais comme nous devons parler plus au long de cette construc-
 tion, lorsque nous traiterons des Limons tournans & rampans faits de
 plusieurs pieces, nous passons à la pratique de la taille du cas dont
 il s'agit à la fig. 193.

Aplication du Trait sur la pierre ou sur le bois.

POUR trouver la longueur de la pierre ou de la piece de bois qu'on Fig. 193.
 doit employer à faire le Limon d'une piece, on tirera par le point L
 qui est le plus éloigné, une perpendiculaire $L p$ sur la ligne $i l$ prolon-
 gée en p ; la distance $i p$ fera la longueur qu'il convient de donner à
 la pierre ou à la piece de bois, quoique dans la rigueur elle puisse être
 plus courte de l'intervale $e f$ par le haut bout, & $i q$ par le bas;
 mais alors la courbe convexe ne seroit pas toute tracée sur les lits de
 la pierre où le panneau doit être appliqué, sçavoir à droite vers L au
 lit de dessus, & à gauche vers i au lit incliné de dessous; c'est pour-
 quoi il convient pour la commodité & l'exactitude de l'exécution que
 la pierre soit un peu plus longue qu'il ne faut absolument.

L'ÉPAISSEUR de la pierre ou du bois sera donnée par la ligne $L p$,
 & sa largeur par la ligne CG du plan horifontal; ainsi avec ces trois
 dimentions on formera en pierre ou en bois selon la matiere dont on
 doit faire l'Escalier le Parallelepiped $P r$ de la fig. 196. laquelle n'est
 pas relative de grandeur à la fig. 193. faute de place.

ON prendra ensuite la longueur $L d$ de la fig. 193. qu'on portera
 en $L d$ de la fig. 196. puis ouvrant la fausse équerre sur l'angle obtus
 $L d D$, on portera cet angle sur la pierre en $L d V$ de la fig. 106.
 pour y tracer la ligne $d V$, qui doit être en œuvre à plomb comme
 $d D$ de la fig. 193. on prendra ensuite l'intervale $d b^2$ qu'on portera
 en $d b$ sur l'arête IL de la fig. 196. pour tracer par ce point b une
 ligne $b n$ parallele à $d V$. Les quatre points b , d , V & n serviront à
 poser le panneau $I g L d 4^r b^2$ sur les paremens de dessus & de des-
 sous de la piece de bois, comme il est représenté à la fig. 196.

LE contour de ce panneau étant tracé tant dessus que dessous, on abattra la pierre d'une courbe à l'autre avec la règle, qu'on tiendra toujours parallèle à la ligne dV ou bu ; par ce moyen on formera une surface cylindrique $b_4 dV mu$, qui fera le parement creux vû du côté du vuide.

PAR la même manière, on abattra la pierre qui excède le contour convexe IGL , pour former le parement rond du côté des marches, dans lequel on doit loger par des entailles les têtes de leurs Collets.

VOILA déjà deux surfaces verticales du Limon formées, desquelles il faudra retrancher les parties qui excèdent trop le dessus & le dessous des marches, dont les angles s'élevent les uns au dessus des autres suivant les courbes en hélices, auxquelles les arêtes du focle & du reffocle du Limon doivent être parallèles.

IL faut donc tracer ces courbes sur les surfaces cylindriques concaves & convexes chacune en deux endroits parallèlement entre elles, l'une en dessus pour l'arête du focle, l'autre en dessous pour l'arête du reffocle qui forme avec sa compagne le plafond, ou plutôt une portion de coquille égale à la surface de l'épaisseur supérieure, ce que l'on peut faire de trois manières différentes.

LA première par le moyen des panneaux flexibles, qui soient les développemens des portions de surfaces cylindriques, dont l'une est concave, & l'autre convexe, suivant ce qui a été enseigné au Trait de la Vis St. Giles pag. 419. & fig. 230. du tome précédent, ce que nous repeterons en deux mots pour n'y pas renvoyer le Lecteur.

ON fera, par exemple, pour le creux du Limon un triangle rectangle, qui aura, 1°. pour base horizontale l'arc $B_4 D$ développé, c'est-à-dire rectifié en ligne droite, 2°. pour hauteur à plomb la ligne rd de la fig. 293. qui est celle du point d , sur une ligne de niveau br ; l'hypoténuse de ce triangle rectangle achevera le panneau qu'on tracera sur du carton.

Si l'on applique le côté dr sur l'arête dV de la fig. 196. & qu'on apuye sur le carton pour le faire plier, & joindre exactement dans la surface concave bSV le côté du panneau qui en est l'hypoténuse, marquera exactement le contour de l'hélice concave qui est marquée en projection verticale à la fig. 193. en $bM d$.

IL sera facile de tracer l'hélice parallèle en dessus ou en dessous, en faisant le panneau en losange, c'est-à-dire en parallélogramme oblique,

quangle, qui aura pour grands côtez l'hypotenuse trouvée, & pour les deux petits côtez la hauteur verticale du Limon $a A^2$.

PAR la même méthode, on fera le panneau flexible pour tracer l'hélice convexe qui est du côté des marches, en rectifiant l'arc AGE du plan horizontal pour faire la base du triangle rectangle, & se servant de la même hauteur $d r$ qu'on a pris pour l'hélice concave, parce qu'elle est égale à $c R$ pour la convexe, on a représenté deux pareils panneaux à la fig. 199. qui ne sont pas relatifs à la fig. 193. mais qui suffisent pour l'intelligence de ce qu'on vient de dire.

LA *seconde maniere* de tracer les hélices des arêtes supérieures & inférieures des Limons sur leurs surfaces concaves & convexes est un peu moins simple, c'est de tracer dans la surface concave & sur la surface convexe cylindrique autant de lignes parallèles à l'axe, ou ce qui est la même chose aux arêtes $d V$, $b B^2$ de la fig. 196. qu'on élève de perpendiculaires à l'épure de la fig. 193. sur le plan horizontal, c'est-à-dire dans cet exemple, six en dedans, & autant en dehors, suivant les distances prises quarrément égales à celles du plan horizontal $B 1$, 1^2 , 2^3 , &c. pour le creux, & $A 1^*$, $1^* 2^*$, $2^* 3^*$, &c. pour le rond convexe du côté des marches. Ensuite on prendra successivement toutes les hauteurs de ces lignes sur la base horizontale $A^2 O$, si le Limon porte de fond comme à la fig. 194. mais s'il est en l'air comme à la fig. 193. on ne peut prendre ces hauteurs pour les porter dans la pierre ébauchée à la fig. 196. parce qu'elle est vuide au dessous de l'arête $B^2 V$; alors il faut prendre la différence de chacune de ces hauteurs, & la porter successivement au dessus de la ligne de niveau que donnoit la hauteur précédente, comme 4'0, 5'0, 6'0, sur lesquelles on portera les différences des hauteurs om , oz^5 , oz^6 , &c. de la fig. 193. qui donneront les points s , 5 , 6 , d , &c. par lesquels on tracera à la main ou avec une règle pliante l'hélice concave, que l'on cherche, & sa parallèle au dessous, de même la convexe & sa parallèle en dessous pour le plat-fond du limon.

LA *troisième méthode*, qui est celle dont se sert M. de la Ruë, est encore plus composée, ordinairement peu correcte dans l'exécution, & demande une autre épure que celle de la fig. 193. c'est de faire deux cerches ralongées sur les lignes droites $a e$ & $b d$, qu'on n'y a pas tracé pour éviter la confusion, mais qu'il est aisé de faire; car si le Limon fait une demie révolution complète, ce sont deux demies Ellipses à décrire sur des axes donnez; sçavoir, pour la concave le grand axe $b d$, & le demi petit axe $C 4$ du plan horizontal, & pour la convexe on a le grand axe $a e$, & pour moitié du petit axe la ligne CG du plan

Afymptotiques $ac . bc :: ec . dc$, & en divifant $ac - bc = ab . ec - dc = ed :: ac . ec :: bc . dc$; or ac moitié du grand axe eft plus grand que ec , donc ab eft plus grand que ed ; ce qu'il falloit démontrer.

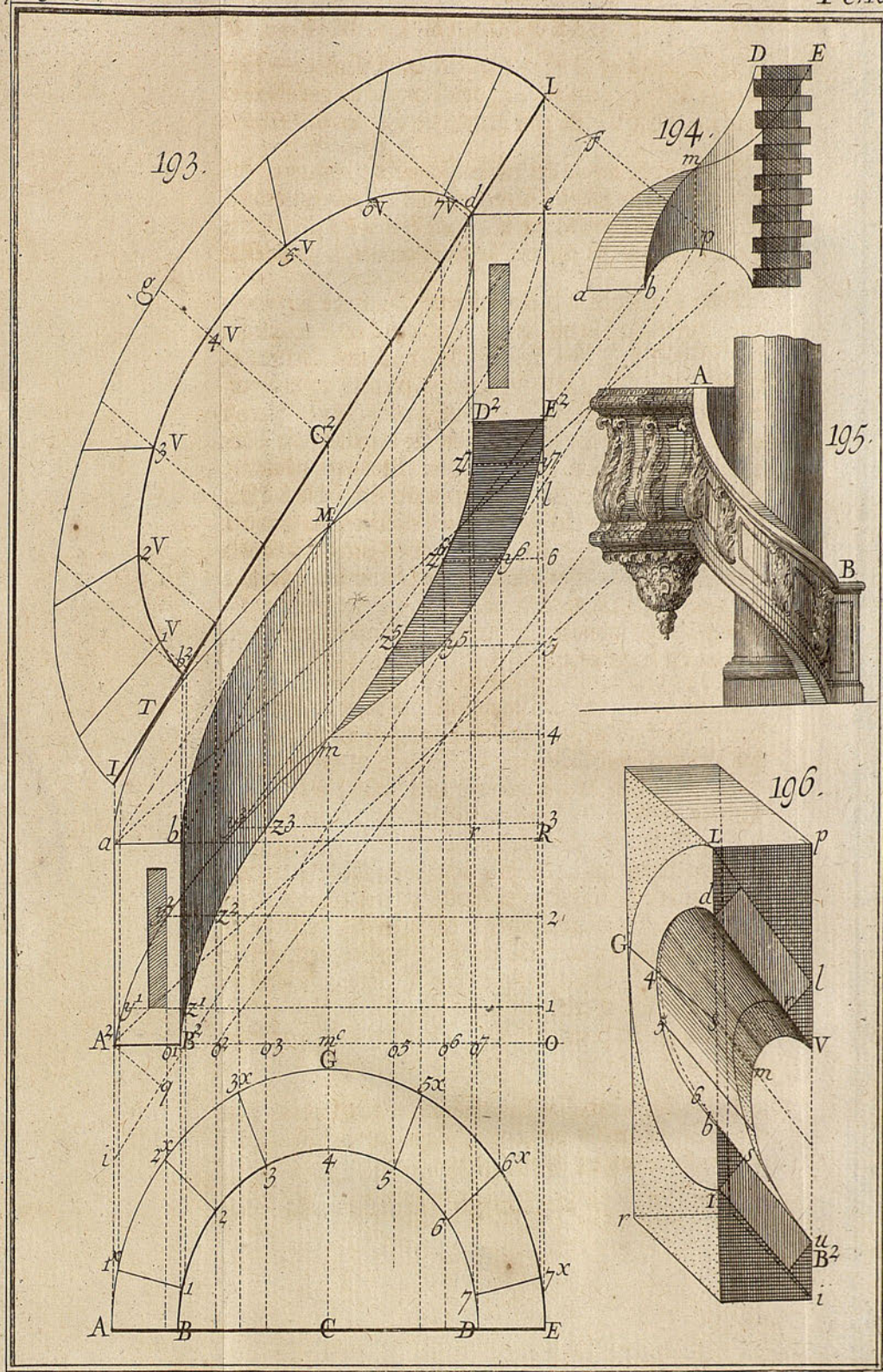
IL en eft de même des autres diametres conjuguez, qui ne font pas égaux, donc les Ellipfes Afymptotiques ne peuvent avoir leurs circonférences équidiftantes, car fi ab eft égal à ed , ac fera égal à ce & $bc = dc$, alors les courbes font des cercles & non des Ellipfes.

D'ou il fuit que fi la circonférence du vuide du noyau eft Elliptique, l'arête du Limon, qu'on veut faire d'égale épaisseur ne peut être une Ellipse, mais une Epicycloïde, qu'il faut décrire, comme nous l'avons dit au 2^e. Liv. pag. 141. en prenant au contour de l'Ellipse donnée plusieurs points à volonté, pour fervir de centres à autant d'arcs que l'on fera avec la mefure de l'épaisseur du Limon, donnée pour rayon; la ligne courbe tangente à tous ces petits arcs fera l'Epicycloïde demandée, laquelle n'étant pas femblable à l'Ellipse donnée, fera néceffairement des jarrets aux extrémités du grand axe, comme le montre la fig. 117. du 2^e. Liv. & ce jarret fera d'autant plus fenfible & choquant, que l'épaisseur du Limon fera grande à l'égard des diametres de l'Ellipse donnée, parce que les rayons des petits arcs de cercles qui forment l'Epicycloïde, fe croifent vers le grand axe, où ils font un angle rentrant.

LA feconde raifon de l'impossibilité de faire un Limon d'égale épaisseur, lorsqu'une de fes arêtes eft Elliptique, même par imitation, comme lorsque l'espace Elliptique eft changée en Ovale par un assemblage d'arcs de cercles, eft démontrée au 2^e. tome à la pag. 390. & à la fig. 205. où l'on fait voir que les arcs concentriques font impossibles, lorsque la distance de l'arc intérieur à l'extérieur eft plus grande que celle du centre qui a été pris pour foyer fur le grand axe: car alors la figure infcrite n'ayant plus quatre centres comme la grande ovale, & les fuivantes jusqu'au foyer, elle n'est plus une ovale, mais une figure de fuseaux comprise par deux arcs de cercles égaux, qui fe croifent fur le grand axe, ce que le Graveur a mal exprimé à la fig. 205. où il a cru, malgré le modele de mon deffein, qu'il devoit arondir les pointes F & f; c'est une faute à corriger à la planche 59.

LES irrégularitez font donc inévitables aux Limons qu'on veut faire d'égale épaisseur fur un contour Elliptique ou Ovale, à l'une de fes arêtes du dedans ou du dehors.

AINSI il n'est pas étonnant que Maître Blanchard fe foit aperçu de



quelque jarret vers les extrémitez des grands axes de la courbe rampante sur une ovale ; cette observation fait voir qu'il travaille avec soin, & qu'il a du gout dans ce qu'il fait, puisqu'il a découvert sans le secours de la Géometrie, une imperfection peu sensible, qui avoit échappé aux Artistes qui l'ont précédé ; mais le remède qu'il a voulu apporter fait voir qu'il auroit eu besoin de cette science, & son stile, qu'il avoit besoin d'un peu d'étude pour écrire.

„ J'AI remarqué (dit-il, chap. 15.) dans le Traité de la courbe rampante de quelques Auteurs, qui disent qu'on peut faire toutes sortes de plans tant réguliers qu'irréguliers ; ils enseignent par leurs principes que les lignes des courbes ou Echiffres qui croisent, doivent partir du dedans de l'extrémité de la courbe rampante ; mais ayant fait la preuve de leur opération, j'ai remarqué (sur plusieurs plans irréguliers tel qu'est celui-ci *, qui est demi-ovale,) qu'ils se sont trompez, & que la courbe se trouve estropiée dans son flanc : il faut que les susdites lignes soient prolongées plus que de l'extrémité du dedans & du dehors ; ce qui cause cette difficulté, sont les têtes de l'ovale, qui sont plus concaves que les flancs ; ceux qui en feront en grand ou petit, traceront leurs marches sur la courbe débillardée seulement, ils en verront la verité, & l'expérience la leur fera mieux voir que la plume ne le peut expliquer, ni le Trait le faire connoître.

* La figure 197 est le même plan réduit en petit.

Ce discours est d'un Ouvrier sans théorie, qui ne conçoit d'autre moyen de s'instruire que celui de la pratique, ignorant que la plume (tout au contraire de ce qu'il dit) peut *mieux exprimer* les défauts que l'expérience, parce que les raisonnemens Géométriques vont à un point de délicatesse, où le dessein le plus parfait ne peut atteindre ; c'est par ce raisonnement que nous condamnons la correction qu'il veut faire au défaut qu'il a remarqué ; car quoiqu'elle soit si mal énoncée, & si peu relative à sa figure, qu'elle est à moitié indevinable, il y établit une regle de hauteur constante pour des cas variables de hauteur & de contour d'hélice, „ comme il est d'usage, dit-il, pag. 47. au verso, que l'on ne donne que six pouces de hauteur de chaque marche ; à la premiere, „ vous n'en donnerez que quatre & demi ; qu'elle soit plus haute ou plus basse, vous suivrez toujours la même proportion. Par cet exposé on peut juger de la justesse de sa correction, mais suivons notre examen.

C'EST le propre des hélices mal décrites de faire des jarrets ; or celles qui sont tracées sur des plans ovales par des points provenans des divisions égales des girons & des hauteurs des marches, sont mal décrites, donc elles doivent faire des jarrets.

PREMIEREMENT il est clair par ce que nous avons dit ci-devant, que les projections des arêtes des Limons ovales d'égale épaisseur n'étant pas des figures semblables ni semblablement divisées, ne produisent pas des hélices semblables ; ainsi faisant l'hélice de l'arête du côté des marches relativement à leurs giron & hauteurs, celle du côté du vuide, faite par le même rapport, aura des parties différemment inclinées à l'horison, je veux dire, d'une manière qui ne sera pas uniforme, comme on le démontrera ci-après.

BLANCHARD semble avoir senti cette différence, lorsqu'il a dit, pag. 52. & 54. *qu'il ne falloit pas s'arrêter aux hauteurs précises des marches.*

COMME la courbe du côté du vuide de la Vis à jour est la plus aparente, il semble qu'on doit en faire l'hélice primitive & la plus régulière, parce que la secondaire, qui est sa compagne du côté des marches, sera toujours moins régulière dans les Limons sur base ovale d'égale épaisseur.

POUR le prouver nous supposerons, si l'on veut, que la projection de la Vis est une ovale plus correctement tracée que celle de la planche 20^e. du livre du Sr. Blanchard, qui est composée d'arcs de cercles qui font des jarrets à leur jonction, sur laquelle cependant réduite en petite, & marquée des mêmes lettres, nous allons faire notre raisonnement.

PREMIEREMENT, si l'on fait l'hélice primitive à l'arête du Limon du côté des marches, il est clair par la nature de l'Ellipse qui en est la projection, ou de l'ovale qui est l'imitation de l'Ellipse, que les largeurs des giron étant égales au Collet contre le Limon courbe, les cordes de ces divisions égales n'auront pas, comme dans le cercle, même rapport à leurs arcs, mais que ces arcs seront d'autant plus grands à l'égard de leurs cordes, qu'ils approcheront du grand axe, & d'autant plus petits qu'ils approcheront du petit axe.

OR faisant les giron des marches, suivant l'usage ordinaire, d'égale largeur & hauteur, les arcs d'hélice, qui répondent à des divisions égales de leur base auprès du grand axe, auront une égale hauteur à parcourir en rampe, que ceux qui seront près du petit axe, quoiqu'ils soient plus grands en contour, donc l'hélice sera plus couchée vers le grand que vers le petit axe, ce qui est contraire à la correction de Maître Blanchard, & qui est cependant évident & sans réplique.

SECONDEMENT, si l'on fait les divisions des giron de marches égales sur une ovale moyenne prise au milieu de leur longueur, comme il

le pratique à la fig. 22. & que l'on tire ces marches d'un seul & même centre à la projection. Il est clair que si l'on prend ce point au centre D de l'Ellipse, le défaut de la division augmentera au collet ou à la queue des marches, ou elles feront inégales ; & si l'on prend ce point en F dans le petit axe prolongé, comme il fait à la fig. 120. hors du centre de l'ovale, & qu'il divise en parties égales un contour de la base du Limon en dedans ou en dehors ; celui de l'ovale qui répond à l'autre arête sera divisé en parties d'autant plus inégales que ce point F sera près ou loin du grand axe, & cependant ces arcs inégaux feront les bases des hauteurs des marches égales ; donc l'inclinaison de l'hélice changera à chaque marche, & par conséquent la progression de son élévation en rampe, n'étant pas uniforme, elle fera des jarrets, *ce qu'il falloit secondement démontrer.*

AINSI supposant l'hélice primitive prise à une des arêtes du Limon, par exemple au dedans sans jarret, sa compagne à l'arête extérieure en fera nécessairement si le Limon est d'égale épaisseur.

Et supposant la base de deux Ellipses semblables, il est encore vrai que les divisions des arêtes des marches prolongées ne pourroient couper ces deux courbes en parties proportionnelles tant qu'elles seront droites ; une telle division ne peut se faire que par une ligne courbe, comme nous l'avons fait voir au 2^e. tome, en parlant des Voutes en Sphéroïdes pag. 392. Nous allons rendre plus sensible ce que nous venons d'avancer par la fig. 197. qui est celle de Maître Blanchard *Fig. 197.* reduite en petit.

Soit la ligne ND, la moitié du grand axe de la projection en ovale de la courbe rampante, DM celle du petit axe, soit E le centre des marches, F celui de l'arc YM sur le petit axe, C celui de l'arc NY sur le grand axe, & de son concentrique H q.

IL est déjà évident que la première marche tirée du centre E par le point H retransche du contour de l'ovale extérieure l'arc N 13 ; par conséquent que l'arc d'ovale 13 M n'est plus semblable à l'arc HI intérieur, puisque celui-ci est un quart complet, & que l'autre est tronqué de sa partie 13 N, donc l'hélice extérieure de l'arête de la courbe rampante ne fera plus compagne de celle du dedans, puisqu'elle parcourt une moindre partie du contour de sa base que l'intérieure, ainsi dans son espece elle fera plus roide.

CE n'est pas encore là toute la différence de ces hélices entre elles, car non seulement leurs mouvemens d'élévation sont inégaux de l'une

à l'autre, mais encore dans chacune en particulier, de sorte qu'elles font encore des jarrets respectivement.

SUPPOSANT le point Y à la jonction des deux arcs de cercles tracez de différens centres pour former l'ovale, sçavoir NY du centre C, & MY du centre F; il est clair que la ligne YE, qui sera la direction d'une des marches, ou de son arête, ou de son milieu, ou du tiers de son giron, &c. ne passera par aucun de ces centres, ou tout au plus ne pourra passer que par un des deux, puisque les trois points F, E, C, ne sont pas en ligne droite; par conséquent elle ne peut passer par les jonctions des deux arcs Y & q, qui doit être suivant la bonne construction dans la ligne FY, qui passe par le centre C, donc la ligne EY ne peut diviser proportionnellement les contours des ovales extérieures & intérieures.

CAR si la ligne de direction de la marche passe par le point Y à l'arc extérieur, elle passera par un point y à l'intérieur en dessus du point q de la jonction, donc l'arc H y est d'un plus grand nombre de degrés que l'extérieur NY, lequel est déjà tronqué par la direction E 13 de la première marche de la partie N 13, par conséquent l'arc Y z 13 est considérablement plus petit en nombre de degrés que l'arc y RH, mais les hélices auxquelles ils servent de base doivent s'élever à même hauteur depuis leur départ H 13 qui est de niveau, jusqu'à leur arrivée à la hauteur donnée y Y, qui est aussi égale en Y & y, donc l'hélice extérieure sera considérablement plus inclinée que l'intérieure sur H y, ce que nous avons déjà prouvé ci-devant.

MAIS on va voir que le contraire de ces différences d'inclinaisons arrivera depuis les points y & Y vers le petit axe DM; car puisque les arcs NM & HI sont semblables en ce qu'ils sont chacun un quart d'ovale, & que l'arc y H est plus grand que l'arc YN, l'arc MY sera plus grand que l'arc I y, & cependant les hélices qui les ont pour bases s'élèvent à même hauteur l'une & l'autre, depuis la ligne Y y, qui est essentiellement de niveau à la ligne MI, laquelle est aussi de niveau à une hauteur donnée d'une marche & un tiers, par exemple de huit pouces, donc la partie d'hélice extérieure YM sera plus inclinée que celle de l'intérieure y I, quoique son autre partie Y 13 fût plus roide que l'intérieure y H; par conséquent ces deux hélices ne s'élèvent pas d'un mouvement uniforme, donc chacune d'elles fait un jarret respectivement en différent sens à la jonction des arcs de cercle de leur base suivant la ligne Y y, *ce qu'il falloit en second lieu démontrer.*

DONC si l'intérieure est régulière, l'extérieure fait nécessairement des jarrets, & au contraire.

DE cette connoissance des hélices sur une bafe ovale, on conclura facilement que Maître Blanchard, n'ayant pas connu d'où venoient les jarrets, n'a pû y apporter un bon remede ; on peut même dire que les irrégularitez, ou dans les girons des marches, ou dans les arêtes de la courbe rampante du Limon, font inevitables.

CAR 1°. si l'on veut que l'hélice primitive en dedans soit réguliere, l'extérieure ne le fera pas, ou la surface supérieure du Limon, que j'appelle Plano-hélicoïde, ne fera pas réguliere à son tour, parce qu'elle ne fera pas comprise entre deux hélices compagnes ; si l'on prend l'hélice extérieure primitive réguliere, il en fera de même à l'égard de l'intérieure secondaire.

2°. Si l'on veut que les girons des marches au collet ou à la queue, selon que le Limon est concave ou convexe, soient parfaitement égaux à la jonction de la courbe rampante, les jarrets de cette courbe font inevitables au dedans & au dehors, comme on vient de le démontrer.

3°. Si l'on fait la courbe de l'hélice réguliere, & qu'on veuille qu'elle passe par les arêtes des marches, ou parallelement à ces arêtes, il faut que les girons soient inégaux au collet, ou à la queue si le limon y est, ou ce qui est tout-à-fait impraticable que leurs hauteurs soient inégales, c'est cependant l'expédient que prend Maître Blanchard pour faire la correction du jarret, lorsqu'il dit qu'il ne faut donner que *quatre pouces & demi de hauteur à la premiere marche*, quoique les autres en aient six, & qu'il faut diviser le reste en parties égales, ce qui ne peut en aucune façon ôter le jarret, comme nous venons de le démontrer. Il faudroit diminuer sur les hauteurs de suite proportionnellement, ou élargir, & resserrer les girons, comme le demanderoit l'hélice de la courbe rampante débillardée, & faite sur une hauteur totale donnée pour un certain nombre de marches, faisant l'arête de l'hélice primitive du côté le plus aparent, lequel est quelquefois le convexe comme aux rampes des chaires de Prédicateurs fig. 195. & au quartier de Vis suspendu, & le concave dans les Escaliers de Vis à jour, sans s'embarraffer du parallelisme de cette hélice avec les arêtes des marches, si on les veut absolument égales à la queue ou au collet, ou leur donnant un peu plus & moins de largeur, si l'on veut conserver ce parallelisme de l'arête de la courbe avec celles des angles des marches.

QUANT à cette correction, soit des hauteurs, soit des largeurs des girons, il est évident qu'elle dépend de l'inégalité des axes des ovales qui rendent les hélices plus ou moins rampantes vers le grand & vers le petit axe, à quoi Maître Blanchard n'a eu aucun égard.

DE ce que nous venons de dire des inégalitez des hélices aux arêtes extérieures & intérieures des Limons en courbes rampantes, il est aisé de conclure que plus les intervalles de ces hélices feront grands, plus aussi les jarrets de la secondaire feront sensibles, si elle est formée sur le même Trait provenant des marches égales tracées d'un même centre E ; de sorte que si ces intervalles devenoient très grands, comme dans ces Vis vûës des deux côtez, à doubles Limons aparens vers le creux & vers le rond, comme on en voit souvent à des perrons ; les jarrets deviendroient extrêmement sensibles, si on pouvoit les voir tous les deux ensemble ; mais alors chacun des Limons doit être fait à part relativement à la partie des marches qu'il termine au collet ou à la queue.

Seconde construction de la Courbe rampante, lorsqu'elle est faite de pierre de plusieurs pieces.

LA différence qu'il y a dans la construction des Courbes rampantes de bois avec celles de pierre de plusieurs pieces, consiste en ce que pour le bois on fait les joins en lit à plomb, pour assembler les pieces suivant le fil du bois à tenons & à mortoises, ou à clef, & que pour la pierre il faut faire ces joins en coupe inclinée à l'horison, à peu près perpendiculairement à la direction rampante du Limon, afin que les pieces puissent s'appuyer les unes sur les autres, ce qui occasionne une différence de construction.

Fig. 198. SOIT (fig. 198.) une portion de couronne de cercle DNEB n A, la projection horisontale du Limon tournant & rampant, que nous appellons simplement avec les Ouvriers, *Courbe rampante*, laquelle projection est comprise par deux arcs de cercles semblables A n B, DN E, dont le centre commun est en C, & qui ont pour cordes les lignes AB, DE, qui sont traversées à leur milieu par une verticale CM c^2 prolongée indéfiniment, laquelle est par conséquent perpendiculaire à ces cordes.

ON menera des paralleles à cette verticale par les points A, B, D E, pour servir à former l'élevation de la courbe rampante, & on les traversera par une ligne horisontale OR, placée à volonté, pour lui servir de base.

PAR un point a pris à volonté sur la verticale A a , on menera $a d$ parallele à OR, qui donnera le point d sur la verticale D d ; puis ayant prolongé l'horisontale $d a$ en O, où elle coupera la verticale E e , on portera au dessus du point O la hauteur de toutes les mar-

ches, & parties de marches comprises entre les points A & B, qui est la même que celle qui est comprise entre les points D & E, qui sera par exemple, la hauteur $O'E^2$; & parce que les points B & E sont de niveau, on tirera par le point E^2 l'horizontale E^2b^2 , qui coupera la verticale B b^2 au point b^2 , par lequel, & par le point d , on menera l'inclinée db^2 ; & si l'arc AB ou DE est un peu grand, on prendra un point t un peu plus haut que d , pour tirer tT .

ON tirera aussi par les points d & E^2 la ligne dE , & par les points a & b^2 la ligne ab^2 , qui croisera la verticale du milieu CM au point M; ces lignes sont les projections verticales des cordes AB & DE du plan horizontal, ralongées par la rampe, & ainsi croisées pour que leurs extrémités d & a , b^2 & E^2 soient à même hauteur.

PRESENTEMENT il faut déterminer la position des joins de lit en coupe sur un plan vertical passant par la corde AB du parement creux de la portion de tour, dont l'arc A n B est la projection, ce que l'on peut faire en deux manières.

PREMIEREMENT si l'on veut se contenter pour abréger l'opération d'une coupe à peu près perpendiculaire, il suffira de tirer au point a une perpendiculaire aP à la ligne ab^2 , sur laquelle ayant pris à volonté un point P, qui détermine la largeur aP de la courbe rampante, c'est-à-dire du Limon, on tirera par le point P une parallèle à ab^2 , qui coupera la verticale B b^2 au point b , d'où l'on tirera une autre perpendiculaire à la ligne ab^2 qu'elle coupera au point K, le parallélogramme $aKbP$ fera le panneau de doële plate à faire au devant du parement creux & vertical du Limon.

COMME cette opération ne fait pas le joint de lit exactement à angle droit sur les arêtes courbes du Limon, parce qu'il faut qu'il soit un peu obtus dans la projection verticale pour être droit dans le creux, il faut opérer sur le développement de la surface concave du Limon du côté du vuide, & sur celui de la surface convexe du côté des marches, ce qui rend l'opération plus longue & plus embarrassante sans beaucoup de nécessité, si l'arc A n B est d'un petit nombre de degrés, comme lorsqu'il est au dessous du quart de cercle; mais elle sera convenable si l'arc, qu'une des pièces du Limon peut comprendre, étoit beaucoup plus grand; nous la mettons ici pour qu'on puisse opérer avec toute la précision possible, quand on le jugera à propos.

ON rectifiera l'arc de cercle nA pour en porter la longueur sur la base OR de l'élevation, depuis son milieu m' en a^d d'un côté, & en b^d de l'autre

PAR le point a^d on élèvera la verticale $a^d V$, qui coupera l'horizontale $a d$ en V , par où on tirera la droite VM , sur laquelle on fera un angle droit $MV u$; la ligne $V u$ fera la position du joint de lit en coupe sur le développement, sur laquelle on prendra la largeur $V u$ que l'on veut donner au Limon dans son parement creux.

PAR le point u , on menera une horizontale $u x$ perpendiculaire à l'axe CM , qu'elle coupera en x , & prenant cette longueur $u x$ par parties, on la repliera sur l'arc $n A$ de n en p , par où on menera une parallèle à l'axe CM , qui coupera la ligne $u x$ en un point P , plus près de x que le point u , par lequel P on tirera au point a une ligne $a P$, qui fera la projection verticale du joint de lit en coupe que l'on cherche, ou plutôt ce sera la corde de sa projection qui devrait être une ligne courbe un peu Elliptique.

ON menera ensuite par le point u une parallèle à la ligne VM , pour avoir l'arête inférieure du Limon; mais comme le point u est ici, & ordinairement très près du point P , nous n'avons pas jugé à propos, pour éviter la confusion, de multiplier les lignes qui peuvent se confondre; cette ligne coupera la verticale provenant du développement en un point près de b , que je prends aussi pour b à l'intersection de la ligne verticale $B b^2$, & de l'inclinée $P b$.

ON menera par le point b une parallèle à la ligne $a P$, qui coupera $a M$ prolongée en H , où le développement ne peut donner aucune différence sensible, parce qu'il est trop près de l'axe CM ; le parallélogramme $a H b P$ fera la projection verticale de l'intérieur creux de la pièce de Limon en coupe.

POUR avoir la projection verticale de la partie convexe du côté des marches, il faudroit faire de même le développement de la surface cylindrique, si l'on vouloit opérer avec une grande précision; c'est ainsi qu'en use M. de la Ruë, mais il en résulte un inconvénient qui doit faire rejeter son Trait, c'est qu'il rend la surface du lit gauche, au lieu qu'elle doit être plane, parce que les joins montans qu'on avoit fait parallèles entre eux au développement, ne le sont plus dans le renveloppement à la projection verticale, d'où il suit que le lit est gauche.

IL suffira pour la pratique de mener par le point m' , où la ligne $P b$ coupe celle du milieu MC , une parallèle GL à la ligne $d E^2$, & par le point d , une parallèle au joint $a P$, laquelle coupera GL au point G , duquel ayant tiré la ligne GP , on aura le trapeze $a PG d$, qui fera la projection verticale du lit inférieur de la pièce de Limon qui fait la courbe rampante.

POUR la facilité de l'exécution, on prolongera le côté aP en F , où il coupera l'horizontale GF menée par le point G , & alors le panneau de lit se changera en un autre trapeze $aFGD$, dont on verra ci-après l'utilité.

La projection verticale du lit de dessus se tracera de la même manière ; par le point H , on menera l'horizontale HI parallèle à OR , qui coupera la ligne de rampe convexe dE^2 au point I , par lequel on menera une parallèle au joint HB , qui coupera GL au point L ; le trapeze $HILb$ fera la projection verticale du lit supérieur, qu'on changera pour la commodité de l'exécution en un plus grand $HILQ$, en prolongeant Hb jusqu'à l'horizontale LQ .

PAR le moyen de ces projections verticales, on cherchera les projections horizontales. Premièrement en menant Gg parallèle à CM , on aura le point g d'intersection avec l'arc DNE ; & menant à la même une parallèle Ff , on aura par son intersection avec la corde AB un quatrième point f du trapeze $Dgf\Delta$, qui fera la projection horizontale du lit $dGFa$, & en même tems $DgpA$ fera celle du vrai lit $dGPa$.

La projection du lit de dessus fera un peu différente ; on menera par le point L la verticale Ll , qui coupera l'arc DNE au point l , & par I la verticale Ii , qui donnera sur le même arc le point i , on prolongera la corde AB vers q ; la verticale abaissée du point Q donnera par son intersection le point q , & celle qui sera abaissée du point H sur l'arc A^2B , donnera sur cet arc le point b ; le pentagone mixte $ilqb$ fera la projection du lit de dessus ; mais pour la commodité de l'exécution, il convient de prolonger le côté ib en K où il coupe la corde AB , & du point K , élever une verticale Kk , qui coupera l'horizontale Ih en k , ce qui change la projection verticale du lit de dessus $HILQ$ en une plus grande $kILQ$.

LES projections verticales & horizontales étant données, il sera aisé de former les panneaux de lit suivant nos règles générales expliquées au 3^e. Liv. dans les Prob. X & XI, nous prendrons la méthode du XI qui emploie les diagonales.

PAR exemple, pour le lit de dessus, ayant tiré à la projection horizontale la diagonale IK , & à la verticale la diagonale kL , on en cherchera la valeur, parce que l'une & l'autre sont raccourcies par la projection.

POUR cet effet, on prolongera l'horizontale LQ jusqu'à ce qu'elle

Fig. 200.

rencontre en S la verticale kK , sur laquelle elle donnera la hauteur kS du point k sur le point L ; on portera ensuite la longueur de la diagonale Kl de la projection horizontale en Sb ; puis ayant pris la longueur $b k$, on la portera en une figure à part, comme à celle cotée 200. pour servir de base à un triangle Kbl , qu'on formera avec le côté kb pris à la projection verticale, & la valeur du côté bl qu'il faut trouver en portant la projection horizontale sur la ligne LS de W en σ ; la distance σb fera la valeur que l'on cherche, avec laquelle, comme rayon, & du point b de la fig. 200. pour centre, on fera un arc, qui coupera celui qui a été fait avec kb de la projection verticale au point b de la fig. 200. ensuite sur la même base Kl , on fera un second triangle KIl avec la ligne KI prise à la projection horizontale en Ki , & la valeur de la corde il , qu'on trouvera en portant cette corde du point Δ en x qui est un peu au-delà de L ; la distance xI fera cette valeur avec laquelle pour rayon, & du point I de la fig. 200. pour centre, on fera un arc qui coupera au point I , celui qui aura été fait avec le rayon Ki , & du point K de la fig. 200. pour centre, le trapèzoïde $KbIl$ fera le panneau ébauché du lit de dessus que l'on cherche, lequel est un peu plus grand qu'il ne faut d'un triangle mixte Kbb , c'est pourquoi on portera la longueur Kb du plan horizontal en Kb de la fig. 200. & l'on tirera la corde bb .

Il reste présentement à tracer les côtes courbes de ce panneau bn & IeL , qui sont des arcs d'Ellipse, lesquels sont ordinairement si peu courbes, qu'il suffit d'en avoir les points de leur milieu pour les tracer avec une règle pliante.

Ces points de milieu seront faciles à trouver en divisant les cordes de la projection horizontale il & bB en deux également aux points 9 & 8, sur lesquels on élèvera les perpendiculaires $e9$, $n8$, qui seront les flèches de ces arcs qu'on transportera à la fig. 200. aux endroits marquez des mêmes lettres $e9$, $n8$, & le panneau du lit de dessus sera achevé.

On tracera de même celui de dessous, tel qu'on le voit à la fig. 201. par le moyen de la valeur de la diagonale Df , qu'on trouvera en portant sa longueur sur l'horizontal rF de l'élévation en rz ; la distance zd fera la valeur qu'on cherche, laquelle étant transportée à la fig. 201. en df servira de base commune aux deux triangles dGf , & daf qui servent à donner les points des angles du panneau; du point d pour centre, & de l'intervalle DA pris à la projection pour rayon, on décrira un arc vers a à la fig. 201. & du point f pour centre, & de l'intervalle Fd pour rayon pris à l'élévation, on décrira un autre

arc, qui coupera le précédent en a de la fig. 201. ensuite du même point f pour centre, & de l'intervale fg pris à la projection horizontale, on décrira un arc vers G de la fig. 201. & du point d pour centre, & de l'intervale de la valeur de dG pour rayon, on en décrira un autre qui donnera le point G ; cette valeur se trouvera en portant la corde Dg de la projection horizontale en $r a$ sur l'horizontale rG prolongé, l'intervale da fera la valeur demandée.

On aura donc le trapezoïde $dafG$ de la fig. 201. pour l'ébauche du panneau du lit de dessus, qui est trop grand de deux triangles GfP & aPY qu'il en faut retrancher; pour cet effet, on prendra la longueur PF de l'élevation, qu'on portera en Pf de la fig. 201. & l'on tirera la ligne PG ; ensuite on prendra la longueur pf de la projection horizontale, qu'on portera sur fG de la fig. 201. en fp , & l'on tirera la ligne pa qui coupera PG en Y ; la figure $d a YG$ fera le panneau que l'on cherche, dont les côtez deG , anY seront arondis, comme ceux du lit de dessus dont nous venons de parler, par le moyen des flèches $5n$, $7e$, pour changer les arcs de cercles DeG , Anp en arcs d'Ellipses, comme il a été dit au Prob. IX. du 2^e. Liv.

Il reste présentement à tracer les panneaux de sections cylindriques inclinées, qui sont nécessaires pour former les portions de tour creuse du côté du vuide, & de tour ronde du côté des marches, qui sont les paremens verticaux du Limon, c'est-à-dire qu'il faut faire des courbes ralongées de la même manière que nous l'avons dit pour la courbe rampante d'une piece pag. 302. la seule différence qu'il y a, c'est que les joins de lit n'étant pas à plomb, les panneaux du dessus & du dessous ne sont pas les mêmes; dans cet exemple le panneau du dessus est la portion de couronne d'Ellipse $d I H' a'$, & pour celui de dessous, c'est la portion de couronne $g' l' b' p'$, qui sera portion de la même Ellipse si le vuide est circulaire, mais celle-ci sera une portion de couronne d'Ellipse différente de celle du panneau précédent, en ce qu'elle sera plus ou moins concave selon qu'elle s'approchera ou s'éloignera du grand axe.

La terminaison de ces deux panneaux de section oblique suivant la ligne de , ou si l'on veut tT prise à volonté, est donnée par la prolongation des verticales jusqu'à cette ligne de pP en P'' , où faisant en retour d'équerre $P''p'$ égale à zp de la projection, on aura le point p' qu'on cherche, ainsi du point H' , r , d' , I , l' en dehors.

La manière de tracer ces arcs d'Ellipses ralongez des arcs de cercles dont on a la projection horizontale, a été donnée en plusieurs endroits.

de cet ouvrage , & en dernier lieu en parlant des joins de tête de la porte en Tour ronde ou creuse.

M. de la Ruë au lieu des panneaux que j'emploie pour la formation des surfaces cylindriques concaves & convexes , se sert des cerches formées sur les cordes rampantes $a b^2$, $d E^2$, mais cette méthode me paroît plus embarrassante , & même moins correcte dans l'exécution , parce que pour faire usage de ces cerches , il faut prendre garde de ne les pas incliner plus ou moins qu'il ne faut à l'égard du plan vertical auquel elles doivent être perpendiculaires , ce qui est difficile d'observer , & qui peut occasionner de fausses plumées dans leur contour.

Nous ne parlons point ici de panneaux de développement pour tracer les hélices sur les surfaces courbes des paremens verticaux ; comme les pieces de Limon de pierre sont rarement bien longues , on peut suppléer aux panneaux flexibles par l'application d'une regle pliante appuyée sur les deux extrémités données aux angles de la pierre du côté convexe & du côté concave.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour servir d'une espece de doële plate au devant de la surface concave du Limon , qui est en situation verticale , on y appliquera un panneau à cinq côtes pris à l'épure sur la figure $a' f b' F a a'$, dont le côté $a' a$ est à plomb ; ce qu'il faut observer pour bien faire l'excavation du parement creux.

ON abattra la pierre suivant cette ligne $a' a$ avec le biveau formé sur l'angle DAB de la projection horizontale , tenant ses deux branches d'équerre à la verticale $a' a$; puis on fera couler le biveau dans la même situation toujours parallèlement à lui-même le long du côté $a F$, abattant la pierre suivant cette ligne , à laquelle les branches du biveau , feront obliques ; mais il sera facile de les tenir dans cette situation en observant que l'une soit parallèle à l'arête $d a$, & l'autre à une ligne $a m'$, qu'on peut tracer sur le panneau perpendiculairement à l'aplomb $a' a$.

Ou plus simplement , ayant tiré une ligne $d a$ d'équerre sur $a' a$, & sur le second parement qu'on vient de faire , on prendra dans cette ligne un point d à distance prise à volonté , & par les trois points donnez d , a , F , on fera passer une surface plane suivant le Prob. I. du 2^e. tome.

ON

ON abattra ensuite à l'équerre toute la pierre qui excède les lignes $a^r S$, & $b^r F$, tant en dessus qu'en dessous, pour y former deux paremens, sur lesquels on appliquera les panneaux de la section oblique, sçavoir, premièrement sur le parement supérieur, le panneau mixte $d^r a^r k$ $H^r i$ compris par les trois lignes droites $d^r a^r$, $a^r k$, $k I^r$, & l'arc $I^r d^r$; secondement sur le parement ou lit de dessous, on appliquera le panneau mixte $q^r F^r b^2 l^r$, posant le point F^r sur le point F à l'angle du parement vertical, & la ligne $F^r b^2$ sur le côté $F b^r$ de ce parement; on abattra ensuite la pierre suivant les côtes droits donnez $I^r k$, $k b^r$, & $b^2 l^r$ au lit de dessous pour former la surface du lit en coupe de dessus.

ON appliquera ensuite sur les lits en coupe de dessus & dessous, les panneaux qu'on a tracé aux figures 200. & 201. dans la situation où ils doivent être, posant la ligne droite $k q$ de la fig. 200. sur le côté $k b^r$ de la fig. 198. dans cette situation on réparera le point b de la fig. 200. sur le lit rampant supérieur, & l'on tracera le contour du côté courbe $I e l$; on posera de même le panneau de la fig. 201. sur le lit en coupe de dessous, plaçant la ligne $a f$ sur le côté $a F$ de la fig. 198. & traçant le contour courbe $d e G$.

ON aura donc ainsi les quatre côtes de la surface cylindrique convexe, suivant lesquels il faut abattre la pierre pour la former à la règle, dont il faut observer exactement la bonne position en situation de suposition verticale, ce que l'on fera facilement par le moyen d'une seconde règle posée sur l'arête $a^r a$, à laquelle la règle qui sert à former la surface cylindrique, doit toujours être parallèle; c'est pourquoi il faudra borneyer celle qui est mouvante par la fixe sur $a^r a$, pendant qu'on la fera couler en l'appuyant sur les lignes courbes, le long desquels elle doit être appliquée; & la surface convexe cylindrique, qui est celle du côté des marches dans les Vis à jours dans une Tour, sera exactement formée.

IL faut former de même la surface concave, dont les quatre angles sont donnez par les panneaux de lit, desquels angles il n'y en a que deux dans la surface plane du premier parement qui a servi de doële plate diagonalement oposez; les deux autres sont répariez en dedans de ce parement sur les lits, l'un au lit de dessus en b de la fig. 200. l'autre au lit de dessous en Y , & dans les sections planes rampantes, ils sont renvoyez l'un en arriere suivant la ligne p^r , F^r au lit de dessous, suivant l'arête inférieure du lit marquée au panneau $p f$ de la fig. 201. l'autre en $H^r S$ au lit de dessus, suivant l'arête inférieure de ce lit au long de son arête, avec la section plane inclinée marquée $f z$ au panneau de la fig. 200.

SUR les points donnez dans chacune des sections planes inclinées, on posera les extrémités de la cerche ou du panneau concave a p' H' pour celle de dessus, & l'arc p' H' b' pour la section inclinée du lit de dessous.

Ces arcs étant tracez suivant le contour des panneaux, on aura les quatre côtes de la portion cylindrique concave qui reste à faire, laquelle sera creusée à la règle, comme il a été dit pour la convexe, en la faisant couler sur ces arcs, destinez pour lui servir d'appui, parallèlement à la ligne verticale donnée sur le panneau vertical a' a .

IL ne reste plus à présent qu'à former les deux surfaces du dessus & du dessous du Limon que nous avons appelé plano-hélicoides, dont les arêtes sont des hélices qu'on pourra tracer avec un panneau flexible, comme nous l'avons dit pour les Limons en courbe rampante d'une pièce, ou simplement avec une règle pliante posée sur les angles des panneaux de lit correspondans dans chaque surface, sçavoir depuis le supérieur convexe à l'inférieur convexe de la même section du dessus au dessus, du dessous au dessous, & de même à la surface creuse, ce qui donnera quatre hélices, deux rondes & deux creuses, suivant lesquelles on abattra la pierre à la règle, qui doit être tenue toujours horizontale en s'élevant en tournant, & toujours dirigée à l'axe du cylindre, comme il a été dit au commencement du second tome pag. 37 & 38.

Explication Démonstrative.

PUISQUE nous supposons que la courbe rampante a pour projection horizontale un cercle en dedans & en dehors, il est visible qu'elle doit être à la surface d'un cylindre, qui a pour base ce cercle, & parce que le Limon est d'une égale épaisseur, il sera terminé par deux surfaces cylindriques, l'une concave, l'autre convexe; la concave est du côté du vuide dans les Vis à jours, & du côté du plein dans les Escaliers tournans à vuide au tour d'un noyau plein, comme sont souvent ceux des chaires de Prédicateur.

ON pourroit donc ébaucher la pierre en portion de cylindre Droit sur la base, & y tracer les hélices des arêtes du Limon par le moyen de leur développement tracé sur du carton ou des lames de plomb, pour être appliqué dans la surface creuse ou sur la surface ronde; mais comme il y auroit trop de perte de pierre en retranchant les deux triangles solides cylindriques tournez en sens contraire, l'un en dessus du Limon à droite, par exemple, l'autre en dessous à gauche; nous

avons seulement formé la tranche cylindrique, qui comprend les hélices des arêtes les plus éloignées en dessus & en dessous, laquelle tranche est comprise par deux portions de couronnes d'Ellipfes semblables, mais qui ne sont pas équidistantes, comme il est démontré au Théor. IV. pag. 31. du 1^{er} tome; cependant elles produisent des hélices équidistantes, parce que les sections rampantes cylindriques sont obliques à la surface du cylindre, & les rayons des hélices lui sont toujours perpendiculaires.

Il n'est pas nécessaire de démontrer ici la justesse de l'opération, par laquelle nous avons trouvé les sections planes rampantes du cylindre sur lequel est formé le Limon ou *Courbe rampante*, parce qu'il est visible qu'elle est la même que celle du Prob. IX. du 2^e Liv. tome I. pag. 145. qui enseigne la manière de trouver les sections obliques d'un cylindre, d'autant plus que nous l'avons déjà mis en œuvre, & démontré au second tome en parlant de la Vis St. Giles ronde, tome 2^e. depuis la pag. 419. jusqu'à la pag. 424. & démontré à la pag. 429.

QUANT à la formation des surfaces gauches plano-hélicoïdes, il est clair qu'elle est conforme à ce qui a été enseigné de leurs générations au Corol. I. pag. 38. du 2^e tome.

R E M A R Q U E.

IL faut remarquer que dans la construction de cette hélice nous n'avons aucun égard aux marches de l'Escalier de la Vis à jour, par les raisons que nous avons dit touchant les Vis de base Elliptique, où les cordes égales prises pour les largeurs des girons soutiennent des arcs inégaux; d'ailleurs cette courbe peut être indépendante de toute marche, comme peut être le couronnement ou l'appui d'une terrasse rampante, ou celui d'une fenêtre en rampe dans une Tour, qui sont des courbes rampantes de même espèce que celles des Limons des Vis à jours.

Si l'on entre dans le détail de la construction d'un Limon, qui doit faire une espèce de focle parallèle à la tangente des arêtes des marches, il y a plusieurs petites observations à faire, par exemple, que si le vuide de la Vis, c'est-à-dire le mur d'échiffre, a pour base un demi cercle, qui se joint à deux branches de rampes droites parallèles entre elles, il ne faut pas commencer la division des marches à son diamètre perpendiculaire à la direction de ces rampes, ou si on l'y commence, il faut allonger le Limon, parce que dans la rampe descendante, il faut qu'il avance en descendant de la hauteur de la

marche pour gagner le niveau de la suivante ; & dans la rampe montante, il faut qu'il s'éleve aussi d'une partie que donne la hauteur de ce socle sur la tangente de l'arête des marches.

SECONDEMENT, que cette partie de Limon, qui excède la marche, doit être seulement observée dans les Limons, dont les joins de tête sont à plomb, comme en Charpente où on les fait ainsi pour ne pas couper le fil du bois, & dans les Limons où ces joins sont en lits, non pas à plomb, mais fort inclinez, comme sont ceux du quartier de Vis suspendu, dont nous parlerons ci-après.

A l'égard des lits en joins de tête des Limons, qui sont perpendiculaires aux arêtes tournantes, ou pour mieux dire à leur développement, comme sont ceux de la fig. 198. dont nous venons de donner le Trait, il n'est pas nécessaire de pourvoir à ces excès de longueur sur les marches ; ce sont de ces petites choses dont il suffit que l'Appareilleur soit averti pour prendre ses précautions dans la destination de la pierre, ou le Charpentier dans la coupe de son bois, parce que l'habitude que l'un a du Trait, l'autre de l'assemblage lui fait d'abord concevoir ce qu'il doit faire, lorsqu'il est prévenu de ces petites remarques.

C O R O L L A I R E.

Du Quartier de Vis suspendu.

Si l'on faisoit une portion de Limon ou *Courbe rampante* d'une seule pièce, qui fut assez engagée par ses extrémités du haut & du bas dans un mur concave, ou plutôt en angle rentrant, cet ouvrage s'appellerait *Quartier de Vis suspendu*, sans égard au nombre de degrés du cercle, qui en feroit la projection horizontale.

MAIS il est visible que si le contour de cette projection étoit un demi cercle, il faudroit qu'un tel Limon fût bien fortement retenu par ses extrémités pour soutenir un si grand *porte-à-faux* ; de sorte que pour donner à cet ouvrage quelque solidité, il ne convient pas qu'il soit plus grand que le quart du cercle dans sa projection, d'où vient le nom de quartier de Vis ; encore faut-il que les sommiers qui sont les premiers & derniers Voussloirs ayent de longues queues bien engagées dans les murs :

IL est aussi visible que ce quartier ne peut être fait de pièces, dont la direction des lits & de leurs joints horizontaux concourent à l'axe de la Vis, comme dans la courbe rampante dont nous venons de par-

1er, parce que les Vouffoirs étant plus étroits par dedans que par dehors, ils poufferoient au vuide & ne pourroient subſiſter ; c'eſt pourquoy il faut changer la direction horiſontale des lits en les faiſant parallèles entre eux, & à la perpendiculaire ſur le milieu de la corde de l'arc de la projection horiſontale du quartier, afin de déterminer leur pouſſée ſuivant la direction de cette corde, qui a des apuis à ſes deux extrémités dans les murs qui concourent en angle Droit ou à peu près, ou aux piédroits d'une Tour creuſe ; car on ne peut ſolidement établir un quartier ſuſpendu ſur une ligne droite.

Il faut donc donner aux lits une direction ſemblable à celle qu'on donne aux Vouffoirs d'une porte en Tour ronde, & c'eſt en quoi conſiſte toute la différence du Limon en courbe rampante pour les Vis à jours, avec le quartier de Vis ſuſpendu, ſuppoſant qu'il s'agiſſe de faire l'un & l'autre en pierre ; car ſ'il s'agit de Charpenterie ou de Menuiſerie comme aux chaires de Prédicateurs, qui ſont des quartiers de Vis ſuſpendus, le Trait peut changer ſuivant la nature de l'aſſemblage convenable au fil du bois, & à l'eſpece du bois qui peut être affermi par les têtes des marches, ou par d'autres moyens dont il n'eſt pas ici queſtion, comme des barres de fer, ſur leſquels on ne doit jamais compter dans l'appareil ; cela ſuppoſé, il fera facile de faire le quartier de Vis ſuſpendu par les mêmes moyens qu'on a fait la courbe rampante de pluſieurs pieces, en changeant ſeulement la direction des lits en coupe ; mais pour ne pas embrouïller le Trait de trop de lignes, nous allons en mettre un à part avec une petite différence pour la diſpoſition des cerches ralongées ſuivant l'idée du P. Deran, corrigée de l'erreur qu'il fait, & après lui M. de la Ruë, en les traçant en arcs de cercles au lieu d'arcs d'Ellipſes.

Soit (fig. 202.) le quart de cercle ACB, qui comprend un quartier d'Eſcalier tournant CDE, dont les queues des marches doivent être portées & ſoutenues en l'air par le Limon DABE, qui eſt une courbe rampante de la même eſpece que les précédentes, mais dont les pieces ou clavaux ſont diſpoſées différemment. Fig. 202.

On fera l'élevation, c'eſt-à-dire la projection verticale de ce Quartier, comme au Trait précédent, ſuppoſant qu'il comprenne quatre marches marquées au plan horiſontal 1, 2, 3 E, on portera ſur la ligne de baſe A° B° la hauteur de ces quatre marches de E° en E², & l'on tirera les lignes D° E² & A° B², qui ſeront les cordes des ſections planes qui coupent la ſurface creuſe D 2 E, & la ronde ANB obliquement ; de ſorte que les arcs qu'elles ſoutiennent ſont des arcs d'Ellipſes, qu'il fera facile de décrire par pluſieurs points, comme

nous l'avons déjà dit plusieurs fois, pour changer un arc de cercle, qui est la base d'un cylindre, en arc d'Ellipse qui soit la section de sa surface coupée par un plan, dont l'inclinaison à l'axe du cylindre est donnée; il ne s'agit que de diviser la corde $d e$ rampante proportionnellement à la corde DE de niveau par le moyen des verticales $t r$, $m M$, $t r$, & de porter sur ces divisions d'abscisses, les ordonnées $t 1$, $m 2$, $t 3$, quarrément sur les divisions correspondantes $r 1^{\circ}$, $M 2^{\circ}$, $r 3^{\circ}$, pour avoir les points $d 1^{\circ}$, 2° , $3^{\circ} e$.

ON tracera de la même maniere la courbe extérieure ANB sur la corde donnée $a b$ rampante correspondante à la corde AB de niveau, & l'on aura les cerches ralongées nécessaires pour former les paremens creux & ronds, c'est-à-dire concave du côté de l'Escalier, & convexe dans le parement extérieur, ce qui est le contraire des Vis à jours, dont nous avons parlé ci-devant.

IL faut présentement donner une coupe convenable aux lits des clavaux, de maniere qu'ils concourent tous à un même point de la ligne du milieu $M m$; ce point ou centre de coupe peut être pris à volonté, cependant il faut observer qu'il ne soit ni trop loin, ni trop près, parce que s'il est pris fort près des clavaux, il rendra les arêtes des coupes fort aiguës vers e , & s'il est pris trop loin la partie suspendue en aura moins de force.

SUPPOSANT ce point en m , on menera par les points G & e les lignes $e m$, $G m$, qui seront les coupes du sommier supérieur en $e m$, & de l'inférieur en $G m$.

ENTRE ces deux joins de lit, on fera la division de la quantité de clavaux qu'on se propose de faire, par exemple ici seulement de trois. M . de la Ruë prend pour termes de cette division l'intervalle IK de l'interfection des coupes avec la projection verticale $D^{\circ} E^{\circ}$ de la corde rampante de la partie creuse au bas des clavaux; mais le P . Deran faisant aparamment attention que si l'on prend les termes des divisions au haut ou au bas du sommier, & qu'on en divise l'intervalle en parties égales, l'arête oposée est divisée par cette opération en parties inégales, ne fait sa division ni au haut ni au bas, mais sur une ligne $H b$ moyenne entre les hauteurs des arêtes du dedans & du dehors, c'est-à-dire du creux & du rond, en partageant $e f$ en H , & $G D^{\circ}$ en b , ce qui me paroît plus convenable que la maniere de M . de la Ruë, qui n'a pas senti, ou fait cas de cette raison.

ON divisera donc l'intervalle $L l$ en trois également aux points ζ , 6 , par où on tirera du centre de division m les coupes $m 1^{\circ}$, $m 2^{\circ}$.

$m\ 3^v$, qui couperont les cordes rampantes en des points marquez au dessus x^1 , x^2 , x^3 , & au dessous y^1 , y^2 , y^3 , & z^1 , z^2 , z^3 .

PRESENTEMENT on doit confiderer ces lignes $x^1\ z^1$, $x^2\ z^2$ &c. comme les projections verticales des surfaces planes des lits des clavaux, qui sont perpendiculaires au plan vertical, passant par la corde de la projection DE ou AB, ce qui revient au même, & la projection horizontale de ces mêmes lits fera le quadriligne mixte $X^c\ Z^c\ X^1\ Z^1$, dont on prolongera les côtéz droits en P & k pour l'appliquer à la corde DE, alors cette projection fera $X^c\ Z^c\ P\ k$.

Ces deux projections étant données, il sera facile de tracer les panneaux du lit de chaque Vouffoir, prenant, par exemple, celui du lit de dessous du premier clavau, qui est celui du lit de dessus du sommier; on portera donc la ligne GK de l'élevation de la fig. 202. en g k de la fig. 203. avec ses divisions V, q, par lesquelles on lui mènera des perpendiculaires indéfinies, dont on prendra les longueurs au plan horizontal; ainsi on portera la longueur P X^c de la fig. 202. en g X, p o en r O, f t en q t, k Z^c en K, & l'on aura la courbe XO t z pour le côté convexe, qu'on tracera par ces quatre points avec une regle pliante.

ENSUITE pour le côté concave, on prendra P x qu'on portera de g en x, p y de r en y, t u de q en V, & k z de la fig. 202. en k zⁿ de la fig. 203. puis on tirera les lignes à peu près droites de y en X, & de zⁿ en t, & une courbe par les quatre points x y V zⁿ, le quadriligne mixte y X t zⁿ fera le panneau que l'on cherche.

ON tracera de même les panneaux des coupes tirées par les points 1ⁿ 2ⁿ 3ⁿ, en quoi l'on voit la conformité de ce Trait avec le précédent.

IL faut observer que quoique nous ayons tiré des lignes droites de y en X, & de zⁿ en t, ces lignes considérées dans la rigueur doivent être courbes, parce que ce sont des sections d'une surface plano-hélicoïde par des directions qui ne tendent pas à l'axe vertical de l'hélice, mais elles sont si peu courbes que ce feroit s'amuser à la bagatelle que d'en vouloir chercher la courbure par plusieurs points, ce qui n'est pas difficile, mais qui rendroit l'opération inutilement plus longue & plus composée; aussi le P. Deran & M. de la Ruë ont-ils pris toutes ces lignes pour des droites, ne s'étant aperçu d'aucune courbure dans l'exécution, quoiqu'il s'en trouve en effet dans le raisonnement, parce que par la génération des surfaces mixtilimes hélicoïdes, dont nous avons parlé au commencement du second tome pag. 37.

il est clair qu'il n'y a de lignes droites que dans les sections par l'axe de Phélice.

POUR ne pas faire les panneaux plus larges qu'il n'est nécessaire, il n'y a qu'à retrancher la partie $\times d$ par une parallèle à $g k$ menée en $\times d$, & de même au lit de dessus une partie égale à celle qui a été retranchée au lit de dessous, qui est le plus près du parement de supposition verticale pour l'application du Trait.

Application du Trait sur la Pierre.

AYANT dressé un parement pour servir en quelque façon de doële plate, c'est-à-dire de surface plane verticale, par exemple, pour un premier clavier, on y appliquera le panneau du trapezoïde G 1. 1^{re} K pris à l'élevation de tout l'espace qu'occupe ce clavier; puis on abattra la pierre à l'équerre sur les deux côtés des joins montans pour former deux nouveaux paremens, sur lesquels on appliquera les panneaux de lit, posant la ligne $g k$ de la fig. 203. ou sa parallèle $\times d$ sur l'arête du lit & du premier parement, & traçant le reste du contour sur lequel on réparera les points $o' o''$ pour tracer par ces deux points la ligne insensiblement courbe concave $o' o''$.

ON en fera de même au lit de dessus, puis avec une cerche formée sur l'arc concave $d 2' e$, on fera une plumée au premier parement, observant de poser les parties de cette cerche immédiatement sur celles de l'arête rampante à laquelle chacune convient suivant les aplombs pris dans l'épure, c'est-à-dire, par exemple, que le point N soit précisément à l'équerre sur le point 1^{re}, parce que cette cerche étant Elliptique, ce point N ne doit être ni plus haut ni plus bas sans donner un faux contour, en ce que l'Ellipse devient plus creusée vers les bouts que vers le milieu, je veux dire du côté des extrémités des grands axes, ce qui est évident.

PAR le moyen de ces plumées, & d'une ligne aplomb réparée de l'arête du dessus à celle du dessous, par exemple, l'aplomb 1^{re} L, on creusera la surface verticale concave cylindrique à la règle tenue toujours parallèlement à elle-même, & à la première ligne, dont on a déterminé les extrémités suivant la verticale 1^{re} L.

ON formera de même la surface convexe du dehors, puis posant une règle pliante sur les angles du panneau de lit du dedans au dedans aux arêtes du dessus & du dessous, on tracera dans le creux les deux courbes des hélices que doivent former ces arêtes, & on achevera,

vera, comme il a été dit au Trait précédent, pour former les paremens gauches supérieurs & inférieurs des Limons ou courbes rampantes.

Quatrième Espece de Vis.

Lorsque la base est une Spirale, & l'Hélice en Limace.

En termes de l'Art.

Des Volutes, Colimaçons, & Colonnes torses.

TOUTES les Hélices, dont nous avons parlé jusqu'ici, font leurs révolutions sur des surfaces cylindriques de base circulaire ou Elliptique ; celles dont il s'agit présentement font leurs révolutions sur des surfaces coniques sphéroïdes ou cylindroïdes de bases en spirale, telles sont les Volutes en situation quelconque. Nous nous attachons ici particulièrement à celles que les ouvriers appellent *Colimaçons* d'Echiffres, que l'on exécute ordinairement au bas des Escaliers, tant pour en orner l'entrée que pour former une espece de colonne qui affermit les rampes de fer, dont on forme les apuis dressez sur le Limon.

AYANT choisi & tracé l'espece de spirale dont on veut faire la base du Colimaçon, comme par exemple à la fig. 207. la spirale circulaire $a\ 2,\ 4\ C$, on lui tracera une compagne équidistante à la distance qu'on voudra, suivant l'épaisseur que l'on donne au Limon, & l'on en fera l'élévation suivant les regles ordinaires expliquées au 2^e. Liv. pag. 267. & au 3^e. pag. 205. en élevant des perpendiculaires sur la base, qu'on terminera suivant telle progression qu'on jugera à propos, observant d'accorder autant qu'il sera possible sans jarrets la pente du Limon droit avec la naissance de celle du Colimaçon, & de cette jonction on viendra en baissant toujours moins jusqu'à l'œil du Colimaçon, afin qu'il ne s'enfonce pas en finissant tout d'un coup dans un trou.

LA serie que l'on doit observer dans cette diminution ou augmentation de hauteur des perpendiculaires élevées sur la base est assez arbitraire, & au choix de l'Architecte qui doit se regler sur le nombre des révolutions de la spirale de son plan horizontal : nous proposerons ici la maniere la plus simple, & qui est d'un bel effet.

SOIT (fig. 207.) la spirale double ou volute $a\ H\ 5\ C\ 2^i\ b$, le plan horizontal du Colimaçon, on divisera le cercle de révolution GHEF en autant de parties égales qu'on voudra, par exemple en six, par les-

quelles on tirera du centre C des rayons prolongez, qui couperont la spirale convexe aux points 1, 2, 3, 4, 5, &c. par lesquels on tirera, par le Prob. XXIX. du 2^e. Liv. pag. 199. des perpendiculaires à la spirale 1 1', 2 2', 3 3', &c. qui donneront les directions des coupes des joins, si l'on fait le Colimaçon de plusieurs pieces, mais qui serviront particulièrement à former l'élevation de la partie concave proportionnellement à la surface convexe.

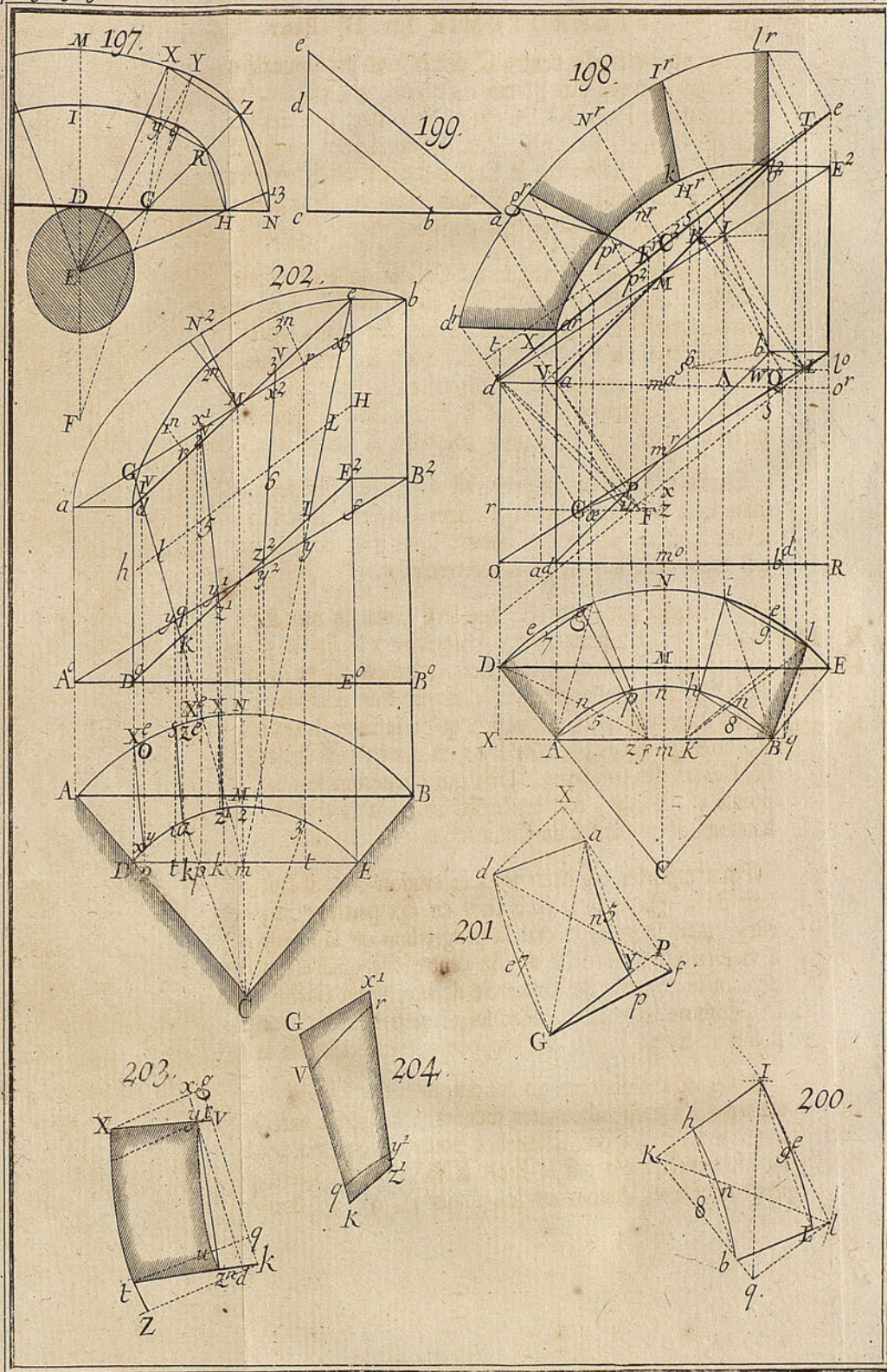
On fera ensuite l'élevation du Colimaçon en prenant une ligne de base BA, ou celle d'un petit socle au dessus OR, à laquelle on menera des perpendiculaires indéfinies venant des points repairez au plan horizontal, comme b F, g G', h H', i I', &c. sur lesquelles on portera les différentes hauteurs que doivent avoir les points du contour des arêtes du Colimaçon, suivant la progression de l'inclinaison qu'on se propose de donner au Limon tournant & rampant.

CETTE progression de pente est arbitraire, on peut la varier d'une infinité de façons en faisant plonger la volute dans son œil, ou en relevant l'œil au bas de la Volute; nous proposerons ici une manière qui me paroît une des plus convenables.

SUPPOSANT, par exemple, que le Colimaçon termine trois marches, **Fig. 205.** comme on l'a représenté en perspective à la fig. 205. on prendra la **Fig. 206.** somme de la hauteur de ces trois marches que je suppose égale à FO de la fig. 206. pour en faire le rayon d'un quart de cercle CD 10, **Fig. 209.** qu'on tracera à part (fig. 209.) qu'on inscrira dans un quarré DC 10 P, dont on divisera le côté P 10 en dix parties égales, sur lesquelles on élèvera des parallèles à DP, qui couperont le quart de cercle aux points 1^b, 2^b, 3^b, &c. les lignes 1^b 1, 2^b 2, 3^b 3, &c. feront les hauteurs décroissantes du Colimaçon.

POUR rapporter ces hauteurs à l'élevation 206. il faut diviser le contour de la spirale de la base 207. en dix parties non pas égales entre elles, mais inégales suivant la progression de la spirale qui se resserre à mesure qu'elle approche de son centre, ce qu'il est facile de faire en divisant le contour de son cercle de révolution GHEF en parties égales, comme ici en six, dont les diamètres prolongez donneront les points 1, 2, 3, 4, 5, &c. au contour extérieur de la spirale.

A l'égard des divisions du contour intérieur g h 10, elles seront données par les perpendiculaires menées à la spirale extérieure, comme 1 1', 2 2', 3 3', &c. lesquelles pourront être tracées à vûe d'œil, ou plus exactement par le Prob. XXIX. du 2^e. Livre pag. 199. ces perpendiculaires donneront les points 1', 2', 3', &c.



THE HISTORY OF THE
CITY OF BOSTON
FROM THE FIRST SETTLEMENT
TO THE PRESENT TIME
IN TWO VOLUMES
BY NATHANIEL BENTLEY
OF THE BARRISTER AT LAW
IN 1786

OF THE CITY OF BOSTON
FROM THE FIRST SETTLEMENT
TO THE PRESENT TIME
IN TWO VOLUMES
BY NATHANIEL BENTLEY
OF THE BARRISTER AT LAW
IN 1786

OF THE CITY OF BOSTON
FROM THE FIRST SETTLEMENT
TO THE PRESENT TIME
IN TWO VOLUMES
BY NATHANIEL BENTLEY
OF THE BARRISTER AT LAW
IN 1786

OF THE CITY OF BOSTON
FROM THE FIRST SETTLEMENT
TO THE PRESENT TIME
IN TWO VOLUMES
BY NATHANIEL BENTLEY
OF THE BARRISTER AT LAW
IN 1786

OF THE CITY OF BOSTON
FROM THE FIRST SETTLEMENT
TO THE PRESENT TIME
IN TWO VOLUMES
BY NATHANIEL BENTLEY
OF THE BARRISTER AT LAW
IN 1786

ON tirera donc par tous les points de la spirale 1, 2, 3, 4, &c. 1ⁱ, 2ⁱ, 3ⁱ, &c. des perpendiculaires à la ligne OR, sur lesquelles on portera les hauteurs correspondantes de la fig. 209. sçavoir, la hauteur 1^b 1 en 1^o 1^o de la fig. 206. la hauteur 2^b 2 de la fig. 209. en 2^o 2^o de la fig. 206. ainsi du reste, & par tous les points trouvez tant au contour extérieur F 1^o 2^o 4^o, &c. on tracera à la main une courbe telle qu'on la voit ponctuée depuis F en b^o, parce qu'elle est censée derrière l'objet aparent, & continuée par une ligne suivie depuis b^o e jusqu'en K.

ON trouvera de même la courbe de l'arête intérieure G^o b^o N n, & l'on aura la projection verticale du Colimaçon, de laquelle on peut faire usage pour ébaucher la pierre.

MAIS pour tracer ces arêtes avec plus de précision & de commodité, il convient de faire le développement des deux surfaces extérieure & intérieure du Colimaçon.

ON rectifiera le contour de la base extérieure b H 4.7 10, qu'on portera par petites parties de suite sur une horizontale O 10 de la fig. 209. faisant la longueur O 1^o égale à l'arc b 1 de la fig. 207. 1^o 2^o égale à l'arc 1.2 de la spirale 207. 2^o 3^o égale à l'arc 2.3, &c. & par tous les points 1^o, 2^o, 3^o, &c. ayant élevé des verticales indéfinies, on les terminera par des horizontales menées par les points 1^b, 2^b, 3^b, &c. qui donneront par leurs intersections avec ces verticales les points 1^d, 2^d, 3^d, 4^d, &c. la courbe menée par tous ces points à la main ou avec une regle pliante fera celle du développement de l'arête extérieure du Limon tournant au Colimaçon.

DE la même maniere, ayant développé le contour intérieur de la spirale g h 10 du point O au point N à la fig. 209. avec ses divisions 1ⁱ, 2ⁱ, 3ⁱ, &c. on aura pour développement de l'arête intérieure la courbe D 1^o 2^o 3^o n, dont tous les points 1^o 2^o, &c. sont sur les mêmes horizontales que les points 1^d 2^d du contour extérieur, afin que cette courbe soit toujours équidistante horizontalement de sa compagne, quoiqu'elle soit si différente dans le développement.

Ces développemens serviront à faire des panneaux flexibles sur du carton, du fer blanc, ou des lames de plomb, qu'on appliquera sur les surfaces cylindriques, qui auront pour base les spirales de la fig. 207.

IL est visible que cette progression de lignes croissantes ou décroissantes tirées du cercle suivant une progression de sinus versés s² 10,

f_3 10, peuvent être changées en un autre de sinus droits f^2 2^b, f^3 3^b, &c. ce qui auroit donné une courbe d'inclinaison différente au Limon du Colimaçon.

Il est encore visible que si au lieu du quart de cercle D 10, on avoit pris un quart d'Ellipse sur le grand ou sur le petit axe, on auroit eu encore une courbe d'inclinaison différente, & que si l'on vouloit faire ressortir l'œil de la volute, au lieu d'un quart de cercle on auroit dû prendre un plus grand arc, qui auroit remonté au dessus de la ligne PX, qui est le socle où nous voulons que se termine la volute.

UNE des principales attentions que l'on doit avoir dans le choix de la courbe d'inclinaison du Limon du Colimaçon, est de faire en sorte que le Limon droit qui termine les marches supérieures ne fasse pas de jarret avec le Limon tournant du Colimaçon à la ligne horizontale de leur jonction, c'est pourquoi il faut faire le profil du Limon droit à la première marche au dessus du Colimaçon, par exemple en ab fig. 208. à l'égard d'une horizontale DC; puis ayant porté la longueur b 1 du plan horizontal rectifiée en O 1^a de la fig. 209. on élèvera la verticale 1^a 1^d, qu'on terminera par l'horizontale 1^b 1^d, & l'on tirera la ligne D 1^d dont on comparera l'inclinaison avec celle du profil du Limon droit ab de la fig. 208. si ces lignes sont parallèles, c'est une marque que le Limon droit & sa continuation au Colimaçon en tournant ne feront pas de jarret, si au contraire le profil du Limon droit étoit plus couché, comme en ad de la fig. 208. il faudroit lui tirer une parallèle par le point D, qui couperoit l'horizontale menée par le point 2^b au point 2^d, ce qui marque que le changement d'inclinaison du Limon ne doit commencer qu'au point 2 du Colimaçon à la fig. 207. dont la ligne O 2^a de la fig. 209. est le développement.

Application du Trait sur la pierre.

AYANT dressé un parement pour servir de lit horizontal, on y appliquera le panneau de la partie du Colimaçon que la grandeur & hauteur de la pierre peut comprendre, par exemple 2 H 4'7"2, dont on tracera le contour, & les repaires des divisions 2, 3, 4, 5, 6, &c. puis on abattra la pierre, suivant ce contour, à l'équerre au lit de dessous, & on vuidera de même, autant qu'il sera possible, l'intervalle qui reste entre les circonvolutions pour en former un cylindroïde semblable à un rouleau de carton de l'épaisseur du Limon.

Ce corps étant ainsi formé, on élèvera des perpendiculaires sur le

lit de dessous par les points repairez à son contour 2, 3, 4, &c. qu'on fera égales à celles qui correspondent à ces nombres dans le quart de cercle de la fig. 209. & par les points de leurs hauteurs, on tracera avec la main ou avec une baguette ronde, droite & flexible le contour de l'arête extérieure, l'intérieure se tracera de même; puis avec la règle posée de niveau sur les points correspondans de la surface concave à la surface convexe, on abattra la pierre, comme il a été dit pour la courbe rampante sur une base Elliptique, c'est-à-dire en tenant toujours la règle quarrément sur la tangente de la surface, avec cette différence qu'au Limon Elliptique la règle doit être dirigée au centre sur les axes de l'Ellipse, & qu'ici elle ne doit jamais être dirigée au centre de la spirale, mais toujours un peu à côté, comme on le voit à la fig. 207. par les directions 1 1', 2 2', 3 3', mais elle doit toujours être tenue de niveau.

Au lieu de se donner la peine de tracer les courbes par des points sur les deux surfaces concaves & convexes de l'ébauche du Colimaçon, on peut tout d'un coup en tracer les arêtes par le moyen d'un panneau flexible tracé & contourné sur l'épure du développement de la fig. 209. savoir D o r o X pour le parement convexe extérieur, & D o N n 4" D pour le parement creux, dans lequel on appliquera le panneau de carton ou de lame de plomb qu'on fera plier, en sorte qu'il joigne exactement à la surface concave, & que son côté droit ON soit posé sur l'arête du lit de dessous; dans cette situation, on tracera nettement l'arête du Limon, on en usera de même pour le côté convexe.

Seconde Espece de Limaces Cyliandroïdes.

En termes de l'Art.

Des Colonnes Torses quelconques.

VIGNOLE, à ce que dit Daviler, est le premier qui ait donné des règles pour tracer les Colonnes torses, & tous les Architectes ont suivi son Trait, cependant on peut dire qu'il ne vaut rien, si l'on a intention de faire un corps régulier dans son espece, parce qu'il lui a donné sans s'en apercevoir des épaisseurs inégales à chaque circonvolution, comme nous le démontrerons ci-après.

CETTE espece de Colonne est un composé de trois hélices; savoir 1°. d'une demie circonvolution en Limace, qui s'ouvre depuis le milieu de la base jusqu'à la douzième partie de la hauteur; 2°. d'une

hélice cylindrique en continuation qui comprend cinq circonvolutions égales, & enfin d'une seconde Limace égale à la première, mais tournée en sens contraire, qui va en se fermant depuis la onzième partie de la colonne jusqu'à son sommet où elle se termine à l'axe droit que les Architectes appellent *Cathete*.

Nous avons dit que la seconde hélice étoit cylindrique, parce que Vignole ne donne aucun renflement à la Colonne torse dans sa formation.

POUR donner au Trait de la Colonne torse, toute le généralité des variations dont elle est susceptible, nous la formerons de deux Limaces inégales tournées en continuation en sens contraire, dont les intervalles des circonvolutions seront inégaux contre l'usage ordinaire, afin que le Lecteur se rende maître de cette petite matière.

APRÈS quoi nous examinerons la Colonne torse de Vignole, qui est la seule usitée depuis long-tems.

Fig. 211. SOIT (fig. 211.) le cercle A 30 B 18 la projection horifontale de la plus grande amplitude que l'on veut donner à l'axe tortueux hélicoïde de la Colonne, qui doit être composé d'une double Limace, dont la première s'élève du milieu de sa base en s'ouvrant jusqu'à une certaine hauteur, & la seconde reprend en continuation à cette hauteur & remonte au sommet où elle vient en se resserrant pour finir au milieu du couronnement au même axe droit ou *Cathete*, au bas duquel la première Limace avoit pris son origine.

D'ou il suit que si l'intervale du diametre AB est plus grand que les deux demies épaisseurs du corps cylindroïde plié en colonne torse; il restera au milieu un vuide comme dans les Vis à jours, avec cette différence, qu'il ne sera pas cylindrique, ni continué du haut en bas, mais en forme de fuseau comme HLK /, qui se ferme en H & en K, & dont la partie la plus renflée n'est pas au milieu, dans la supposition que les Limaces soient d'inégale hauteur.

COMME ces deux Limaces doivent se joindre par continuation, elles doivent avoir pour amplitude commune le diametre AB, & comme l'on veut qu'elles fassent chacune un même nombre de circonvolutions sur des hauteurs inégales, il faut déterminer les inégalitez croissantes ou décroissantes de leurs intervalles, ce que l'on peut faire de différentes manieres & suivant différens rapports: nous nous arrêterons à la plus commode, qui est celle du raport des tangentes.

SUR la base de la colonne *b a* prolongée, on prendra un point R

à distance arbitraire de la Cathete 60^* Q, par exemple, de deux fois la longueur du diametre AB plus ou moins selon la hauteur de la colonne, & le plus ou moins d'inégalité que l'on voudra donner aux circonvolutions, car il est clair qu'elles feront d'autant moins différentes que le point R fera loin, & au contraire d'autant plus inégales qu'il fera près.

DE ce point R pour centre, & d'un rayon pris à volonté, on décrira un arc de cercle Q 60, qui sera déterminé au point 60 par la ligne R 60^* tirée au sommet de la Cathete; on divisera cet arc en tel nombre de parties que l'on voudra, qui sont ici soixante, lesquelles ne sont pas des degrés, en commençant par le diviser en 6, & chaque sixième en dix.

PAR toutes ces divisions 10, 20, 30, &c. & par le point R, on tirera des lignes droites qui couperont la Cathete 60^* Q en soixante parties inégales, par chacune desquelles on tirera des horizontales indéfinies parallèles à la base $a b$, & perpendiculaires à la Cathete que l'on cottera des mêmes nombres des divisions primitives comme 10, 20, 30, &c.

IL faut présentement faire les projections des Limaces supérieures & inférieures de la Colonne, qui doivent être la même tournée en sens contraire, parce que l'inférieure s'élargit en montant, & la supérieure se retrecit.

Ces projections doivent être des spirales qu'on peut décrire, comme la spirale d'Archimede, dont nous avons parlé au 2^e. Liv. page 165. du tome I. Mais comme deux spirales de cette nature tournées en sens contraire, quoique sur un même centre, ne se touchent pas, mais se croisent en angle faillant à leur intersection, on peut se relâcher de la régularité de la description de cette courbe, & se contenter d'une imitation imparfaite par des arcs de cercles, afin que la jonction des Limaces inférieure & supérieure se fasse sans jarret, ou du moins si l'on se sert de la spirale d'Archimede retournée, il faut effacer l'angle de la projection par un arc de cercle tangent à l'une & à l'autre: nous opérerons avec peu de délicatesse pour plus de facilité.

SOIT le rayon C 30^b divisé en deux également au point 6, on décrira sur C 6 comme diametre, le demi cercle C 3'6; puis ayant divisé l'intervalle 6 18, qui est le reste du diametre de la projection, en deux également, on décrira le demi cercle 6 10 18, qui touchera le précédent au point 6, & le demi cercle de projection 18 A 30^b au

point 18 ; la spirale C 6 18 A 30^b fera la projection de l'axe tortueux de la Limace inférieure, qui s'étend jusqu'au point de hauteur 30° au dessus de Q.

La même spirale fera répétée au sommet de la Colonne en sens contraire, c'est-à-dire la partie de la droite posée à la gauche pour servir de projection d'une manière renversée du haut en bas à l'axe de la Limace supérieure qui se renferme en montant.

Il faut présentement rapporter les parties de ces spirales de projection aux divisions de l'axe droit ou Cathete, par lesquelles on a mené des horizontales indéfinies ; c'est pourquoi il faut que le contour de la spirale soit divisé en un même nombre de parties inégales que l'axe l'a été par les secantes provenant du point R ; ainsi puisque nous avons divisé cet axe en 60 parties, il faut aussi que la spirale soit divisée en 60. parties aussi inégales, la progression de cette inégalité devroit être la même que celle des tangentes, si la chose valoit la peine d'être faite avec grande précision ; mais dans une chose de peu d'usage nous nous contenterons des à-peu-près faits à vûë d'œil.

PREMIEREMENT, puisque les tangentes, depuis la base jusqu'à la division 10°, se surpassent d'un excès à peu près égal, on pourra diviser également le petit demi-cercle C 3^b 6 en six parties égales, & le second demi-cercle 6 10, 18 en douze parties ; ensuite le troisième demi-cercle 18, A 30^b en douze autres, non pas égales, mais un peu élargies à mesure qu'on s'éloigne du centre C, se réglant à vûë sur le rapport des intervalles de l'axe 10°, 20°, 30°, &c. On en fera de même à la spirale supérieure en sens contraire, c'est-à-dire, en s'élargissant vers le centre.

Si l'on vouloit operer avec plus de précision, il faudroit rectifier le contour de la spirale, & le diviser proportionnellement aux parties de l'axe, auxquelles elle répond, ce qui est fort aisé ; observant, par exemple, que cette spirale coupe trois fois le diametre 30^b, 18 ; sçavoir, au point 6, au point 18, & au point 30^b. Ainsi puisque la hauteur totale Q 30° est divisée en 30. parties, chaque demie révolution complete en doit contenir 12, lesquelles font ensemble 24 parties, à quoi ajoutant le quart de révolution, qui doit en contenir six, on aura trente parties en circonference de spirale, comme on en a trente en hauteur donnée sur la base pour la premiere Limace, qui monte en s'ouvrant.

PAR la même raison la supérieure, qui monte en se resserrant, doit être

être divisé en même nombre de parties, parce que toute la hauteur a été divisée arbitrairement en soixante.

PRESENTEMENT, puisque les parties de la spirale sont relatives à celles des hauteurs des lignes horizontales, menées par les divisions de l'axe droit, il est clair qu'en menant des parallèles à cet axe par les divisions de la spirale, correspondantes à celles de la hauteur, on aura par l'intersection de ces lignes les points de projection verticale de l'axe courbe de la Colonne torse; ainsi la verticale menée par le point 10 de la spirale, coupant l'horizontale menée par le point 10^e de l'axe, donnera le point y de l'axe courbe; l'intersection de la verticale 20 z avec l'horizontale z 20^e menée par le point 20^e de l'axe droit, donnera le point z de la projection verticale de l'axe courbe de la Colonne torse, ainsi des autres.

DE même la verticale abaissée de la spirale supérieure par le point 35 de sa division, qui est faite en continuation de celle de la spirale de la base, donnera par son intersection avec l'horizontale 35^e Y, le point Y de l'axe courbe en projection verticale, celle qui vient de la division 50, coupant l'horizontale 50^e X, donnera le point X de même axe, ainsi du reste.

LA projection verticale de l'axe étant tracée par plusieurs points, comme on la voit à la fig. 211. on la répétera à part, comme à la fig. 210. puis avec le rayon donné DA pour la demie épaisseur de la Colonne, & d'autant de points que l'on voudra prendre sur l'axe courbe, comme en e, c, c près & à volonté, on décrira des cercles, auxquels on menera une courbe à la main, qui les touche sans les couper, tant d'un côté que de l'autre, & l'on aura l'élevation de la Colonne.

PRESENTEMENT si l'on veut faire une Colonne torse régulière un peu renflée vers le tiers de sa hauteur, il est visible qu'au lieu des intervalles inégaux des circonvolutions, on doit diviser la Cathete en autant de parties égales qu'on veut de circonvolutions, ainsi l'opération devient plus simple, parce qu'on doit supprimer celle qui dépend du secteur de cercle Q 30 R: au reste on fera l'élevation de l'axe courbe de la même manière, & les contours de la Colonne, comme nous venons de le dire, & non pas suivant le Trait de Vignole que voici: il divise le cercle de la base de la Colonne en huit parties égales, & la hauteur en quarante-huit, par chacune desquelles il mène des parallèles à la base comme E p, e q, CP, qui lui servent à trouver l'axe courbe de la Colonne de la même manière que nous avons fait ci-devant, que nous supposons ici la courbe P a n m c S; puis ayant déter-

miné son épaisseur, il en porte la moitié de part & d'autre, de l'axe courbe, comme en mE & mp , ne & nq , oE & oQ , &c. puis par les points trouvez E , e , E ; p , q , Q , il trace les contours de la Colonne, qui sont parfaitement semblables à celui de l'axe courbe, ce qui ne convient pas à l'uniformité de l'épaisseur de la Colonne, comme on va le voir.

Démonstration de l'irrégularité de l'ancien Trait de la Colonne torse de Vignole.

IL est sans doute de la régularité de la Colonne torse qu'elle soit faite d'un corps rond d'épaisseur uniforme dans toutes ses parties; or la Colonne tracée suivant la construction de Vignole, change continuellement d'épaisseur d'une circonvolution à l'autre, donc elle n'est pas régulière ni formée par un corps exactement rond dans toutes ses sections perpendiculaires aux tangentes de l'axe courbe.

Fig. 213. POUR prouver la mineure, soit une portion d'axe courbe $Kabcd$ considérée comme composée d'une infinité de petites lignes droites différemment inclinées à l'horison, comme le sont en effet toutes les petites cordes d'une hélice projetée sur un plan vertical, ainsi la partie ab peut être considérée comme verticale, la partie bc comme inclinée à l'horison, par exemple, de 30 degrés, & la partie cd de 60 plus ou moins.

CELA supposé, il est clair que la véritable épaisseur de la Colonne à la partie de l'axe ab verticale, sera l'épaisseur horizontale em , & mp , & sur l'inclinée bc ; l'épaisseur doit être prise sur l'inclinée FG perpendiculaire à bc , & égale à ep ; mais par la construction de Vignole cette épaisseur est prise en Eh & hP parallèlement à ep , donc le point E est au dedans de l'épaisseur uniforme de la Colonne de la quantité FE : or supposant l'angle Ehc de 30 degrés, la longueur Ei ne sera que la moitié de Eh , laquelle hypoténuse Eh est égale par la supposition à Fi , donc dans ce cas la Colonne se trouve rétrécie en EP d'une moitié de l'épaisseur qu'on lui a donnée en ep ; par conséquent si le corps de la Colonne est rond, c'est-à-dire si la section en ep est circulaire, la section en Ep sera ovale, & si la section en ep n'est pas circulaire, la Colonne ne sera pas exactement ronde, ce qu'il falloit démontrer.

IL est donc visible à la seule inspection de la fig. 213. que l'ancien Trait qui donne le contour eEe d'un côté & pPp de l'autre, s'écarte

considérablement des vrais contours *e F x e*, & *p y G*, qui font la Colonne torse d'épaisseur uniforme.

D'où il suit que les courbes hélicoïdes, cylindriques ou en Limace des côtes opozes de la projection verticale de la Colonne ne doivent pas être semblables à la courbe de son axe, contre la pratique du Trait de Vignole, ce que nous avons déjà démontré ailleurs en d'autres occasions, lorsque nous avons parlé de la Vis St. Giles ronde, où nous avons montré que les hélices compagnes, quoiqu'équidistantes entre elles, ne sont pas pour cela semblables, parce que celle qui approche de l'axe droit vertical est plus roide que celle qui s'en éloigne davantage, laquelle est plus couchée, ainsi de suite.

D'où il suit encore que l'axe courbe ne partage pas en deux également toutes les sections horizontales de la Colonne, car suposant, ce qui est possible, les points *n* & *b* de la fig. 213. réunis en un seul, il est clair que *F n* est plus grand que *E b*, qui est par la construction égale à *n o*, donc *F n* est plus grande que *n o*, par conséquent le Trait de Vignole, qui porte des parties égales de part & d'autre du point de l'axe *n*, ne peut donner qu'un faux contour, *ce qu'il falloit démontrer.*

Donc pour corriger le Trait de Vignole, l'axe courbe étant tracé, il faut en venir au notre, en traçant une grande quantité de cercles ou d'arcs à droite & à gauche de cet axe, pour mener par leurs extrémités une courbe tangente, qui est un Épicycloïde différente de chaque côté.

ON pourroit aussi ce me semble faire encore une petite réforme au Trait de Vignole, qui seroit de faire les deux Limaces du bas & du haut un peu plus hautes, en leur faisant faire une circonvolution complète au lieu d'une moitié à chacune; ma raison est qu'étant ainsi plus allongées, elles se joindroient plus insensiblement à l'hélice cylindrique qui fait le corps de la Colonne.

ENFIN si l'on veut lui donner du renflement, il en faut venir à notre premier Trait, sans cependant rehausser ni rebaisser les intervalles des circonvolutions que d'une quantité peu sensible à la vûë, ce que l'on peut faire en éloignant beaucoup le point R de l'axe droit Q 60.

Aplication du Trait sur la Pierre ou sur le Bois.

Si la Colonne torse est cylindrique, comme celle de Vignole, on commencera par former un rouleau du diamètre & de la longueur de la Colonne, ou de la hauteur que la pierre pourra porter si elle est

V v ij

faite de tambours, & ayant divisé le cercle de la base en huit parties égales par quatre diamètres, on mettra une règle sur un des diamètres où on la fera tenir par quelqu'un, puis on en posera une autre à l'autre bout de la Colonne sur le centre de la base opposée, qui fera celle du sommet si la première est le lit de dessous, qu'on dégauchira en la bornant par la première règle, la faisant tourner sur le centre, en sorte que l'une couvre l'autre sans la croiser, à la vûe on marquera les deux points où cette seconde règle coupe la circonférence du lit supérieur, & on la divisera comme celle du lit de dessous en huit parties, par lesquelles & par celles du lit de dessous, on tirera des lignes droites sur la surface du rouleau cylindrique, lesquelles seront des parallèles à l'axe droit ou Cathete.

ON divisera chacune de ces lignes en 48 parties égales, & l'on mena de l'une à l'autre, en montant d'une partie, la ligne courbe, qui marquera la partie la plus saillante de chaque circonvolution de l'hélice.

ENSUITE pour la creuser, on levera deux cerches opposées sur l'élevation que l'on a fait de la Colonne torse, avec lesquelles on creusera des plumées qui donneront le contour ondé vertical des côtes opposées, ayant soin de tenir le plan, j'entends la surface plane, de ces cerches par leur milieu dirigées à l'axe droit de la Colonne, sans quoi elles donneront de fausses plumées; les milieux de ces mêmes cerches un peu remontées ou rebaisées suivant les points donnez à la surface du rouleau, serviront à faire d'autres plumées sur les huit parallèles à l'axe droit, & par ce moyen on abattra la pierre de plumée en plumée assez près pour ne pas se tromper.

QUAND je dis que les milieux de ces cerches serviront, étant posées un peu plus haut ou plus bas, pour faire de nouvelles plumées, j'entends seulement parler de la partie cylindrique, qui est comprise entre les deux demies circonvolutions qui font en Limace, l'une à la base, l'autre au sommet, parce que les contours de ces deux extrémités sont différens de ceux du fût cylindrique entre elles.

PRESENTEMENT, si au lieu de la Colonne torse ordinaire, on en veut faire une à circonvolutions inégales & en Limaces, il faut commencer par faire un corps rond en fuseau émoussé par les deux bouts, semblable au fuseau du noyau vuide HLK 1, ou pour en donner une idée plus nette, on fera une Colonne renflée, sur laquelle on tirera, comme à la précédente cylindrique, des lignes courbes qui ne seront pas parallèles à l'axe droit, mais qui seront dans le même plan de la section par cet axe.

ON divisera ensuite ces lignes en parties inégales, telles que les donne l'épure de la fig. 211. que nous prenons pour exemple, & on tirera d'une division à l'autre en montant les lignes hélicoïdes des parties les plus saillantes de la Colonne.

ON levera ensuite des cerches des contours oposez, suivant lesquelles on fera deux plumées; mais à cause de l'inégalité des circonvolutions, il faudra faire plusieurs élévations, par exemple, celle de la fig. 210. qui a été faite sur le diamètre DE de la fig. 211. ne pourra servir que pour cette position, il en faudra faire une autre sur le diamètre QR qui fera différente: ensuite une autre sur le diamètre \int T, ainsi de suite autant qu'on le jugera à propos; pour faire de nouvelles plumées toujours dirigées à l'axe droit & de l'une à l'autre, on abattra la pierre ou le bois comme les plumées l'indiqueront, ce qui demande de l'adresse, & de l'attention pour bien éviter la Colonne sans jarrets.





CHAPITRE DOUZIEME.

APENDICES CONCERNANT LE DISPOSITIF
à la Construction des Voutes.

LES dispositions à la construction d'une Voute consistent en deux choses.

L'UNE à regler l'épaisseur des piédroits, qui est nécessaire pour leur donner une force capable de résister à la *Poussée*, c'est-à-dire à l'effort qu'elle fait pour les écarter, & s'ouvrir.

L'AUTRE à regler la force des cintres de Charpente, qui doivent soutenir les Voussloirs pendant qu'on la bâtit, jusqu'à ce que la clef y soit mise, afin qu'ils puissent en soutenir toute la charge sans en être écrasés.

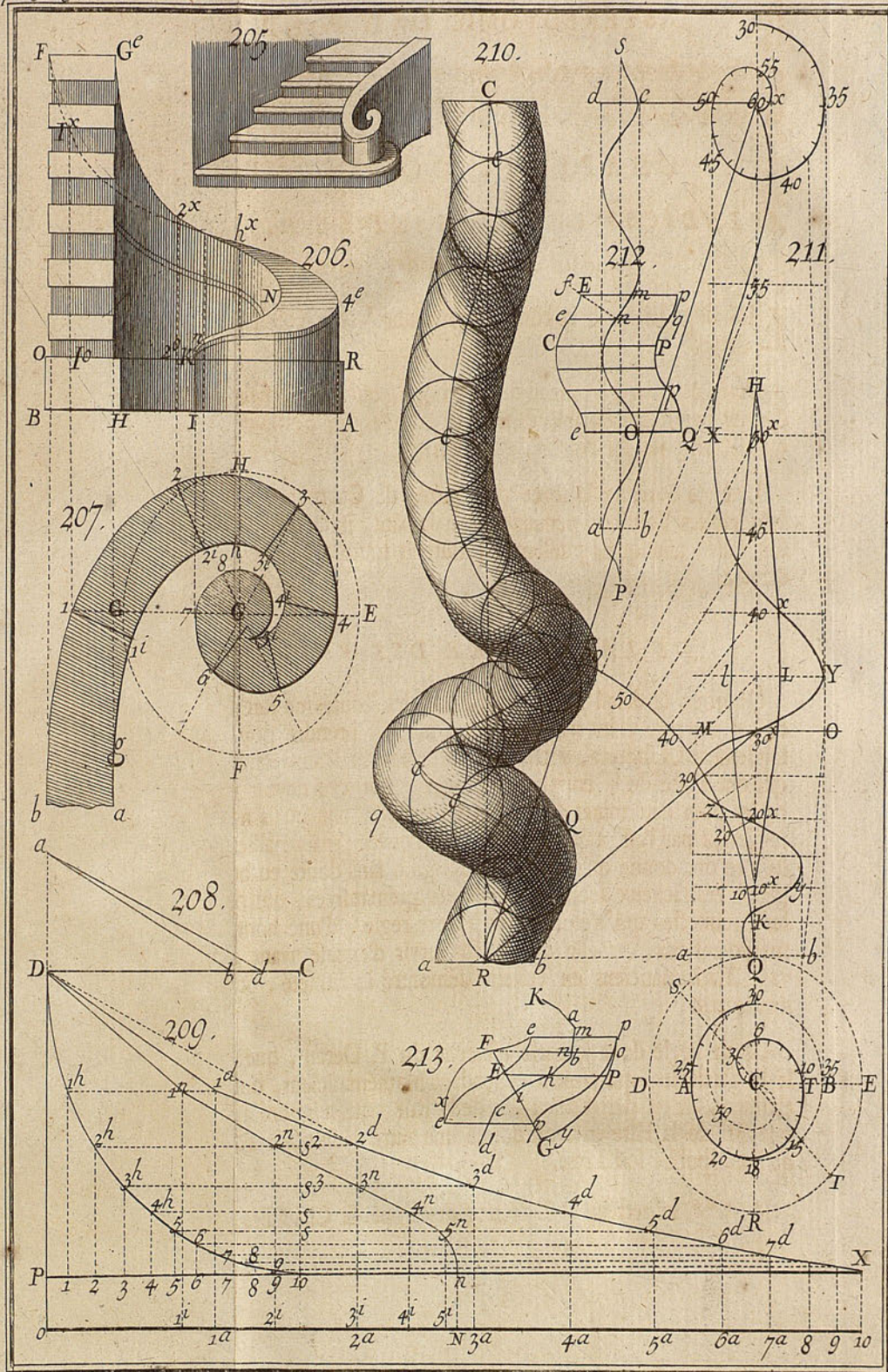
I.

DE LA POUSSEE DES VOUTES.

QUOIQUE le détail de la construction des Voutes ne soit pas du sujet de cet ouvrage, les mesures que l'on doit prendre pour en établir solidement les supports, y paroissent tellement annexes, que les Auteurs qui ont traité de la coupe des pierres, ont cru devoir donner des regles pour déterminer l'épaisseur des *Piédroits*, afin qu'ils ne soient pas renversés par l'effort qu'elles font pour s'ouvrir; mais malheureusement ils n'en ont donné qu'une mauvaise, qui a sans doute eu beaucoup de part à ces fâcheux accidens de chutes prématurées, qui ont couvert les Architectes qui s'étoient fiez à cette regle, d'une honte qu'ils ne méritoient pas, car elle devoit leur servir d'excuse avant que de sçavans Mathématiciens en eussent démontré la fausseté, & donné de meilleures.

CETTE regle dont je parle est celle du P. Deran, que Blondel & le P. Dechalles, qui étoient cependant Mathématiciens, ont suivi sans examen, & en dernier lieu M. de la Ruë, qui a ignoré apparemment que M. de la Hire en avoit donné une autre démontrée 16. ans avant qu'il eût publié son Livre.

M. *** Inspecteur & Directeur des Ponts & Chaussées, qui a eu



connoissance de cette regle , l'a rejetée pour en chercher une meilleure, sans en comprendre ni la construction ni la démonstration, comme il le confesse ingenuëment dans sa *Dissertation sur les Piles des Ponts* (pag. 4.) *M. de la Hire*, dit-il, *ce Sçavant du siècle prétend avoir démontré la Poussée des Voutes.*

A ce début on s'attend qu'il va découvrir quelque erreur ; point du tout , il y trouve seulement à rédire (pag. 6.) qu'il n'a pû l'entendre , & par conséquent que cette regle étant au dessus de la portée des Ouvriers, elle leur est inutile. *Tant que nos pensées, ajoute-t'il, ne seront pas aisées à pénétrer aux moins sçavans, elles ne seront pas instructives, & par conséquent deviennent inutiles à la posterité :* mais, avec sa permission, ne suffit-il pas que nous puissions en profiter par la médiation des plus sçavans, qui nous expliquent ce que nous n'entendons pas. Les ouvrages d'Euclide, d'Apollonius, d'Archimede, &c. ont-ils été inutiles à la posterité, parce que les moins sçavans n'entendent pas le Grec, & qu'ils contiennent des choses difficiles à concevoir aux Ouvriers & à des plus sçavans ; ce n'est pas une raison pour autoriser les fausses regles qui peuvent être à leur portée, que de dire qu'ils ne sont pas en état d'entendre celles qui sont émanées du calcul Algebrique ; il suffit que ceux qui président à la construction des Voutes soient assez dociles pour demander l'explication de ce qu'ils n'entendent pas.

NOTRE Auteur qui n'est pas un Artiste sans étude, & qui sçait que les Mathématiciens n'avancent rien sans preuve, auroit pû se faire expliquer ce que signifioient les expressions Algebriques de *M. de la Hire*, & il auroit vû que la hauteur des piédroits, l'épaisseur, & la charge de la Voute étoient nécessairement compliquées dans la recherche de l'effort de sa poussée, d'où il auroit conclu que la nouvelle regle qu'il avoit imaginé, n'entrant pour rien dans l'une ni dans l'autre de ces considérations, elle ne devoit pas être meilleure que celle du *P. Deran* qui a les mêmes défauts, & que ce qu'il prenoit pour une démonstration de sa prétendue regle n'étoit qu'une pure illusion.

IL pourra peut-être me dire que je demande plus de circonspection qu'il n'est nécessaire, puisque dans un extrait de l'assemblée de l'Academie de Montpellier de l'année 1732. on trouve une nouvelle regle pour déterminer l'épaisseur des piédroits des Voutes, dans laquelle il est expressément dit qu'en ne doit pas s'embarasser de la hauteur qu'ils doivent avoir.

CE seroit faire tort à cette illustre Academie, que de croire que ce discours y ait été inséré sans correctif.

LE sçavant Academicien qui donne cette regle s'est expliqué qu'il ne la donnoit pas pour Géometrique, mais seulement pour la commodité des Ouvriers, & qu'il ajoûtoit beaucoup à l'épaisseur nécessaire au seul équilibre, & parce que les différences des hauteurs ordinaires dans la pratique n'augmentent pas les épaisseurs au de-là de celle qu'il a jugé nécessaire, on peut par cette précaution se dispenser de faire attention à la hauteur des piédroits, mais non pas à l'épaisseur & à la charge de la Voute, à laquelle le P. Deran, ses sectateurs & M. Gautier n'ont eu aucun égard. On verra ci-après par un Probleme, que M. Danify m'a fait l'honneur de m'envoyer, les différences d'augmentations d'épaisseur de piédroits que produisent leurs différentes hauteurs, preuve qu'il ne compte pas ces différences pour rien.

*Des différentes Hypotèses qui ont servi à la recherche
de la Poussée des Voutes.*

I.

LE premier Mathématicien qui ait travaillé à déterminer l'épaisseur que les piédroits des Voutes doivent avoir pour résister à l'effort de leur Poussée, a été M. de la Hire de l'Academie des sciences, qui joignoit à une profonde Théorie une grande connoissance des Arts, particulièrement de l'Architecture.

AYANT remarqué que la plupart des Voutes, dont les piédroits avoient été trop foibles pour en soutenir la Poussée, s'étoient fendues vers les milieux des Reins entre l'imposte & la clef, il a considéré la partie du sommet comprise entre ces deux fentes, comme un seul Vouffoir en forme de coin, & les piédroits joins au quart de la Voute compris entre l'imposte & la fente de chaque côté, comme ne faisant qu'un seul corps avec cette partie; de sorte qu'il considère dans une Voute en Berceau circulaire trois solides différens, l'un au milieu qui est une moitié de la Voute, & les deux autres qui en font des quarts comme étant joins aux piédroits, & sur cette Hypotese il calcule l'effort que le coin du milieu fait pour écarter ses deux apuis lateraux.

I I.

QUOIQUE cette premiere Hypotese fournisse une solution très sûre pour la pratique, M. Couplet de la même Academie a jugé qu'on pouvoit trouver avec plus de précision l'effort de la Poussée des Voutes, en considérant en particulier chaque Vouffoir, comme un coin qui faisoit effort pour écarter ses collateraux, & parce que ces coins peuvent

peuvent être confiderez comme des corps polis, ou comme grenus & raboteux, il a examiné le résultat de chacune de ces suppositions, pour déterminer l'épaisseur des piédroits.

I I I.

M. Danify de l'Academie de Montpellier, pour se délivrer de la nécessité de toute hypotese, a consulté l'expérience en faisant faire des modeles de Voutes de différens cintres qu'il a chargé sur la clef, ou diminué la force des apuis de leurs piédroits au point où elles commencent à s'ouvrir pour voir ce qui arrivoit au moment de leur destruction, & en tirer des conséquences propres à déterminer l'épaisseur des piédroits, mais quoiqu'il ait donné une regle pour les Ouvriers, il n'a pas encore renduë publique celle qu'il a promise dans l'extrait de l'assemblée de l'Academie de Montpellier en 1732. Nous allons parler de chacune des solutions de ce Probleme.

P R O B L E M E I.

L'épaisseur d'une Voute cylindrique, sa charge, & la hauteur de ses piédroits étant donnez, trouver l'épaisseur qu'ils doivent avoir pour en soutenir la Poussée.

Ce Probleme peut être résolu de plusieurs manieres différentes, comme nous venons de le dire.

Premiere Solution pour la premiere Hypotese d'un seul Coin, comprenant le quart de la Voute vers la clef.

EN suivant la même Hypotese, on peut trouver l'épaisseur des piédroits demandée par deux manieres, ou par le calcul, ou par une Construction Géometrique.

QUANT à la premiere, je n'ai rien à ajoûter à celle qu'a donné M. Belidor dans le Livre intitulé la Science des Ingenieurs, où il a trouvé une équation, dont il a fait une aplication à la pratique par le calcul d'une maniere très claire & très aisée pour toutes les Voutes cylindriques simples, & pour les platebandes.

POUR la seconde voye, qui est celle de la construction sans calcul, avec la regle & le compas, qui est plus commode & plus à la portée des Ouvriers, nous donnerons celle de M. de la Hire, que M. Gautier a regardé (pag. 6.) comme inintelligible, & l'on verra qu'elle n'est pas d'une exécution plus difficile qu'un grand nombre des Traits de la

coupe des pierres qu'on trouve dans les Livres du P. Deran & de M. de la Ruë, dont les Apareilleurs font usage tous les jours.

POUR donner un exemple intéressant sur ce sujet, & appuyer ce que nous avons à dire par l'expérience, je proposerai ici un magasin à poudre d'une grandeur un peu au dessus de l'ordinaire, & des mêmes mesures que celui qui fut exécuté en 1732. dans une Ville de la frontiere, lequel par la foiblesse de ses piédroits s'écroula avant que d'être totalement décintré.

Pl. 109. SOIT (fig. 214) la figure AHED la moitié du profil d'un Bâtiment
Fig. 214. vouté en Berceau, dont la moitié du cintre à la doële est le quart de cercle BM*b*, & dont l'extrados est un égout de comble en ligne droite HA, passant à la distance LM de la doële où est sa moindre épaisseur.

SOIT aussi la hauteur donnée BP du point B de la naissance de la Voute, au dessus du rez-de-chaussée PE, il faut trouver une ligne BX, qui détermine l'épaisseur du piédroit XBP, de force suffisante pour contre-balancer l'effort de la Voute qui tend à écarter le point B qu'elle pousse pour s'ouvrir & tomber.

PAR le centre C du demi cintre BM*b* qu'on suppose ici circulaire, ayant élevé la verticale CH parallèle au piédroit BP, on divisera l'arc B*b* en deux également en M, par où on menera une seconde verticale MV, & l'horizontale indéfinie NW, qui coupera CH en E. On tirera du centre C par M la ligne CL, qui coupera AH en L.

ON mesurera ensuite la surface mixte quadrilatère LH*b*M comprise par l'arc M*b* de la doële, & les trois lignes droites LH, H*b*, LM, en prenant tout le triangle LHC, dont on retranchera le secteur de cercle M*b*C, ce que l'on peut faire sans calcul avec la règle & le compas, comme nous allons l'enseigner pour la commodité des Ouvriers.

AYANT divisé la ligne LC en deux également en *m*, on menera par le point *m* la ligne *m**k* parallèle au côté LH, & par le point H une autre H*k* parallèle à LC, qui coupera la précédente au point *k*; le rectangle L*k* fera égal au triangle rectangle CLH, dont il faut retrancher un secteur de cercle CM*b*.

ON divisera l'arc M*b* en deux également au point 2, & l'on rectifiera l'arc *b*2 qu'on portera en *b**d* perpendiculairement sur CH, le rectangle C*d* fera égal au secteur CM*b*.

IL faut présentement retrancher ce rectangle C*d* du rectangle H*m*,

ce qui se fera en réduisant Cd à même hauteur ou largeur que le parallélogramme Hm , (par la 44 du 1^{er} Liv. d'Eucl.) sur BC prolongée, on prendra Co égal à Cm , & l'on tirera par les points o & b la ligne ox , qui coupera id prolongée en x ; on portera la longueur dx en Le sur LH , & l'on tirera et parallèle à Lm ; le rectangle Ht sera la valeur de la surface quadriligne mixte $LmbH$ que l'on cherche.

ON prendra ensuite la racine quarrée de cette surface en portant le côté et en eK ; puis ayant divisé KH en deux également en c , du point c pour centre, cK ou cH pour rayon, on fera un arc qui coupera et en y ; la ligne ey fera la racine quarrée que l'on cherche.

PRESENTEMENT on portera cette racine quarrée du point M en g sur l'horizontale MF , & du même point M en G sur la verticale MV ; par les points G & F , on menera GF , & par le point g la parallèle gS , qui coupera MV en S .

ON tirera ensuite par le point V , où la verticale MV coupe la ligne horizontale du rez-de-chaussée, la ligne VF , & par le point S , on lui mènera une parallèle SY , qui coupera MF en Y .

PAR le point C , on tirera CT perpendiculaire à VF , qui coupera FMN au point T ; on prendra ensuite la moitié de MY qu'on portera de T en N , puis en retrogradant on portera la distance PV de N en u ; la longueur Fu sera portée de l'autre côté en FW pour avoir le point W .

Du point M pour centre & pour rayon MY , on décrira le demi-cercle YqR , qui coupera MV en q & MN en R ; du point W pour centre & de l'intervalle WR pour rayon, on décrira l'arc RZ , qui coupera MV en Z ; la longueur Zq est celle que l'on cherche pour déterminer l'épaisseur du piédroit en BX ou Pg , parce que nous le supposons à plomb sans talud.

Résultat suivant des mesures données.

SUPPOSANT des mesures à ce Bâtiment telles qu'elles sont marquées par l'échelle au dessous de la fig. 214. on trouvera que le rayon ou demi-diamètre BC de la Voute en Berceau étant donné de 30 pieds, la moindre épaisseur LM aux reins de 3 pieds, celle à la clef Hb de 10, & la hauteur du piédroit de 13 pieds & demi; l'épaisseur cherchée pour ce même piédroit a été trouvée par la construction de 11 pieds.

Observation sur l'expérience.

L'EXPERIENCE a fait voir qu'un Bâtiment construit sur les mesures qu'on vient de détailler pour la hauteur des piédroits, la largeur du cintre, & la charge de son épaisseur aux différens endroits de la Voute, mais dont les piédroits n'avoient que 9 pieds d'épaisseur, n'a pû subsister, quoique apuyez par des contreforts de 4 pieds de queue, & de 6 pieds d'épaisseur espacez de trois en trois toises, parce que la Poussée de la Voute a fait écarter les piédroits à l'impolte en les couchant en talud, de sorte que la Voute s'est aussi ouverte & enfoncée; il est certain que si ces piédroits avoient eu deux pieds d'épaisseur de plus, comme le demande l'opération fondée sur l'hypothese de M. de la Hire, l'accident ne seroit pas arrivé, parce que dans l'état où les choses étoient, il est visible que les puissances de la Poussée de la Voute & de la résistance des piédroits aprochoient déjà beaucoup de l'équilibre, puisque les parties décintrées dans la plus grande longueur de la Voute, ont subsisté quelques heures avant que de s'écrouler, de sorte que deux pieds d'épaisseur de plus auroient infailliblement fortifié les piédroits au-delà du nécessaire; cependant suivant ces mesures, ils n'auroient encore été que dans l'état d'équilibre, auquel il n'est pas de la prudence de l'Architecte de se fixer; il convient d'y ajouter quelqu'épaisseur de plus, ou bien des contreforts.

ON peut conclure de cette expérience que les regles du calcul & de l'opération, fondées sur l'hypothese de M. de la Hire, sont très sûres pour l'état d'équilibre entre la poussée de la Voute & la résistance des piédroits, & que si l'on y ajoute quelque renfort, on se met hors de soupçon de fracture de la Voute.

Je ne dis rien de l'épaisseur de la maçonnerie qu'on peut épargner par le moyen des contreforts. M. Belidor en a donné le calcul; cette construction expose le bâtiment à des fractures, si leurs queues ne sont un peu épaisses & assises sur un fond très solide, & bâties d'une pierre de taille qui soit d'assez bonne consistance, comme il l'a lui-même fort judicieusement observé, parce que ce sont des apuis où se fait tout l'effort de la Poussée, lesquels s'enfoncent d'autant plus facilement dans le sol, qu'ils sont étroits & avancés au-delà du mur.

De la Poussée des Voutes en Cintres Elliptiques.

PREMIEREMENT,

Des surhaussez extradossez.

DANS l'exemple précédent, l'extrados étoit d'une nature différente de la doële, puisque la doële étoit circulaire, & l'extrados en ligne droite, ce qui formoit une épaisseur de Voute par-tout inégale; ici nous supposons, ce qui est de plus ordinaire dans les bâtimens, que l'extrados est un arc concentrique ou équidistant de la doële, & que cet arc est Elliptique d'une Ellipse, dont le grand demi axe est vertical. Pour ne pas multiplier les figures, nous prendrons pour moitié du profil, celle de l'arc rampant de la fig. 217. que nous supposerons être telle en ARM *be* sur la hauteur du piédroit donné AR. Fig. 217.

AVANT divisé la moitié R *b* en deux également en M, on menera par ce point une tangente M *t* à l'arc Elliptique, par le Prob. III. du 2^e. Liv. à laquelle on tirera une perpendiculaire MS*, qui coupera la verticale du milieu *be* au point S*, duquel on fera usage comme du point C de la fig. 214.

Au reste l'opération sera en tout parfaitement égale, & même un peu plus simple à cause de l'uniformité de l'épaisseur de la Voute, par exemple, pour trouver la racine quarrée de la surface de la partie LM *bH*, on divisera l'épaisseur de la Voute LM en deux également en *m*, par où on menera l'arc *mn* équidistant de l'arc M *b*, & l'on portera cet arc moyen *mn* dans un endroit à part, comme à la fig. 215. où on l'étendra en ligne droite *mb*, à laquelle on ajoutera la longueur *bH*, qui est l'épaisseur de la Voute de la fig. 217. pour faire sur la toute *mH* comme diamètre, un demi cercle *mXH*, qui coupera *bX* perpendiculaire sur *mH* au point X; la ligne *bX* fera la racine quarrée de la surface du profil d'une partie de la Voute LM *bH*, qu'on portera de M en *g* & de M en G, pour continuer l'opération de la même manière que la fig. 214. laquelle donnera la longueur *qz* pour l'épaisseur du piédroit RX que l'on cherche.

SECONDEMENT,

Pour les Voutes Elliptiques surbaissées.

Soit (fig. 219.) le cintre surbaissé ponctué IE *d*, & son extrados Fig. 219. *H7*. Ayant divisé l'arc IE en deux également en 2, on menera

par ce point 2 une tangente indéfinie (par le Prob. III. du 2^e. Liv.) 2'3, à laquelle on tirera une perpendiculaire 2 S*, qui coupera la verticale du milieu de la clef E f au point S* au dessous de la ligne des impostes I d, duquel point on se servira comme du point C de la fig. 214. pour tirer une ligne f T à la ligne A e, qui coupera l'horizontale 2 T au point T, qui se trouve par cette construction beaucoup plus éloigné que le point Q provenu de la construction du plein cintre I b d de la même figure, d'où résulte une plus grande épaisseur de piédroit, au contraire de l'exemple précédent du cintre surhaussé, où le point S* de la fig. 217. se trouve au dessus de la ligne des naissances XRC, d'où résulte que la perpendiculaire tirée de ce point S* à la ligne EV, donne un point T de section avec l'horizontale MT beaucoup plus près de la ligne du milieu b e, que ne seroit celui qui proviendrait du plein cintre, parce que le point G°, d'où partiroit la perpendiculaire sur VF, est au dessous du point S*.

ON voit à la fig. 218. l'extraction de la racine quarrée de la surface.

ON a rassemblé à la fig. 219. les deux constructions du plein cintre & du surbaissé pour en faire la comparaison, où l'on voit que leurs différences proviennent des différentes inclinaisons des tangentes L 4 & 2'3, qui ont été menées sur les milieux des arcs IL b & I 2 E, qui donnent les différentes hauteurs des points C & f.

Nous ne parlons pas ici des piédroits en talud, qui rendent l'opération beaucoup plus composée, parce qu'ils ne sont pas fort communs dans les bâtimens les plus usuels, comme les Magasins à poudre, &c. & que nous devons en parler sur une autre hypotese.

TROISIEMEMENT,

Pour les Arcs rampans.

Si le cintre d'un Arc rampant est un composé de deux arcs de cercles, comme à la fig. 217. l'arc R b qui est composé de l'arc RM i, dont le centre est sur la ligne de l'imposte basse en C, & de l'arc i b m N, dont le centre est en c sur la ligne de niveau à l'imposte supérieure c N, il faudra chercher l'épaisseur du piédroit, qui convient à chaque partie de la Voute à droite & à gauche de la verticale HE abaissée du sommet b de l'arc rampant. Ainsi on divisera le petit arc supérieur b m N en deux également en m, par où on menera au centre c la ligne m c, qui coupera la verticale H e au point c; de même on divisera l'arc composé RM i b en deux également en M, par où



l'on tirera le rayon MC , qui coupera la verticale He au point S qui tiendra lieu du point C de la fig. 214.

On prendra aussi à part les moyennes proportionnelles entre les longueurs de l'arc de la moyenne épaisseur rectifié mK , & de l'épaisseur Hb , comme on voit à la fig. 215. & entre l'arc moyen kn rectifié, & la même épaisseur Hb , comme on voit à la fig. 216. pour avoir les racines quarrées bX , nx de la surface de chacune de ces moitiés de Voute, & en faire usage comme l'on a fait à la fig. 214. ce qui ne souffre aucune difficulté.

Si l'arc rampant est une courbe simple de quelqu'une des sections coniques, ayant cherché le point de sommité b , qui sera celui de l'atouchement d'une horizontale parallèle à RC , on divisera comme dans tous les cas, le milieu de chaque arc entre l'imposte, & ce point en deux également, & l'on tirera par ces points M & m des tangentes, auxquelles on fera des perpendiculaires qui donneront les points c & f , comme l'on a fait pour les autres cintres Elliptiques, & l'on continuera l'opération comme à la fig. 214.

Comparaison & Remarque importante sur les regles des Auteurs qui ont traité de la Poussée des Voutes.

Si au lieu de la construction qui nous a donné les épaisseurs des piédroits, nous cherchions ces mêmes épaisseurs par les regles des Auteurs qui ont précédé M. de la Hire, nous trouverions qu'elles auroient été beaucoup moindres, & quelquefois de près de moitié de ce qui est nécessaire, suivant le plus ou le moins d'épaisseur, & de charge de la Voute & de hauteur des piédroits.

PAR exemple à la fig. 214. suivant la méthode du P. Deran, qu'ont suivi Blondel, Dechalles & la Ruë; ayant divisé l'arc Bb en trois également au point 3, on doit tirer la droite 3 B 4, & faire B 4 égal à B 3 pour avoir le point 4, par lequel on tirera la verticale 4 5, laquelle selon eux détermineroit l'épaisseur du piédroit 5 B. Or il est visible que cette épaisseur étant moindre que XB d'une quantité considérable 5 X, qui est presque un tiers du tout XB , la Voute n'auroit pu subsister étant déjà moindre de la quantité 6 5 que l'épaisseur 6 B qui n'a pas suffi; d'où il suit que la Voute bâtie sur de telles mesures auroit écrasé les Ouvriers qui l'auroient décintré.

La regle de M. Gautier dans cette circonstance approche de la bonne épaisseur par un pur hazard, car si l'on applique cette même regle

à la Voute de la fig. 217. on trouvera qu'elle se réduit à prendre pour l'épaisseur du piédroit la moitié de la corde Nb , laquelle étant portée en NG , tombe en dedans du point x qui est celui de la bonne épaisseur, par conséquent qu'elle est trop foible en cette rencontre, & que la Voute culbutera en la décintrant.

Au contraire elle fera plus forte au piédroit inférieur RX , ce qui fait voir qu'elle peut varier en trop ou en trop peu, suivant la charge de la Voute & la hauteur des piédroits.

IL est étonnant qu'aucun de ces faiseurs de regle n'ait senti qu'il falloit plus d'effort pour soutenir une grande charge qu'une petite, le diametre du cintre restant toujours le même, & qu'un piédroit fort élevé est plus facile à renverser que celui qui est si court, qu'il n'est presque pas distingué de la naissance.

Démonstration de la Construction.

LA démonstration de la solution du Probleme se trouve dans les memoires de l'Academie des Sciences, où M. de la Hire, qui n'ayant à parler qu'à des Scavans du premier ordre, n'est pas entré dans un détail tel qu'il convient à des gens d'une classe beaucoup inférieure, ainsi il est à propos de l'expliquer.

Soit (fig. 219.) la portion de l'arc supérieur $LMF = ff$ la portion de l'arc inférieur $ILM = vv$. $LE = f$ $CE = e$; $LA = g$. $IS = b$. $SA = a$; $TO = b$ & HS largeur du piédroit $= y$, & par conséquent $TS = \frac{1}{2}y$ dans la supposition que la hauteur du piédroit soit égale à LA , il trouve cette équation

$$ffeg - fff y - fffa = \frac{1}{2} y y g f$$

Et posant $ff = fm$, il la réduit à

$$meg - mfy - mfa = \frac{1}{2} y y g$$

& posant encore $mf = ng$, & multipliant par 2 il trouve, $yy + 2ny = 2me - 2na$, qui lui donne la construction que nous venons de décrire, dont la démonstration ne se présente pas assez facilement du premier abord pour qu'on l'aperçoive sans méditation, lorsqu'on n'est pas beaucoup versé dans le calcul, c'est pourquoi j'ai cru devoir y suppléer en continuant la réduction de cette équation $yy + 2ny = 2me - 2na$, si l'on ajoute à chaque terme nn , on aura $yy + 2ny + nn = nn + 2me - 2na$, & tirant la racine quarrée l'on a $y + n = \sqrt{nn + me - 2na}$, & retranchant n l'on aura $y = \sqrt{nn + 2me - 2na} - n$, dans laquelle on a la construction qui donne $y = HS$.

POUR

POUR découvrir les raisons pour lesquelles la grandeur $g \cdot 8 = y = H$, il n'y a qu'à faire attention que les lignes de la construction donnent les Analogies suivantes.

A cause de EZ parallele à X_4 , on aura

$$LE(f) \cdot LX(\sqrt{ff}) :: LZ(\sqrt{ff}) L_4\left(\frac{ff}{f} = \frac{f^m}{f} = m\right)$$

à cause de AE parallele à $4 Y$, on aura

$$LA(g) L_4(m) :: LE(f) LY\left(\frac{f^m}{g} = \frac{n \cdot g}{g} = n\right)$$

& à cause des triangles semblables ALE, & QEC, on aura

$$LE(f) LA(g) :: EC(c) \cdot EQ\left(\frac{c \cdot g}{f}\right)$$

le reste de la construction est assez facile pour qu'on puisse la suivre sans autre explication.

PROBLEME II.

La hauteur des clavaux d'une plate-bande, & celle de leurs piédroits étant donnée, trouver, sans calcul, l'épaisseur des piédroits.

SOIT le rectangle ABEF, l'ouverture d'une baye fermée en plate-bande, dont la hauteur des clavaux est Ba , & celle des piédroits AB; il faut trouver la longueur d'une ligne Ax , qui détermine l'épaisseur des piédroits pour qu'ils soient d'une force capable de résister à l'effort que la plate-bande fait pour les écarter.

PAR la construction de l'épure ordinaire dans la coupe des pierres, on détermine l'inclinaison des lits des sommiers dans l'alignement BG du côté BC d'un triangle équilatéral formé sur la plate-bande BE; en sorte que les trois lignes BE, BC & EC soient égales entre elles, & que les coupes GB, EK tendent au point commun C.

CELA supposé, ayant divisé la ligne DH en deux également en Q, & ayant mené QQ parallele à BD, on portera la longueur QQ en DY; & sur HY pour diamètre, ayant décrit le demi cercle Y_mH qui coupera BD au point m , on portera Dm en BM, & on tirera AM du bas du piédroit par le point M, où on lui fera MP perpendiculaire, qui coupera le piédroit AB prolongé en P.

ENSUITE on portera la moitié de BD en DI, qui tombe ici tout près du point H; & sur CI comme diamètre, ayant décrit le demi cercle CnI qui coupera BD en n , d'où l'on tirera la droite nC , à laquelle on fera mx parallele, qui coupera CI au point x .

Tom. III.

Y y

ON portera ensuite BP en DR pour tirer la ligne R ∞ , sur laquelle ayant pris R d égal à RD où BP, le reste ∞d fera la longueur de la ligne que l'on cherche, laquelle étant portée de B en X ou de A en ∞ , donnera l'épaisseur du piédroit qui doit soutenir l'effort de la moitié de la plate-bande, de même que l'autre EF la moitié DK.

Où l'on doit encore remarquer l'erreur de la méthode de M. Gantier, qui ne donne au piédroit que l'épaisseur Be, qu'il fait égale à BD moitié de la plate-bande : cette méthode étoit très facile pour se faire entendre aux Ouvriers, c'est dommage qu'elle les expose à l'affront de voir leur ouvrage tomber en levant les étançons.

Remarque sur l'utilité de la Théorie prouvée par des Faits.

QUOIQUE la Théorie de la Poussée des Voutes soit beaucoup mêlée de causes Physiques, l'expérience confirme cependant la justesse des regles qu'on en a tiré, puisque les Voutes qui étoient appuyées sur des piédroits plus foibles que ceux qu'elles donnent, se sont écroulées ; ainsi en suivant ces regles on ne court aucun risque de pareil accident, pourvu qu'on y ajoûte encore un peu d'épaisseur, parce qu'elles ne donnent que celles qui est nécessaire pour mettre la force de la résistance des piédroits en équilibre avec celle de la Poussée de la Voute ; or en cet état on s'expose de le voir rompu par le moindre accident ; sur quoi je rapporterai un fait qui prouve la nécessité de cette précaution.

J'AI fait faire dans un ouvrage détaché une petite Chapelle Elliptique pour le détachement des soldats de garde, laquelle est inscrite dans un octogone allongé, couverte d'une simple Voute couronnée d'un plafond, & n'ayant donné d'épaisseur au mur que celle qui résulte du calcul de la première hypotèse ; je la fit décinturer aussi-tôt qu'elle fut achevée sans lui donner le tems de faire corps, elle subsista sans aucune fracture ; mais ayant eu trop de confiance à la belle saison, je ne me pressai pas de la faire couvrir, un orage avec une pluie abondante survint, laquelle remplissant d'eau les pores de la brique y ajoûta une nouvelle charge qui rompit l'équilibre ; il se fit quatre lézardes, une à chaque axe de l'Ellipse, qui n'ont pas eu d'autre suite depuis qu'elle a été couverte de son comble.

SUR quoi l'on doit faire trois réflexions utiles à la pratique ; la première, que l'on doit augmenter la force des piédroits au dessus de l'état de l'équilibre avec la Poussée, comme je viens de le dire.

LA seconde, qu'on ne doit faire les Voutes qu'à couvert de, peur que la pluye ne les charge plus qu'elles ne doivent être.

LA troisième, qu'on ne doit pas compter sur l'expérience des gens sans Théorie, quelques versez qu'ils puissent être dans la pratique, pour donner les mesures des épaisseurs des piédroits des bâtimens voutez dont ils n'ont pas d'exemple à imiter précisément, car en cela un vieux praticien est toujours un vieux ignorant; c'est une connoissance du ressort de la Théorie, que la pratique ne peut jamais leur donner; ils n'en peuvent tirer que des raisonnemens de comparaisons des ouvrages qu'ils voyent exécutez, dans lesquels ils sont sujets à se tromper pour peu que les cas varient; 46 ans de routine sans principe n'avoient pu instruire l'Architecte du magasin, dont on a parlé, du changement de mesure qui convenoit à sa grandeur & à sa charge, qui étoit un peu au dessus de l'ordinaire; il n'est pas le seul à qui pareille chose est arrivée par la même raison.

Ces événemens ont fait injustement soupçonner d'honnêtes Gens de connivence sur la mauvaise construction, ou tout au moins de négligence à veiller à la solidité, & quoique l'examen de la qualité des matériaux les en ait justifié, le Public & bien des gens de considération, qui ne sçavoient pas qu'il fallût être Mathématicien pour donner de justes mesures des piédroits des Voutes, ont bien eu de la peine à revenir de ce faux jugement, & l'ont au moins rejeté sur la mauvaise qualité du sol de la fondation; mais les gens éclairés ont bien reconnu par l'inexécution des regles fondées sur la Mécanique, que celui qui avoit dirigé le bâtiment en question n'avoit péché que par un défaut de Théorie; suite naturelle & légitime du peu de cas qu'il a toujours affecté d'en faire, *spernit ignarus quod nequit assequi*.

Ce sont là, ce me semble, des argumens sans réplique contre ceux qui méprisent la Théorie, & qui osent sans rougir avancer, comme Cartaud dans son septième préjugé, que les Mathématiques n'ont point contribué au progrès des Arts. En sçavoit-on autant avant l'année 1712? & faute de cette découverte combien d'autres Voutes sont tombées en pure perte pour ceux qui les ont élevé ou fait élever: je sçai de mon tems que cet accident est arrivé à trois magasins à poudre, à un grand Edifice élevé & vouté à trois étages pour la Chancellerie de Wirsbourg après avoir été achevé totalement; cependant ceux qui s'en sont mêlez étoient versez dans la pratique de l'Architecture; que répondre à cela? il faut donc avouer que la Théorie en ces cas, est plus utile que la pratique dénuée des principes de Géometrie & de Mécanique.

CE sont encore des raisons pathétiques pour autoriser la préférence que l'on doit donner dans le choix des directions aux Ingenieurs qui possèdent la Théorie des Arts, sur ceux qui n'ont uniquement que des services de guerres, parce qu'il s'y agit du bon employ des dépenses du Roi, & non pas des fonctions militaires. On doit sans doute récompenser les bons Officiers qui ont utilement exposé leur vie, par des graces & des honneurs, & les préférer à ceux qui ont moins de services, lorsqu'ils sont aussi propres à la construction qu'à la guerre, mais s'ils ne sont recommandables que par cette dernière partie sans génie & sans aucune science, comme il s'en trouve, il est évident qu'ils n'ont que la moindre partie des qualitez nécessaires à un Directeur, & qu'il importe au bien du service qu'on leur préfère ceux qui en ont d'essentielles à la construction. Si l'on avoit toujours fait cette attention, le Roi auroit épargné bien des sommes mal employées.

Seconde Hypotese

Pour la recherche de la Poussée des Voutes.

DANS la précédente Hypotese, on a considéré la Voute en Berceau comme un massif de maçonnerie qui avoit fait corps, mais que la poussée avoit fait fendre le long des Reins à la hauteur de 45 degrés; ici nous la considererons comme un assemblage de Voussiors polis sans liaison, qui se poussent mutuellement les uns les autres, en agissant par leur pesanteur suivant les différentes inclinaisons de leurs lits. C'est ainsi que M. Couplet les avoit considéré dans son mémoire inséré dans ceux de l'Academie des Sciences de l'année 1729. sur laquelle hypotese il a établi plusieurs Théoremes & Problemes curieux & utiles pour la poussée des Voutes; mais comme le calcul en est long & fort composé, j'ai cru que je rendrois service au Public si je lui procurois une solution plus simple & plus propre à la pratique: dans cette idée considerons avec raison M. Bernoulli comme un des Géometres de l'Europe le plus capable de la trouver; je l'ai prié d'y donner quelques heures de son tems qu'il a bien voulu m'accorder, quoi qu'il fut incommodé, en quoi il m'a donné une marque d'amitié dont je suis très reconnoissant.

MAIS comme cette solution suppose une connoissance de sa Regle d'Energie par les vitesses virtuelles, il a eu la bonté de me faire part d'une Lettre qu'il écrivit à M. Varignon en 1715. touchant cette regle, dont je vais faire un extrait avant que d'entrer en matiere; il commence par établir ce principe, que *Dans chaque équilibre il y a une égalité d'énergie de forces absolues par les vitesses virtuelles.*

POUR concevoir ce principe, & en faire usage dans la statique, il faut se représenter plusieurs forces différentes, qui agissent suivant différentes tendances ou directions pour tenir en équilibre un point, une ligne, une surface & un corps ; si l'on imprime à tout le système de ces forces un petit mouvement, soit parallèle à soi-même suivant une direction quelconque, soit autour d'un point fixe quelconque, il sera facile de comprendre que par ce mouvement chacune de ces forces avancera ou reculera dans sa direction, à moins que quelqu'une ou plusieurs des forces n'ayent leurs tendances perpendiculaires à la direction du petit mouvement, auquel cas cette force ou ces forces n'avanceront ni ne reculent de rien, car ces avancements ou reculemens que M. Bernoulli appelle *vitesse virtuelle*, ne sont autre chose que ce dont chaque ligne de tendance augmente ou diminue par le petit mouvement, & ces augmentations ou diminutions se trouvent par le moyen d'une perpendiculaire que l'on doit tirer à l'extrémité de la ligne de tendance de quelque force, pour retrancher de la même ligne de tendance mise dans la situation voisine par le petit mouvement, une partie qui fera la mesure de la *vitesse virtuelle* de cette force.

Soit par exemple P, un point quelconque dans le système des forces Pl. 110.
qui se soutiennent en équilibre, F une de ces forces qui pousse ou Fig. 221.
qui tire le point P, suivant la direction FP ou PF ; P p une petite
ligne droite que décrit le point P par un petit mouvement, par lequel
la tendance FP prend la situation f p, qui sera ou exactement parallèle
à FP, si le petit mouvement du système se fait en toutes ses parties
paralèlement à une droite donnée de position, où elle fera avec FP,
étant prolongée, un angle infiniment petit, si le petit mouvement
du système se fait autour d'un point fixe ; si l'on tire donc P c perpen-
diculaire sur f p, on aura c p pour la *vitesse virtuelle* de la force F, en
forte que $F \times c p$ fait ce que M. Bernoulli appelle l'*Energie*.

Il faut remarquer que c p est ou affirmatif ou négatif par rapport aux autres ; il est affirmatif si le point P est poussé par la force F, & que l'angle FP p soit obtus ; il est négatif si l'angle FP p est aigu : mais au contraire si le point p est tiré, c p fera négatif lorsque l'angle FP p est obtus, & affirmatif lorsqu'il est aigu : tout cela étant bien entendu, M. Bernoulli forme cette proposition générale.

L E M M E.

En tout équilibre les forces quelconques en quelque manière qu'elles soient appliquées, & suivant quelque direction qu'elles agissent les unes sur les autres, ou médiatement ou immédiatement, la somme des énergies affirmatives sera égale à la somme des énergies négatives prises affirmativement.

CETTE proposition fournit une regle admirable pour déterminer fans aucune peine, le raport des forces absolues dans les équilibres, & des forces mouvantes dans les machines.

L'APPLICATION en est intéressante dans l'examen des forces du levier de la poulie des poids suspendus sur des plans inclinez ou tirez par plusieurs cordes ; mais comme ces choses ne sont pas de notre sujet, il suffit de nous arrêter à ce qui est nécessaire pour venir à la solution du Probleme de la Poussée des Voutes, pour laquelle je dois seulement faire précéder le suivant.

P R O B L E M E. III.

Un poid sphérique comme une boule B étant soutenu par deux plans AC, DC, trouver l'impression que chacun reçoit de la pesanteur de la boule.

Fig. 222. IMAGINONS que toute la machine ou le système BACD fasse un petit mouvement suivant la direction d'un plan AC, pour prendre la situation *b a c d*.

Si l'on tire *C n* verticale, *c n* horizontale & *C e* perpendiculaire sur *e d*, la vitesse virtuelle du point B sera exprimée par *C n*, parce que la boule B étant parvenue en *b*, on aura *B b* ou *A a = C c*, & par conséquent la verticale *C n* marque de combien est descendu le poid B sur sa tendance naturelle, & la vitesse virtuelle de la résistance que fait le plan CD en soutenant la boule B, est exprimée par *C e* ou *D f*, parce que c'est dans cette direction qu se fait cette résistance, & que c'est de la quantité de la même *D f* que recule le plan CD dans le tems que la boule B descend en B.

APELLANT donc R la résistance, ou ce qui est la même chose, l'impression que reçoit le plan CD par le poid B, & P le poid absolu de la boule B, on aura $P \times C n = R \times C c$; donc $P : R :: C c : C n :: \sinus C c e (ACD) : \sinus C c n$, c'est-à-dire que le poid absolu de la boule est à l'impression qu'il fait sur l'un des plans, comme le sinus de l'angle que font les deux plans ensemble, au sinus de l'inclinaison de l'autre plan.

Si l'un des plans comme CD étoit vertical, pour trouver l'impression qu'il souffre, il n'y auroit qu'à dire, comme le sinus de l'angle des deux plans est au sinus de son complément, ainsi le poid absolu de la boule est à l'impression cherchée.

Si l'on vouloit déterminer immédiatement la proportion des deux impressions que reçoivent les deux plans fans en chercher le raport

qu'elles ont avec le poid absolu de la boule, il n'y auroit qu'à faire mouvoir le systéme BACD suivant la direction horisontale, alors on verra que le chemin que fait le plan AC en avançant perpendiculairement, est au chemin que fait en même tems le plan DC en reculant perpendiculairement, comme le sinus de l'inclinaison du plan AC est au sinus de l'inclinaison du plan DC.

D'ou il suit immédiatement que les deux impressions faites sur les deux plans sont en raison réciproque des sinus de leurs inclinaisons.

Seconde Solution du premier Probleme.

Si l'on suposoit la Voute toute d'une piece, les parties seroient sans doute en équilibre, & il n'y auroit point d'autre poussée que celle que la Voute causeroit sur les piédroits en faisant effort pour les renverser, suposé que les lits des couffinets fussent obliques à l'horison, & s'ils étoient horisontaux il n'y auroit point de poussée du tout: mais comme les Voutes sont composées de Vouffoirs détachez, les Vouffoirs n'ont pas une direction commune verticale pour descendre, chacun en a une particuliere & oblique.

ON doit considerer ces Vouffoirs comme des coins extrêmement polis, qui sont empêchez de glisser le long des plans des lits entre lesquels ils se trouvent par la pression mutuelle qu'ils exercent les uns sur les autres, & qui doit par-tout être la même, comme nous verrons dans la suite.

EXAMINONS présentement la Voute ABCDEFG soutenue par les piédroits HS, JT composée de Vouffoirs en forme de coins tronquez, desquels chacun, comme par exemple EFPO, étant empêché par ses voisins de descendre verticalement, conserve pourtant un effort oblique pour descendre le long de ses joins EO, FP, & pour repousser par conséquent ses deux voisins DEON, FGJP en sens contraire, & il descendroit effectivement si ces deux mêmes Vouffoirs voisins ne le repoussaient aussi en contre-sens avec un pareil effort, en tachant de glisser le long de leurs joins, car on fait abstraction du mortier & des inégalitez ou des engrainemens des joins; & en effet pourquoi seroit-on attention à ces engrainemens, puisque pouvant être plus ou moins considerables, leur effet pour empêcher le Vouffoir de glisser, n'est point ni ne sçauroit être déterminé. D'ailleurs le plus sûr est toujours de construire les Voutes de telles manieres, qu'elles se soutiennent indépendamment du ciment & de ces engrainemens, quand même

Fig. 223.

me les Vouffoirs ne feroient que des boules parfaitement rondes, qui par conféquent ne fe touchaffent qu'en un feul point.

DES-LORS donc que l'effort d'un Vouffoir, pour gliffer en bas fuyant la direction de fes joins, furpaffe l'effort que fes voifins exercent pour le repouffer en fens contraire, il n'y aura plus d'équilibre, le Vouffoir gliffra effectivement, en faifant monter les plus foibles voifins, & puis les autres glifferont, & toute la Voute croulera & tombera en ruine fans que les piedroits quelques forts qu'ils foient puiffent l'en empêcher, parce que la poulée de toute la Voute n'eft pas exercée fur les piedroits feuls.

POUR donc que les piedroits fouffrent la poulée de toute la Voute, afin de pouvoir calculer la force de cette poulée, & lui en opofer une égale ou plus grande, en donnant aux piedroits la largeur requife, il faut abfolument que les Vouffoirs de la Voute foient en équilibre, c'est-à-dire que les efforts avec lefquels les Vouffoirs tendent à gliffer le long de leurs joins, foient contrebalancez mutuellement les uns par les autres : or cela fe peut toujours effectuer, car puifque cet effort dépend en partie de la direction plus ou moins verticale des joins, & en partie de la malle ou du poid des Vouffoirs, & que ce poid peut être augmenté ou diminué à volonté, on n'a qu'à donner aux poids des Vouffoirs la juftte proportion que demande l'obliquité de leurs joins, pour qu'ils demeurent tous dans un équilibre parfait.

*CALCULONS donc d'abord généralement l'effort d'un Vouffoir, ou d'un coin, ou bien d'un poid quelconque qui fe trouve entre deux plans inclinez, & qui tend à gliffer le long de ces plans, car il faut confiderer les joins ou lits comme fi ce devoit être des plans immobiles ; d'où nous déterminerons enfuite aifément en quelle raifon des obliqueitez de ces plans, le poid de chaque Vouffoir doit être, pour que tous les Vouffoirs fe foutiennent dans un mutuel équilibre entre eux.

Fig. 224. SOIT P le corps représentant un Vouffoir, & qu'il fe trouve entre les plans AC, BC, qui représenteront les joins prolongez des Vouffoirs.

SOIENT de plus le finus de l'angle ACB $=m$, le finus de l'angle ACD, (c'est-à-dire de l'inclinaifon du plan fupérieur à l'horizontale CD) $=r$; le finus de l'angle BCD (ou de l'inclinaifon du plan inférieur à l'horizontale CD) $=f$; le poid du corps P $=p$.

D'ABORD il eft vifible que le poid P ferré entre les deux plans AC, BC,

BC, cherche à les écarter en pressant chacun perpendiculairement à la direction ; sçavoir le supérieur AC de bas en haut, & l'inférieur BC de haut en bas ; ainsi nous aurons en vertu du principe de M. Bernoulli, expliqué dans sa lettre à M. Varignon, la pression du poid sur le plan supérieur $= \frac{fp}{m}$ car en concevant que le point P ait glissé tant soit peu sur le plan inférieur considéré comme immobile, en sorte que le point C soit venu en V, & le plan AC reculé parallèlement en AV, la petite ligne CI perpendiculaire sur a V marquera la vitesse virtuelle de la pression sur le plan supérieur, & CG marquera la vitesse virtuelle du poid, suivant sa direction naturelle qui est la verticale ; par conséquent CI est à CG (ou en prenant CV pour le sinus total, le sinus de l'angle des plans est au sinus de l'inclinaison du plan inférieur, c'est-à-dire) $m . f :: p . \frac{p'}{m}$ qui sera $=$ à la pression que le poid exerce sur le plan supérieur ; pareillement nous trouverons la pression du poid sur le plan inférieur $= \frac{p'r}{n}$ en suposant que le plan AC est immobile, & que l'autre BC recule un peu dans la situation parallèle b K, & tirant ensuite la verticale CF sur l'horizontale KE, & la perpendiculaire CH sur b K.

CONSIDERONS maintenant trois plans AD, BD, CD, renfermant deux poids ou Vouffoirs P π , & voyons quelle raison ces poids doivent avoir avec l'inclinaison des plans pour demeurer en équilibre. Fig. 225.

SOIENT nommez le sinus de l'angle ADB que fait le plan supérieur avec celui du milieu $= m$; le sinus de l'angle BDC que fait le plan du milieu avec l'inférieur $= n$, le sinus de l'angle ADE (DE étant suposée horizontale) $= r$, le sinus de l'angle BDE $= f$, le sinus de l'angle CDE $= t$; le poid du corps supérieur $= p$, le poid du corps inférieur $= \pi$.

LA pression exercée par le poid supérieur p sur le plan du milieu BD, sera ainsi que nous venons de voir $\frac{p \cdot r}{m}$ & la pression exercée par le poid inférieur π sur le même plan BD de bas en haut $= \frac{\pi \cdot t}{n}$: or il faut que les pressions contraires exercées de part & d'autre sur le plan du milieu BD, soient égales entre elles, c'est-à-dire que $\frac{p \cdot r}{m} = \frac{\pi \cdot t}{n}$; d'où l'on tire cette analogie qui exprime le raport des poids $p . \pi :: m \cdot t . n \cdot r :: m \cdot s \cdot t . n \cdot r :: \frac{m}{r \cdot t} . \frac{n}{s \cdot t}$, d'où l'on voit qu'il faut que les poids des Vouffoirs soient entre eux directement comme les sinus des

angles des plans qui les renferment, & réciproquement comme les rectangles des sinus de l'inclinaison de ces plans ou des joins.

Fig. 225. Si les poids p , π , &c. sont conçus infiniment petits de même que les angles ADB, BDC, &c. il est clair que les trois angles consécutifs ADE, BDE, CDE finis ne différeront entre eux que d'une quantité infiniment petite, & que par conséquent le sinus r de celui du milieu BDE comparé à CDE, doit être compté égal au sinus de celui-ci; mais que le même angle du milieu BDE comparé à ADE, donnera le sinus de celui-là égal au sinus de celui-ci, c'est-à-dire que $\frac{m}{r}$ passe pour $\frac{m}{rr}$, & $\frac{n}{r}$ pour $\frac{n}{rr}$.

DONC en ce cas les poids des Vouffoirs feront simplement entre eux en raison directe des sinus de l'angle de leurs joins, & en raison doublée inverse des sinus de l'inclinaison de ces mêmes joins.

OR cela même est aussi une propriété essentielle de la Chainette ou de la courbure d'une chaîne parfaitement flexible suspendue par les deux bouts, ce qui fait voir que si l'on vouloit construire une Voute composée de boules infiniment petites & parfaitement polies, qui se soutinssent d'elles-mêmes en équilibre, il faudroit que la courbe qui passeroit par les centres de toutes ces boules eût la figure d'une chainette renversée.

LES poids des Vouffoirs ayant donc entre eux le rapport que nous venons de trouver, la Voute fera le même effet que si elle n'étoit que d'une pièce; il n'y aura plus d'autre poussée à considérer que celle qui s'exerce sur les piédroits, & de la même manière que nous avons déterminé ci-dessus, la force de la pression que chaque Vouffoir exerce sur le suivant dans la direction perpendiculaire au joint qui est entre deux; nous déterminerons aussi la force de la pression de toute la Voute sur chacun des piédroits dans la direction perpendiculaire au premier joint: nous n'avons pour cela qu'à considérer toute la Voute comme un seul Vouffoir, ou bien ce qui revient au même, nous n'avons qu'à chercher la force de la pression du coussinet (en concevant le reste de la Voute comme immobile, ce qu'il est permis de faire, puisque tout est en équilibre, & par conséquent comme immobile) sur le piédroit considéré comme un Vouffoir suivant.

Fig. 226. Soit donc la Voute rampante ABCDE, (je la suppose rampante pour plus de généralité) sur les piédroits ADGF, ECTH; le poids de tous les Vouffoirs ensemble $= P$; le sinus de l'angle AKC que les deux joins extrêmes AD, CE prolongez font entre eux $= m$; le sinus de l'angle que le joint AD fait avec l'horizontale $= f$, & le sinus

de l'angle que le joint CE fait avec l'horizontale $= r$: nous aurons en vertu de ce que nous avons dit ci-dessus $\frac{rP}{m}$ pour la force de la pression de la Voute sur le piédroit ADGF, suivant la perpendiculaire au joint AD ; mais cette pression n'est pas toute employée à faire effort pour renverser ou pour faire tourner le piédroit au tour du point F considéré comme le point d'appui, parce qu'elle n'est pas perpendiculaire, mais oblique à la ligne AF. Pour connoître donc le moment de cette force pour renverser le piédroit, il faut concevoir toute la force $\frac{rP}{m}$ comme appliquée au point L (où je suppose être le centre de gravité de la base du joint dont la section est la ligne AD) & agissant suivant la direction LO perpendiculaire à AD, tirant ensuite FO normale à LO. Cette FO représentera le bras du levier coudé OF π dont F est le point d'appui, & l'autre bras F π sous-centrique du piédroit.

Il faut donc suivant les premiers élémens de Méchanique multiplier la longueur du bras FO par la force $\frac{rP}{m}$ appliquée au point L, & dirigée au point O ; ce produit fera le moment cherché.

MAINTENANT pour que le piédroit ne soit pas renversé en effet, il faut que le moment de la résistance, c'est-à-dire en nommant le poid du piédroit $= \pi$, multiplié par la souscentrique F π , soit égal ou plus grand que $\frac{rP}{m}$ multiplié par la sous-centrique OF : je raisonne de la même maniere à l'égard de l'autre piédroit.

D'où il suit que si la base FG du piédroit est assez large pour que le point O se confonde avec le point F, ou qu'il vienne de l'autre côté de ce point, la poussée sera nulle ou même négative, & que dans ce cas-là le piédroit soutiendrait la Voute quand même il n'aurait aucune pesanteur.

ON a supposé ici que le point d'appui étoit donné, parce qu'on peut Pl. 109. le trouver par un Probleme Algébrique, qui est simple pour ceux qui Fig. 214. sont versez dant ce calcul, & que nous joindrons ci-après à la suite d'une seconde solution sur le même principe : mais auparavant nous croyons devoir faire une application de la précédente à la recherche de l'épaisseur des piédroits du magasin proposé ci-devant à la fig. 214.

SUPPOSANT les joins extrêmes suivant la premiere hypotese à 45 degrés de hauteur, le profil de la partie de Voute comprise entre ces deux joins, donne pour la surface mixte 296 pieds quarez, & lui donnant un pied d'épaisseur on aura $P = 296$ pieds cubes.

Z z ij

Le sinus de l'angle que font entre eux ces joins extrêmes apellé m , fera le sinus total ainsi $m = 100000$.

Le sinus de chacun des joins extrêmes avec l'horison apellé f ou r , fera de 45 degréz, ainsi $f = 70710$. donc $\frac{fP}{m} = \frac{21071580}{100000} = 210 \frac{71580}{100000}$ négligeant la fraction, $\frac{fP}{m} = 210 \times FO = 9$, donnera pour la pression ou poussée de la Voute 1890.

CONSIDERANT le piédroit comme composé de la partie de la Voute comprise depuis l'imposte jusqu'au joint de 45 degréz, & du piédroit proprement dit, il faut compter le profil de cette partie qui donne 147. pds cub.

Le profil du piédroit au dessous de 14 pieds de haut, multiplié par la largeur de sa base 12, donne 168.
total du piédroit 315.
lequel doit être multiplié par la demie largeur de sa base, 6.
donc $p = 315 \times F = 6$, donne 1890.

LAQUELLE somme est égale à celle de la poussée trouvée ci-dessus, par conséquent il y auroit eu équilibre entre cette poussée & la résistance du piédroit dans l'hypothèse que les Voussloirs sont des corps infiniment polis, si l'on avoit donné 12 pieds d'épaisseur à la base des piédroits, ce qui paroît très conforme à l'expérience.

Je ne propose pas d'ajouter ici quelqu'épaisseur de plus aux piédroits, quoiqu'ils ne soient que dans un état d'équilibre. 1°. Parce que les Voussloirs n'étant pas des corps polis, comme on les a supposé pour le raisonnement, le frottement de leurs lits doit empêcher une partie de leur effort pour glisser les uns sur les autres.

SECONDEMENT, parce que nous n'avons pris le centre de gravité du piédroit qu'au milieu de la partie comprise au dessus de la fondation jusqu'à l'imposte : or cette partie ne comprend pas tout le piédroit, puisque celle de la Voute depuis l'imposte jusqu'au lit du joint extrême, lui doit être ajoutée suivant notre hypothèse, & comme celle-ci a son centre de gravité en G , qui répond au point g de la base sur lequel tombe la verticale venant du point G , elle pèse sur un bras de levier Dg souscentrique plus long que le premier Dp , par conséquent elle rompt l'équilibre en faveur du piédroit qu'elle fortifie, d'où il suit que la Voute n'aura plus assez de force pour l'écarter, donc elle subsistera ainsi qu'on se le propose.

Troisième Solution.

Autre maniere tirée du même Principe.

Si l'on fait un Berceau circulaire, on sçait que les directions de tous les lits tendent au même centre par lequel passe l'axe du cylindre, & si le berceau n'est pas circulaire mais Elliptique, on dirige encore tous les plans des lits à l'axe du cylindre comme nous l'avons dit au tome précédent, en parlant des berceaux biaisés de face en plein ceintre qui ont pour arc-Droit un cintre surhaussé, au centre duquel tous les lits s'entrecoupent, & enfin de quelque courbe que soit le cintre d'un berceau, il est clair qu'on peut toujours diriger les lits à un axe, & par conséquent supposer les joins de tête convergens à un même point placé un peu au dessous des deux joins extrêmes qui sont au dessus du Coussinet, en sorte que ces joins prolongez fassent entre eux un angle qui sera plus ou moins ouvert selon que les joins extrêmes seront plus ou moins élevez au dessus du centre.

On divisera cet angle en autant de parties égales qu'on voudra avoir de Vouffoirs sur les coussinets, & alors tous les joins sont déterminez.

Sort maintenant (fig. 227.) l'arc ADF, qui passe par les centres de gravité de tous les Vouffoirs; considérons deux de ces Vouffoirs *Fig. 227.* contigus FH, HD, dont les charges soient *m* & *n*, & que leurs joins prolongez aboutissent au centre C, suivant le rayon HC, ainsi que tous les autres joins suivant FC, DC, &c. de sorte que les angles FCH, HCD, &c. soient tous égaux, & chacun de leur sinus = *r*, soit le point A le centre de gravité de la clef posée à plomb ou verticalement au dessus du centre C du cercle ADF, tirons l'horizontale CG & les perpendiculaires FG, DE que je nomme *p*, *q*, elles seront le sinus des angles FCG, DCE, en prenant l'unité pour le rayon AC.

On a vû par le Lemme de l'article précédent que la pression du Vouffoir *m* sur le joint HC, est à celle du Vouffoir *n* sur le même joint, comme $\frac{mp}{r}$ est à $\frac{nq}{r}$, car $\frac{mp}{r}$ & $\frac{nq}{r}$ sont les pressions elles-mêmes; or ces deux pressions opposées doivent être égales à cause de leur équilibre, donc $mp = nq$ & partant $m \cdot n = q \cdot p = \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{q}$ (en prolongeant CF, CH, CD jusqu'à la tangente AT) $\frac{CT}{CA} \cdot \frac{CR}{CA} :: CT \cdot CR$, mais parce que l'angle TCR est coupé également par la ligne Cn, on aura (en vertu d'un théoreme démontré en plusieurs Livres particulièrement dans la Méchanique de M. de la Hire à la prop. 125.)

CT. CR :: T μ . μ R ; donc $m.n$:: T μ . μ R , c'est-à-dire que les charges des Vouffoirs m, n , &c. sont par-tout proportionnelles aux différences des tangentes des arcs AF, AH, AD, &c. ainsi, par exemple, si chacun des angles FCH, HCD, &c. est de 10 degrés, & que la charge ou le poid du plus haut des Vouffoirs SL, nommé la clef, soit de 50 livres, on trouvera le poid de tel autre Vouffoir que l'on voudra, par exemple, celui de FH qui fait le cinquième après la clef SL.

LES arcs SF, SH, SD, seront de 50, 40, 30 degrés, & les arcs AF, AH, AD, de 55, 45, 35 degrés.

Il faut donc faire cette Analogie, comme SL le double de la tangente de l'arc AS ou de 5 degrés, est à T μ , ou à la différence des tangentes de 55 & de 45 degrés ; ainsi le poid de la clef ou de 50 liv. à un quatrième nombre, qui donnera en livres le poid du cinquième Vouffoir après la clef.

Si l'on suppose maintenant que le Vouffoir FH est celui qui est contigu au piédroit, & que l'on veuille trouver la pression avec laquelle il le pousse suivant la tangente en F, qui est donnée de position, il n'y a qu'à tirer la perpendiculaire HN que je nomme f , & qui fera ici le sinus de 45 degrés, on aura la pression sur FG, & sur le piédroit = $\frac{m.f}{r}$, c'est-à-dire $r.f :: m$, à la pression, ou ici comme le sinus de 10 degrés est au sinus de 45, ainsi le poid trouvé de m est la pression cherchée ; ce qu'il falloit trouver.

Construction du Cintre en Courbe de Chainette, pour trouver la Poussée d'une Voute formée sur cette Courbe.

ON vient de voir dans le discours précédent, que si l'on vouloit composer une Voute de Vouffoirs égaux, même parfaitement polis, il faudroit que la courbure du cintre sur lequel on les arangeroit, fût celle de la Chainette renversée, afin qu'ils se soutinssent en équilibre ; auquel cas la Voute subsisteroit, quand même les Vouffoirs seroient sans coupe, & ne se toucheroient qu'en un point comme des boules.

UNE propriété si singulière & si avantageuse de cette Courbe merite bien qu'on en donne la construction, & le moyen de trouver la direction des coupes qui conviennent aux divisions de ce cintre en Vouffoirs.

LORSQU'ON a une chaîne bien faite, ou une corde d'égale épaisseur & également flexible, rien n'est plus aisé que de tracer la courbe en question ; car les points de suspension, qui seront ceux des impostes de la Voute, & le sommet S pour le milieu de la clef étant donné, il n'y a qu'à les placer dans leur distance sur un mur à plomb, & y suspendre une chaîne qu'on tendra ou qu'on lâchera jusqu'à ce que son milieu s'applique au point S renversé autant au dessous des points A & B qu'il doit être au dessus en Voute, & suivre avec un crayon le contour de la courbure de la chaîne qu'il ne s'agit plus que de renverser. Fig. 230.

MAIS supposant qu'on n'ait pas à sa disposition une chaîne de longueur convenable, ni une corde des conditions requises pour se plier également, il est bon de sçavoir comment on pourroit trouver autant de points que l'on voudra de cette courbe.

SOIT donnée (fig. 230.) la ligne des impostes ou naissances de la Voute AB, & le milieu de sa clef en S.

AYANT divisé cette ligne AB en deux également en m , on y élèvera la verticale indéfinie mP , qui passera par le point S, par où on mènera SD parallèle à BA.

ON portera la longueur mB de m en C, d'où, comme centre avec C m pour rayon, on décrira un arc qui coupera DS au point E ; la ligne SE fera le *Paramètre* de la courbe qu'on portera en SP.

PAR le point P on mènera HI parallèle à AB, & l'on tirera par les points A & B des parallèles indéfinies à la verticale Pm , qui couperont HI aux points H & I.

Du point P pour centre, & Pm pour rayon, on décrira un arc qui coupera l'horizontale DS au point D, d'où l'on portera l'intervalle DS sur DP en D f , qui donnera leur différence fP , qu'on portera sur IB en IL.

PAR le moyen des deux lignes données IL & PS, on décrira la *Courbe Logarithmique* LOS g R, qui servira à trouver autant de points que l'on voudra de la courbe de la chaînette, comme on le dira ci-après.

POUR décrire cette Logarithmique, on cherchera une moyenne proportionnelle entre les lignes données IL & PS qu'on placera en KO sur le milieu K de la distance PI,

ON cherchera ensuite une troisième proportionnelle Gg aux lignes KO & PS , qu'on placera en G , faisant PG égal à PK . On continuera de même en cherchant des moyennes & des troisièmes proportionnelles aux lignes trouvées, & l'on aura autant de points que l'on voudra de la courbe Logarithmique $LOSgR$, laquelle étant tracée, il n'est rien de si aisé que de trouver aussi autant de points que l'on voudra de la chaînette.

ON ajoutera, par exemple, les lignes KO & Gg qui sont équidistantes du paramètre PS , & l'on prendra la moitié de leur somme qu'on portera sur les mêmes lignes en Kx & Gy ; les points x & y seront ceux que l'on cherche à la circonférence de la chaînette.

DE même pour trouver les points A & B , s'ils n'étoient pas donnez, on ajouteroit HR & IL , & l'on porteroit la moitié de leur somme sur les mêmes lignes prolongées, s'il le faut, en HA & IB , ainsi de tous les autres points qu'on peut chercher entre A & y & S & y , ou entre B & x & S & x ; & par tous les points trouvez on tracera à la main ou avec une règle pliante la courbe $AySxB$, qui est celle de la chaînette que l'on cherche.

PRESENTEMENT il faut trouver la maniere de tracer les coupes des joins de lit des Voussiors de la Voute formée sur le cintre de la chaînette.

CE moyen se réduit, comme nous l'avons dit au 2^e Livre, à en trouver les tangentes aux points des divisions des joins, parce qu'ils leur doivent être perpendiculaires; par ce moyen on trouvera les joins extrêmes nécessaires pour le calcul de la Poussée de la Voute.

Par un point donné à la circonférence de la chaînette, lui mener une tangente.

Si l'on suppose que la courbe de la chaînette a été décrite mécaniquement, & qu'on veuille lui mener une tangente par un point donné, par exemple B , pour avoir la coupe du joint extrême, il faudroit prendre la moitié Sx de la chaîne qui auroit servi à décrire cette courbe, & l'étendre en ligne droite sur la ligne SD du point S en D où tombera le bout; puis ayant tiré la droite mD , on fera l'angle mDP égal à l'angle PmD , qui donnera le côté DP , lequel forme avec la ligne DS l'angle PDS ; si l'on fait sur la ligne mB l'angle mBT égal à l'angle PDS , la ligne BT fera la tangente que l'on cherche.

Si la chaînette a été décrite géométriquement, comme nous l'avons enseigné, on aura son paramètre SP , auquel, étant prolongé, on mènera par le point donné B une perpendiculaire Bm , qui donnera le

le point m : si de l'intervalle Pm pour rayon on décrit un arc mD , il coupera la ligne SD , perpendiculaire au même parametre, au point D , & l'on achevera, comme on vient de le dire, en faisant l'angle mBT égal à l'angle PDS ; la ligne BT fera la tangente demandée.

Il ne reste plus qu'à lui mener une perpendiculaire QZ par le point B donné, laquelle donnera la coupe QZ du joint de tête des Voulfoirs qui se termineront à ce point, & si c'est le lit de dessous du premier, QZ sera ce point extrême dont il faut avoir la position pour chercher la poussée de la Voute, & l'épaisseur de ses piédroits, comme il a été dit aux solutions & constructions précédentes.

PROBLEME IV.

La direction de la Poussée d'une Voute, sa pression ou poussée, & la hauteur du piédroit étant donnez, trouver son épaisseur.

Soit (fig. 228.) $ADGFC$ le piédroit, la tangente LT perpendicu- fig. 228.

laire au milieu du premier joint	$AD =$	b
La verticale LK abaissée du milieu du joint	$AD =$	a
La distance horisontale $TK =$	$=$	c
$DJ = KG$	$=$	d

on trouvera KG par cette Analogie $LT. (b) LK (a) :: LD$ (qui est connuë, parce que c'est la demie épaisseur de la Voute). $JD = KG = \frac{a}{b}$.

Soit aussi FG	$=$	x
FO perpendiculaire sur LT	$=$	y
FK fera $= x - d$. cela supposé, on aura $LT (b) . LK (a) :: AF$		
$(c + d - x) . FO (y) =$	$\frac{ac + ad - ax}{b}$	

Or nommant, comme ci-devant, la poussée P , & la pesanteur du piédroit p , on doit avoir par le Probleme précédent $P y = \frac{1}{2} p x$, c'est-à-dire $\frac{ac + ad - ax}{b} P = \frac{1}{2} x p$, d'où l'on tire $x = \frac{2ac + 2ad}{2aP + bp} P$, ce qu'il falloit trouver.

DANS cette équation il se trouve une quantité p qui n'est pas directement connuë, mais qui peut l'être, parce qu'elle est une fonction de x , c'est-à-dire que sa valeur sera exprimée en x , & en quantitez purement connus, car le poid du piédroit dépend de la pesanteur spéci-

Tom. III. Aaa

fique de la matiere dont il est construit, & de ses trois dimentions ; or trois de ces choses sont données, & la quatrième est notre x , qui est la largeur du piédroit ; l'équation ne renferme donc que des x , & des quantitez connues, elle devient seulement quarrée, ce qui n'empêche pas qu'on n'en puisse tirer la valeur de x , ce que l'on va montrer par un exemple.

Soit la hauteur du piédroit, & la partie de Voute au dessus jusqu'au milieu du joint extrême (a) = 16 pieds, b = 20, c = 12, d = 1 pied. Soit la force de la poussée P représentée par un poids de 288000 liv. Supposons qu'un piédroit de pareille matiere que le notre, par exemple, de marbre, & qui ait la même hauteur & la même épaisseur, mais qui n'ait qu'un pied de largeur, pese 3200 liv. le notre en pesera $3200x$, c'est-à-dire que p fera = $3200x$ liv.

SUBSTITUANT toutes ces valeurs dans notre équation, elle se changera en celle-ci $x = \frac{384 + 82}{9216000 + 64000x} \times 288000 = \frac{572}{144 + x}$, par conséquent $xx + 144x = 572$, & $x = -72 + 84 = 12$, c'est-à-dire que dans notre supposition le piédroit devra être large de 12 pieds.

Autre Solution du même Probleme.

Le défaut d'explication de ce qu'on avoit avancé dans l'extrait de l'Assemblée de l'Academie de Montpellier de 1732. qu'il ne falloit pas s'embarrasser de la hauteur des piédroits pour trouver leur épaisseur par la regle de M. Danify, m'ayant donné occasion d'en marquer ma surprise ; le sçavant Academicien m'a fait l'honneur de m'écrire dans quel sens il l'avoit entendu, & pour me faire voir qu'il étoit en quelque façon fondé à négliger les différences d'épaisseurs qui résultoient des différences de hauteurs, il m'a fait connoître que par l'augmentation de celle qu'il donnoit à son piédroit, il comprenoit celles que le calcul pouvoit donner, & afin de m'en convaincre, il m'a envoyé le Probleme suivant, dont il ne sera pas fâché que je fasse part au Public. Je crois même en cela lui rendre un service pour détourner la mauvaise idée que cette circonstance pourroit donner de sa regle de pratique.

PL. III.

Fig. 243. Soit (fig. 243.) la hauteur du piédroit DF

Soit la valeur de la poussée

Sa direction PF

ED épaisseur du piédroit

FP ligne de direction de la puissance comprise entre l'extrémité F du piédroit, & la rencontre de la base

= 6

= P

= 24

ED prolongée vers P

Soit DP

donc $PE = b - 2x$, & à cause des triangles — semblables PGE, PFD, on aura $PF, FD :: PE, EG$, c'est-à-dire $a : c :: b - 2x : EG =$
 $\frac{cb - 2cx}{a}$.

La pesanteur du piédroit étant représentée par le rectangle EF, cette pesanteur égalera $2xc$, & la moitié EH de la base sera x .

MAINTENANT dans l'état d'équilibre, on aura cette équation $2xc =$
 $\frac{Pbc - 2Pxc}{a}$

donc $x = \sqrt{\frac{Pb}{2a} + \frac{Pp}{4aa}} - \frac{P}{2a} =$ EH moitié de l'épaisseur ED.

Si l'on double les côtez du triangle PFD, la hauteur c deviendra double; si on triple les côtez du même triangle, la hauteur c deviendra triple, &c. à l'infini, ou la hauteur c deviendra infinie de même que les autres côtez; donc dans la formule $x = \sqrt{\frac{Pb}{2a} + \frac{Pp}{4aa}} - \frac{P}{2a}$ à la place de a & de b , on pourra substituer $2a, 2b; 3a, 3b$, &c. $\infty a, \infty b$, donc à une hauteur infinie la formule fera $x = \sqrt{\frac{\infty Pb}{2\infty a} + \frac{Pp}{4\infty^2 aa}} - \frac{P}{2\infty a}$, & négligeant l'infiniment petit du premier ordre $\frac{P}{2\infty a}$, & l'infiniment petit du second ordre $\frac{Pp}{4\infty^2 aa}$, on aura $x = \sqrt{\frac{Pb}{2a}}$

En appliquant des nombres à ces deux formules si $P = 100 \cdot c = 16$ pieds, $b = 12$, $a = 20$, on aura par la formule dans l'état d'équilibre, une base ED de 7 pieds.

MAIS si la direction de la poussée avoit toujours été 100, & que la hauteur c eût été supposée infinie, on auroit trouvé pour la valeur de la base 10 pieds 10 pouces; ainsi avec une augmentation de 3 pieds 10 pouces; on est assuré que quelque grande que fût la hauteur du piédroit, il ne seroit point renversé par la poussée.

Si la base ED avoit été donnée, & qu'elle fût $2\sqrt{\frac{Pb}{2a}}$, & qu'on eût cherché la hauteur du piédroit, on auroit trouvé pour la valeur de la hauteur

donc $c = \frac{0}{2\sqrt{\frac{Pb}{2a}}}$ d'où $c = \infty$

$$c = \frac{by - by}{2\sqrt{\frac{Pb}{2a}}}$$

A a a ij

Si l'on cherche le raport entre l'épaisseur ED, qui convient à une hauteur infinie, & l'épaisseur e D qui convient à une hauteur déterminée DF, on trouvera que $\overline{ED}^2 : \overline{eD}^2 :: EK : EJ$ partie de la hauteur comprise entre le point d'appui E du piédroit élevé à l'infini, & la section en J de la direction FP de la puissance P.

D'où il suit que connoissant l'épaisseur du piédroit supposé être élevé à une hauteur infinie, on trouvera aisément toutes les épaisseurs qui conviennent à des hauteurs déterminées dans l'état d'équilibre en cette maniere.

DECRIVEZ une parabole $\epsilon \mu \beta \theta E$, dont l'axe soit la ligne PE, & le sommet soit E; soit pris ensuite l'ordonnée $\delta \epsilon = DE$; du point K extrémité de la hauteur EK déterminée, soit menée la ligne δK du point J, où la direction de la poussée rencontre la ligne EK; soit mené J ξ parallèle à δK ; & du point ξ , menant l'ordonnée $\xi \beta$, on fera $D \epsilon = \xi \beta$, & pour lors D ϵ fera l'épaisseur qu'il falloit donner
 „ au piédroit dans l'état d'équilibre, & toutes les ordonnées qui seront
 „ comprises entre β & ϵ , seront les épaisseurs qui conviendront depuis
 „ la hauteur EK jusqu'à la hauteur infinie; * & toutes les ordonnées
 „ $\theta \omega$, comprises entre β & E, seront celles qui conviendront à une
 „ hauteur moindre que EK.

Troisième Hypothèse.

Que les Voussoirs sont des coins grenus qui ne peuvent glisser les uns sur les autres, mais qui tendent seulement à rouler.

L'HYPOTHESE que les Voussoirs sont des corps polis, n'étant pas exactement vraie, M. Couplet qui avoit examiné ce qui devoit arriver suivant cette supposition dans son premier memoire, en établit une autre dans le second de l'année 1730. que les surfaces des Voussoirs sont tellement grenues & raboteuses, qu'elles ne peuvent glisser les unes sur les autres, mais seulement rouler au tour de leur apui, ce qui n'est pas non plus conforme à la réalité, car elles peuvent aussi glisser; mais on ne peut se passer de quelque supposition pour établir un rai-

* Puisqu'il est constant que le raport de EK à EJ varie suivant les différentes hauteurs, & que la parabole qui exprime ce raport devient infinie, lorsqu'on suppose la hauteur du piédroit telle: il n'est pas clair ni facile à connoître pourquoi M. Danify en a fixé les limites entre β & ϵ , pour toutes les épaisseurs qui conviennent depuis EK jusqu'à celles qui seront infinies, étant certain que supposant la poussée de la Voute constante, l'intersection EJ qui donne sa direction, varie & augmente toujours.

sonnement, il faut qu'il y ait quelque chose de connu ou de donné pour en tirer des conséquences.

SUPPOSANT donc que les Vouffoirs supérieurs font seulement effort pour renverser les inférieurs, & pousser les piédroits en dehors : M. Couplet résout deux Problemes, l'un touchant la poussée horisontale d'une Voute donnée, l'autre touchant la direction de l'effort total des Vouffoirs à un point de la base de chaque piédroit.

COMME ces deux Problemes servent à trouver l'épaisseur nécessaire aux piédroits pour résister à la poussée des Voutes, je crois devoir en faire mention, & pour ne pas copier le mémoire de M. Couplet qui est un peu long, & dont l'aplication à l'usage est assez difficile par le calcul des chiffres qui résulte de celui du calcul Algebrique, à cause qu'il est chargé d'une grande quantité de signes radicaux, qui laissent ordinairement beaucoup de restes & de fractions, lorsqu'on en exprime la valeur en chiffres : j'en donnerai la construction par le seul moyen de la règle & du compas, qui est à la portée de tout le monde, & exempt de tous ces embarras de calcul.

Quatrième Solution.

PROBLEME V.

Déterminer la Poussée horisontale d'une Voute, dont l'intrados & l'extrados sont circulaires & concentriques, sans calcul, avec la règle & le compas.

DANS la supposition que les Vouffoirs sont trop grenus pour glisser les uns sur les autres.

Soit (fig. 229.) la portion de Couronne de cercle $BA b n MN$, le profil d'une Voute en Berceau en plein ceintre, dont le centre est en C , par où soit élevée la verticale CA par le milieu de la clef, soient les lignes tirées de ce même centre NB & nb , les coupes des confins, & l'horisontale Nn menée par les points de ces coupes à la doële, qui coupera la verticale CA au point O . PL. 110.
Fig. 229.

PAR le point S , milieu de l'épaisseur de la Voute à la clef, on tracera un arc SX concentrique à celui de la doële, qui coupera le joint de lit NB au point X .

PAR le point M , milieu de la clef à la doële, on menera l'horisontale Mn , qu'on fera égale à l'arc SX rectifié, & l'on tirera On ; par le même point S , on tirera l'horisontale indéfinie SZ .

Sort le centre de gravité de la demie Voute AMNB en P, on mènera par ce point la verticale LR, qui coupera l'horizontale SZ au point L, par lequel on mènera au point X la ligne LX: la même verticale LR coupera l'horizontale menée par le point X au point R.

ON portera donc RX de O en d , par où on tirera dz parallèle à M u .

2°. ON prendra l'épaisseur AM de la Voute, avec laquelle pour rayon, & du point B pour centre, on décrira un arc qui coupera l'arc XS au point i par où on tirera iC , & par le point X, on mènera une parallèle à B i , qui coupera iC au point y .

3°. ON portera sur la base horizontale Ee la longueur de l'arc MN rectifié de Y en k , & l'on tirera kX ; ensuite on portera la ligne X y de Y en d , & l'on tirera dz parallèle à kX , qui coupera XY en z ; la ligne zY fera une 4^e proportionnelle à la hauteur du piedroit, à l'arc MN & à la ligne Y d .

Fig. 233.

4°. ON portera dans une figure à part la ligne ZY en l , & l'épaisseur de la Voute AM en m , & l'on décrira le demi cercle, dans lequel on aura la moyenne proportionnelle t .

5°. ON trouvera de même une moyenne proportionnelle q entre la ligne dt , & le double de l'épaisseur m .

ON fera dans une figure aussi à part un triangle rectangle, dont un des côtes fera la ligne q , & l'autre la ligne t ; on tirera l'hypoténuse sur laquelle on fera un second triangle rectangle, qui aura pour côté la ligne trouvée l ; l'hypoténuse \propto fera l'épaisseur du piedroit que l'on cherche.

6°. ENFIN on tirera la racine de la somme des quarrés l^2 , t^2 , q^2 , en faisant deux triangles rectangles, comme l'on voit à la fig. 135. de laquelle, en ôtant la ligne l , on aura l'épaisseur du piedroit qu'il falloit trouver.

Démonstration.

ON mènera LX au milieu du coussinet, & par le point X la ligne XR parallèle à LT, & enfin RT parallèle à LX. Cette préparation étant faite, M. Couplet termine sa recherche par cette proposition: La pesanteur de la demie Voute est à l'effort horizontal, comme LR est à RX, par le moyen de laquelle il trouve en termes Analitiques l'effort horizontal qui se fait suivant RX = $\frac{2.41m + 4m^2}{24r} \times \sqrt{2dr - d^2} - \frac{6m^2 \cdot 6m^2 - 2m^3}{6r - 3m}$

dont je cherche une expression abrégée pour la construire ; pour cet effet soit fait $r \cdot \frac{r+m}{2} :: V_{2dr-d^2} \cdot \frac{2r+m}{2r} \times V_{2dr-d^2}$, c'est-à-dire NC . CX :: NO . QX,

parce que NO est moyen proportionnel entre le rayon prolongé plus OC, & la flèche MO, c'est-à-dire entre $2r-d$ & d ; ainsi QX = $\frac{2r+m}{2r} \times V_{2dr-d^2}$, & si de QX on retranche RQ = Pp =

$\frac{6dr^2 + 6drm + 2dm^2}{6ar + 3am}$ on aura RX = $\frac{2r+m}{2r} \times V_{2dr-d^2} - \frac{6dr^2 + 6drm + 2dm^2}{6ar + 3am}$, que j'appelle b pour abréger, & multipliant b & sa

valeur par $\frac{am}{d}$ on aura $\frac{amh}{d} = \frac{2arm + am^2}{2dr} \times V_{2dr-d^2} - \frac{6mr^2 - 6rm^2 - 2m^3}{6r + 3m}$ qui est la poussée horizontale cherchée.

Il faut donc exprimer $\frac{amh}{d}$, pour cela il faut faire le triangle MO μ , dans lequel MO = d , M μ = à l'arc AN = a . On portera de O en d la grandeur RX = b , & par le point d on tirera dt parallèle à M μ ; la ligne dt fera = $\frac{ab}{d}$ car MO . M μ :: pO ou RX . pt.

$d \cdot a :: b \cdot \frac{ab}{d}$ que je nomme s ; cette valeur de $S \times m$ suffit pour la construction du Probleme suivant.

PROBLEME VI.

Dans l'hypothese des Voussoirs grenus, trouver sans calcul la base EF du piédroit telle que l'effort composé de la pesanteur de la Voute, de la Poussée horizontale, & de la pesanteur du même piédroit, soit dirigée vers un point quelconque, donné H de ladite base EF.

M. Couplet regarde le trapeze BIFN comme un parallelograme, dont la hauteur est GV moyenne entre BI & NF, non seulement pour abréger le calcul, mais encore pour d'autres raisons.

Soit donc la hauteur moyenne VG du piédroit	= p
la base IF du trapeze	= q
le trapeze étant regardé comme parallelograme, fera	= p q
soit la base entiere EF du piédroit	= x
la base EI de son talud fera	= x - q

Si l'on fait la hauteur BI = VG = p, on aura la surface du talud

BIE = $\frac{p \times - p q}{2}$. ces deux surfaces, celle du parallelograme, & celle du talud, exprimeront la pésanteur du piédroit.

MAINTENANT soit le point d'appui H placé de maniere que l'on ait EF . EH :: f . g, l'on aura EH = $\frac{g \times}{f}$; comme la pésanteur du parallelograme est réunie à son centre de gravité ou son milieu K; elle est apliquée au bras du levier HG = $x - \frac{q}{2} - \frac{g \times}{f}$, ainsi $p q \times x - \frac{q}{2} - \frac{g \times}{f}$ fera l'énergie de cette partie du piédroit, de même si l'on multiplie la pésanteur $\frac{p \times - p q}{2}$ par son bras de levier HZ = EZ - EH = $\frac{2x - 2q}{3} - \frac{g \times}{f}$, le produit fera l'énergie de l'autre partie; & si l'on ajoute ensemble l'énergie de l'une & l'autre partie, leur somme abregee & réduite $\frac{2px^2 + 2pqx - pq^2}{6} - \frac{pggx - pgx^2}{f}$, fera l'énergie du piédroit entier sur le point d'appui H.

L'ENERGIE de l'effort vertical de la Voute est égale au produit de la pésanteur de la Voute par son bras de levier HY = HF - YF, mais HF = EF - EH = $x - \frac{g \times}{f}$, & l'on peut pour abreger faire YF = $\frac{m}{2}$, donc le levier HY = $x - \frac{g \times}{f} - \frac{m}{2}$, & la pésanteur de la Voute = $\frac{2amr + am^2}{2}$, pour en abreger l'expression, on peut faire $r \cdot r + \frac{m}{2} :: m \cdot \frac{2rm + m^2}{2r}$ que je nomme c, par conséquent $ac = \frac{2amr + am^2}{2r}$ lequel multiplié par $x - \frac{g \times}{f} - \frac{m}{2}$, donne $acx - \frac{acgx}{f} - \frac{acm}{2}$ pour l'énergie de l'effort vertical.

Si l'on multiplie l'effort horifontal de la Voute que nous avons trouvé dans le Probleme précédent = mps par son bras de levier p, mps exprimera l'énergie de l'effort horifontal, & comme l'effort vertical sert à affermir le piédroit, & que l'effort horifontal tend à le renverser. Si l'on retranche l'énergie de l'effort vertical de la Voute de celle de son effort horifontal, le reste sera la veritable énergie que la Voute employe pour renverser le piédroit sur son point d'appui H, & ce reste $mps - acx + \frac{acgx}{f} + \frac{acm}{2}$, qui doit être égale à l'énergie du piédroit sur ce point d'appui pour faire équilibre, on a donc cette équation

$$\frac{2px^2 + 2pqx - pq^2}{6} - \frac{pggx - pgx^2}{f} = mps - acx + \frac{acgx}{f} + \frac{acm}{2}$$

dans

dans laquelle si l'on substituoit à la place de s & de a leur valeur, on auroit la même équation que celle de M. Couplet, qui ne paroît pas si commode à construire que celle-ci.

PRENANT donc l'équation $2px^2 + 2pqx - pq^2 - \frac{pqgx - pgx^2}{2f}$
 $= mps - acx + \frac{acgx}{f} + \frac{acm}{2}$, multipliant l'un & l'autre membre par $6f$, elle devient

$2fpx^2 + 2fpx - fpq^2 - 3pqgx - 3pgx^2 =$
 $= 6fmps - 6acfx + 6acgx + \frac{3afcm}{2}$ suposant $g=0$, & alors le point d'appui est à l'extrémité E; elle se réduit à

$$2px^2 + 2pqx - pq^2 = 6mps - 6acx + 3acm$$

Ordonnant l'équation on a

$$2px^2 + 2pqx - pq^2 + 6acx - 6mps = 0$$

$$- 3acm$$

Divisant par $2p$ elle est

$$x^2 + qx - \frac{q^2}{2} + \frac{3acx}{p} - \frac{3acm}{2p} = 0$$

$$- 3ms$$

faisant $\frac{1}{3}p \cdot c = a$, $\frac{3ac}{p} = l$ (fig. 235.) elle devient

$$x^2 + qx - \frac{q^2}{2} + lx - \frac{3lm}{2} = 0$$

ce qui donne en faisant $q + l = n$

$$- \frac{3lm}{2}$$

$$x^2 + nx - \frac{q^2}{2} = 0$$

$$- 3ms$$

$$- \frac{3lm}{2}$$

$$2$$

Ajoutant de part & d'autre le carré de la moitié du coefficient du second terme, & transposant

$$x^2 + nx + \frac{n^2}{4} = \frac{n^2}{4} + \frac{q^2}{2} + 3ms + \frac{3lm}{2}$$

extrayant la racine quarrée de part & d'autre

$$x + \frac{n}{2} = \sqrt{\frac{n^2}{4} + \frac{q^2}{2} + 3ms + \frac{3lm}{2}}$$

& enfin.

$$x = \sqrt{\frac{n^2}{4} + \frac{q^2}{2} + 3ms} + \frac{3lm}{2} - \frac{n}{2}$$

Dont la construction se fait en cherchant entre $3m$ & s , une moyenne proportionnelle AC (fig. 232.) une autre moyenne proportionnelle AB entre $3m$ & $\frac{l}{2}$ (même figure.)

Si l'on porte la ligne AB de A en D, la ligne CD fera $= \sqrt{\frac{3ms + \frac{3lms}{2}}{2}}$ ensuite si l'on élève de D en H, la perpendiculaire DH $= \sqrt{\frac{q^2}{2}}$, on tirera CH qui fera $= \sqrt{\frac{q^2 + 3ms + \frac{3lm}{2}}{2}}$, on tirera de plus sur le point H la perpendiculaire HI $= \frac{n}{2} = \frac{l + \frac{q}{2}}{2}$, la ligne CI fera égale à $\sqrt{\frac{n^2 + \frac{q^2}{2} + 3ms + \frac{3lm}{2}}{4}}$, si l'on rétranche IH de CI, le reste CK fera $= x$ que l'on cherche.

Fig. 229. Pour suivre le Probleme, & diriger l'effort composé de la Voute vers le point H de la base, reprenons l'équation $2fp x^2 + 2fpq x - fpq^2 - 3p q g x - 3p g x^2 = b f m p s - b a c f x + b a c g x + 3 a c f m$; ordonnant l'équation par rapport à $2fp x^2$, parce que je suppose $f > g$, par exemple,

$f = 3 . g = 1$ elle est

$$\begin{aligned} 2fp x^2 + 2fpq x - fpq^2 \\ - 3p g x^2 - 3p q g x - 6f m p s = 0 \\ + 6ac f x - 3ac f m \\ - 6ac g x \end{aligned}$$

Mettant à la place de f & g leur valeur, elle devient

$$\begin{aligned} 3p x^2 + 3p q x - 3p q^2 \\ + 12ac x - 18m p s = 0 \\ - 9ac m \end{aligned}$$

Divisant par $3p$, elle est

$$\begin{aligned} x^2 + q x - q^2 \\ + \frac{4acx}{p} - 6ms = 0 \\ - \frac{3acm}{p} \end{aligned}$$

qui ne diffère que très peu de la précédente, & dont la construction est presque la même; c'est pourquoi il suffit d'en indiquer la manière: faisant donc $p . a :: e . \frac{ac}{p} = l$

$$\begin{aligned} \text{on aura } x^2 + q x - q^2 \\ + 4 l x - 6 m s = 0 \\ - 3 l m \end{aligned}$$

faisant encore $q + 4 l = n$, elle se réduit à

$$\begin{aligned} x^2 + n x - q^2 \\ - 6 m s = 0 \\ 3 l m \end{aligned}$$

ajoutant de part & d'autre $\frac{n^2}{4}$, & transposant

$$x^2 + n x + \frac{n^2}{4} = q^2 + 6 m s + 3 l m + \frac{n^2}{4}$$

tirant la racine quarrée $x + \frac{n}{2} = \sqrt{q^2 + 6 m s + 3 l m + \frac{n^2}{4}}$

$$\text{transposant } x = \sqrt{q^2 + 6 m s + 3 l m + \frac{n^2}{4}} - \frac{n}{2}$$

Pour exprimer cette racine, il faut chercher une moyenne proportionnelle entre $6 m$ & s , une autre entre $3 m$ & l , & tirer la racine de la somme de ces quarrés en retranchant $\frac{n}{2}$, le reste sera la valeur de x que l'on cherche.

Si l'on vouloit conserver les grandeurs f & g données, il faudroit suivre la même voye, ce qui est très facile.

ENFIN si l'on vouloit que le piédroit fût sans talud, & que l'effort de la Voute fût dirigé vers l'extrémité E, alors la pefanteur du piédroit exprimée par son profil, c'est-à-dire par la surface de la coupe, seroit le trapeze E 7 NF égale à sa hauteur, multipliée par sa base $= p x$, & l'énergie du piédroit, pour résister à l'effort de la Voute, seroit $p x$ multipliée par la moitié de la base EF $= \frac{1}{2} p x^2$.

L'ENERGIE de l'effort horifontal seroit toujours $= m p s$; l'énergie de l'effort vertical égale au produit de la pefanteur de la Voute par son bras de levier, qui seroit alors EF $-$ YF $= x - \frac{m}{2}$ seroit $= a c x - \frac{a c m}{2}$ & l'équation seroit $\frac{1}{2} p x^2 = m p s - a c x + \frac{a c m}{2}$, multipliant l'un & l'autre membre par 2, & divisant par p , elle devient $x^2 = 2 m s - \frac{2 a c x}{p} + \frac{a c m}{p}$ & l'ordonnant elle est $x^2 + \frac{2 a c x}{p} = 2 m s + \frac{a c m}{p}$ faisant $p . a : : 6 \frac{a c}{p}$ que je nomme l , elle se réduit à $x^2 + 2 l x = 2 m s + \frac{a c m}{p}$

ajoutant l^2 de part & d'autre on a

$$x^2 + 2 l x + l^2 = l^2 + 2 m s + \frac{a c m}{p} + l^2, \text{ dont la racine est}$$

B b b ij

$$x + l = \sqrt{l^2 + 2ms + lm}, \text{ \& enfin}$$

$$x = \sqrt{l^2 + 2ms + lm} - l$$

CETTE formule donne la construction décrite ci-devant.

R E C H E R C H E S

Pour une nouvelle Solution sans aucune Hypothese, mais seulement par des conséquences tirées de l'expérience des fractures de Voutes composées de Vouffoirs assemblez sans aucune liaison que celle de leur coupe, posées sur des piédroits trop foibles.

ON a dit ci-devant que l'expérience des fractures des Voutes de maçonnerie de moilons ou de briques qui ont fait corps, nous faisoit voir qu'elles se fendoient ordinairement vers le milieu des Reins, lorsque les piédroits étoient trop foibles; il n'en est pas de même des Voutes de pierres de taille, dont les Vouffoirs sont sans liaison. M. Danify a fait sur cela plusieurs expériences avec des modèles de petites Voutes, pour connoître où se font les ouvertures des fractions des Voutes au moment de leur destruction, lorsque les piédroits cedent à l'effort de leur Poussée par trop de foiblesse, ou lorsqu'étant de force suffisante pour y résister, on charge la Voute de quelque nouveau poid, qui en augmente la poussée au point de renverser les piédroits: comme ces expériences sont curieuses, & qu'elles peuvent être utiles pour la recherche de la solution du Probleme dont il est question, je vais les rapporter telles qu'elles sont dans l'Extrait de l'Assemblée publique de l'Academie de Montpellier en 1732.

1°. IL fit faire une petite Voute de plâtre en plein ceintre composée de sept Vouffoirs, telle qu'elle est représentée à la fig. 235. dont la base des piédroits LM, *lm* n'étoit guère plus grande que celle qu'ils auroient dû avoir dans l'état d'équilibre; ayant chargé la clef d'un petit poid, la Voute se fendoit aux deux joins GI, *g*; vers l'intrados, & aux joins EF, *ef* des premiers Vouffoirs de la retombée, tandis que les deux autres Vouffoirs BC & *bc* étoient ferrez les uns contre les autres, comme s'ils n'avoient été que d'une seule piece de même que les piédroits H, *b* avec les retombées A, *a*.

De cette expérience, il a tiré le moyen de trouver la quantité de Vouffoirs qui demeurent comme collez ensemble, en menant du sommet du joint de la clef G ou *g*, une tangente à l'arc de la doële GF, ou *gf*, tous les Vouffoirs qu'elle traverse ne se séparent point au moment des fractures.

LA raison en est sans doute qu'il n'y a point d'interruption de vuide entre le point d'appui supérieur G, & l'inférieur F.

C'EST ainsi que M. Couplet a démontré au mémoire de 1730. dont on a parlé ci-devant ; qu'en supposant que les Vouffoirs ne puissent point glisser les uns contre les autres, la Voute ne cassera point si la corde AB de la moitié de l'extrados ne coupe point l'intrados, mais qu'elle se trouve dans l'épaisseur de la Voute, comme à la fig. 241. *Fig. 241.*

LA raison est que la charge du sommet A, telle qu'elle puisse être, communiquera directement sans interruption au couffinet B, suivant la ligne droite AFB qui se trouve dans l'épaisseur de la Voute.

MAIS s'il y a de l'interruption dans la direction, comme si l'arc de doële passoit en D, il est clair que la charge A poussant en AD, & la résistance du piédroit en BD, l'angle ADB peut s'ouvrir, par conséquent il peut s'y faire une fraction.

LA même raison prouve qu'il ne pourra s'en faire entre les points A & D, B & D, parce que la communication de la charge au point de résistance est directe ; de sorte que les Vouffoirs qui sont entre deux ne doivent pas se séparer.

D'où je tire une conséquence que le point d'appui L du piédroit étant donné, on peut déterminer quelle est la quantité de Vouffoirs des premières retombées qui demeureront collées au piédroit au moment de la fraction, car si l'on tire du point L une tangente à l'arc de la doële, si elle le touche en F, il ne se fera point de fraction dans l'intervalle LF, par conséquent le Vouffoir A, & plusieurs autres s'il y en a, resteront collez au piédroit H. *Fig. 235.*

LA seconde expérience de M. Danify, qui est du nombre de celles qu'il fit voir à l'Assemblée publique en 1732. se fit sur cinq petits modèles d'Arceaux, dont l'un étoit en plein ceintre composé de quinze Vouffoirs, tel qu'on l'a représenté à moitié à la fig. 236. Payant chargé sur la clef, il s'ouvrit comme le précédent aux deux côtes de cette clef en dedans & en dehors des joins du dessus du 2^e 3^e & 4^e Vouffoirs ; de sorte qu'il se faisoit trois ouvertures aux Reins au lieu d'une seule qu'on voyoit dans l'arceau précédent, ce qui rend la recherche de la poussée plus difficile, parce qu'elle est composée du plus de parties, dans lesquelles on ne trouve plus les points d'appuis à la doële & à l'extrados, mais seulement du seul côté de la doële où les leviers tirez de l'un à l'autre étant multipliez, se confondroient avec l'arc de cercle, ce qui peut mener un scrutateur fort loin.

Fig. 238. Le second modele qu'il montra à l'Assemblée étoit de 16 Vouffoirs surmonté & fans clef, c'est-à-dire dont le sommet étoit traversé par un joint, en sorte que les Vouffoirs étoient en nombre pair de 8 de chaque côté. Cet arceau s'ouvrit en dedans en une seule fente au milieu, & en trois autres à chaque côté de suite en dehors des Reins, de même que le précédent; la premiere de ces fentes étoit au lit de dessus du second Vouffoir, de sorte qu'il en restoit deux collez au piédroit comme à l'arceau précédent en plein ceintre de 15 Vouffoirs.

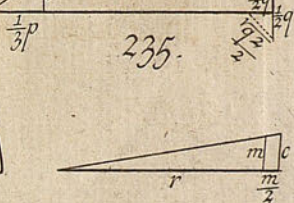
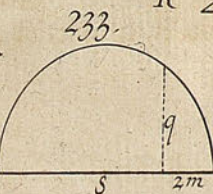
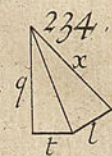
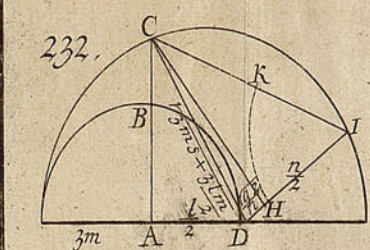
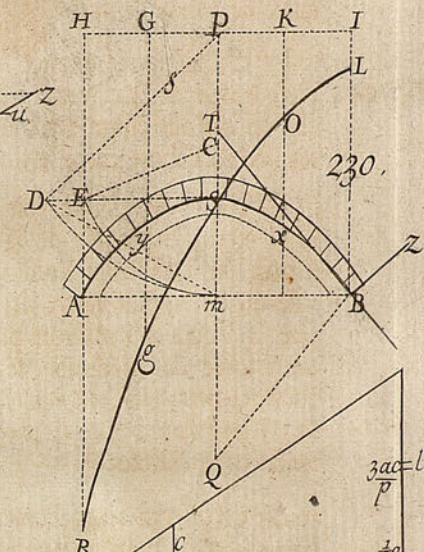
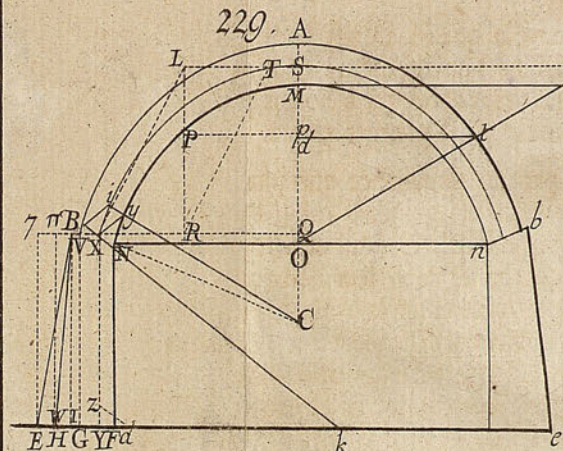
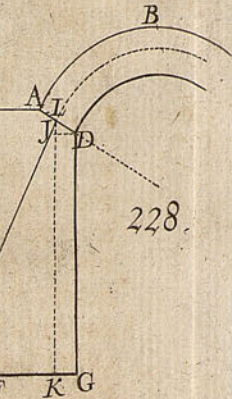
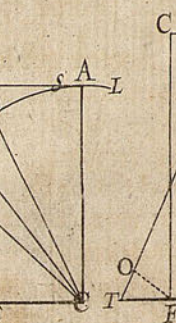
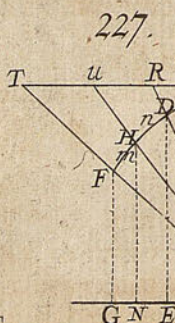
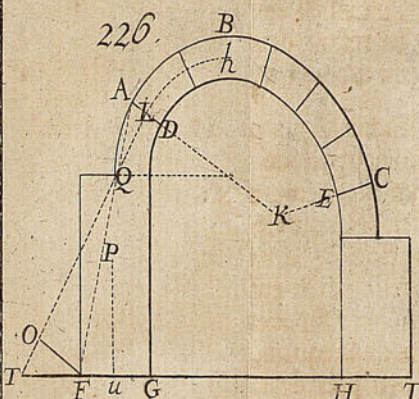
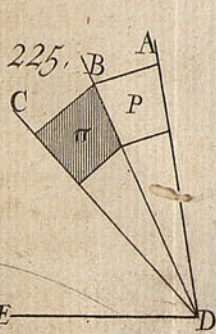
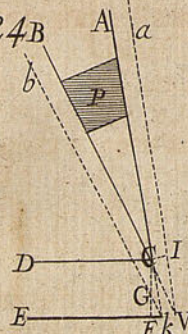
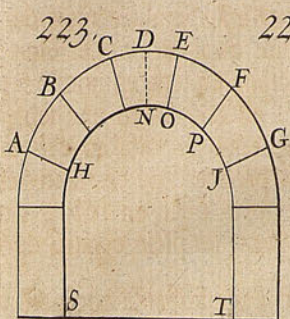
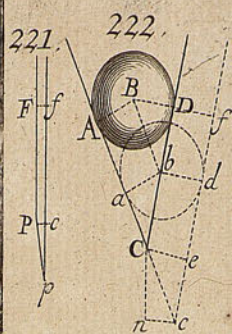
Fig. 237. Le troisiéme modele d'arceau étoit surbaissé composé de 13 Vouffoirs; il s'ouvrit comme le premier & le second aux deux joints de la clef, & en deux fentes à chaque Reins, l'un au lit de dessus, l'autre au lit de dessous du 3^e Vouffoir, & il en restoit deux de chaque côté collez au piédroit comme dans les deux arceaux précédens.

Fig. 239. Et pour montrer que les Voutes ne se fendoient pas constamment aux mêmes endroits, mais selon qu'elles étoient plus ou moins chargées d'un côté que de l'autre; il fit voir un quatriéme modele, qui étoit un arc rampant de 18 Vouffoirs; celui-ci s'ouvrit à l'extrados aux lits de dessus & de dessous du 3^e Vouffoir de la naissance inférieure, & à l'intrados entre le 7^e & 8^e Vouffoir, & enfin à l'extrados du lit de dessus du 4^e Vouffoir de la naissance supérieure, lesquels quatre Vouffoirs, étant plus minces que ceux de la naissance inférieure, n'occupoient à la doële qu'un intervalle à peu près égal à celui des deux de l'autre imposte.

Fig. 240. Le cinquiéme & dernier modele que M. Danify fit voir, étoit une plate-bande de 9 clavaux, qui ne s'ouvrit qu'aux deux joints de la clef en dessous comme à toutes les Voutes qui n'étoient pas rampantes, & en dehors entre le sommier & le premier clavau.

M. Danify fit ensuite voir par une expérience que plus la clef est large moins la poussée de la Voute est grande: car si l'on substitue à trois ou à plusieurs Vouffoirs une seule clef qui occupe tout l'intervalle qu'ils remplissoient, & qui soit égale à leur somme, on verra que la Voute qui n'auroit pû se soutenir après avoir un peu diminué de la force des piédroits, se soutiendra cependant encore lorsqu'on y aura mis cette clef, quoiqu'elle soit aussi pesante que l'étoient les Vouffoirs, non dans l'état d'équilibre, mais lorsqu'ils surpassoient la résistance des piédroits.

D'où l'on tire naturellement une conséquence que nous avons établie ci-devant pour une chose constante, que si la Voute étoit toute d'une pièce, la poussée deviendroit nulle.



1. The first part of the paper is devoted to a discussion of the general principles of the theory of the structure of the atom. It is shown that the structure of the atom is determined by the laws of quantum mechanics, and that the laws of quantum mechanics are derived from the principles of the theory of the structure of the atom.

2. The second part of the paper is devoted to a discussion of the general principles of the theory of the structure of the atom. It is shown that the structure of the atom is determined by the laws of quantum mechanics, and that the laws of quantum mechanics are derived from the principles of the theory of the structure of the atom.

3. The third part of the paper is devoted to a discussion of the general principles of the theory of the structure of the atom. It is shown that the structure of the atom is determined by the laws of quantum mechanics, and that the laws of quantum mechanics are derived from the principles of the theory of the structure of the atom.

4. The fourth part of the paper is devoted to a discussion of the general principles of the theory of the structure of the atom. It is shown that the structure of the atom is determined by the laws of quantum mechanics, and that the laws of quantum mechanics are derived from the principles of the theory of the structure of the atom.

APRES avoir fait des expériences sur les fractions des Voutes, M. Danify en fit sur celles de leurs piédroits, lorsqu'ils étoient trop foibles pour résister à la poussée des Vouffoirs ; il produisit un modele de Voute dont les piédroits étoient de plusieurs pieces, par le moyen duquel il fit voir que lorsque les piédroits sont foibles & fort hauts, ils ne se séparent pas toujours au rez-de-chaussée, mais qu'ils se fendent entre le rez-de-chaussée & l'imposte ; d'où il conclut que si les piédroits doivent se fendre vers le milieu, il faut que le contre-fort dont on le fortifie soit élevé au dessus de ce point, la chose est claire, mais il n'est pas si aisé qu'il est dit dans l'extrait dont je parle de déterminer précisément cet endroit, du moins je n'en sens pas la facilité, parce que l'Auteur nous a caché les moyens de l'apercevoir.

Je crois au contraire qu'elle n'est facile à déterminer que lorsque la hauteur du contre-fort est donnée, parce que son sommet sert d'appui à la partie supérieure du piédroit, au moment que la poussée de la Voute commence à le faire surplomber du côté du contre-fort, en le faisant taluder en dedans ; alors la partie rompuë comprise entre l'imposte & la fracture du piédroit, peut être considérée comme un levier qui s'appuie sur le sommet du contre-fort, lequel levier étant poussé par le bout de l'imposte en dehors, est repoussé par l'autre bout en sens contraire au dedans des piédroits.

De toutes ces expériences M. Danify a tiré une regle pour déterminer l'épaisseur nécessaire à la base des piédroits qui sont à plomb par dedans & par dehors, pour qu'ils ne soient pas renversez par l'effort de la poussée de la Voute, dans laquelle regle il n'a aucun égard à la hauteur des piédroits, parce qu'il les fortifie plus qu'il n'est nécessaire, crainte que *quelque accident ne renverse* ceux qui seroient faits *suivant la rigueur du calcul*, aussi ne la donne-t'il pas pour être *dans la rigueur Géométrique*, mais seulement parce qu'elle lui *semble comme dans la pratique* pour les Ouvriers, en ce qu'elle ne demande d'autre connoissance que les regles ordinaires de l'Arithmétique, l'extraction de la racine quarrée & le toisé.

APRES ce préliminaire on ne doit pas être surpris qu'il ait dit qu'en suivant sa regle il ne faut pas s'embarrasser de la hauteur que les piédroits doivent avoir. Le Problemé dont il m'a fait part, & que j'ai donné ci-devant, prouve évidemment qu'il n'est pas du sentiment que la hauteur d'un piédroit n'influe en rien sur l'épaisseur qu'il doit avoir pour résister à une poussée constante, il s'explique même clairement sur cette regle dans la lettre qu'il m'a fait l'honneur de m'écrire.

„ J'y ai pris (dit-il) certaines licences qui pourroient vous faire
 „ juger que je me suis trop écarté de la rigueur Géométrique, je dois
 „ vous avertir que j'ai cru devoir le faire ainsi en faveur des Ouvriers
 „ qui préfèrent des pratiques aisées, quoique moins Géométriques,
 „ aux méthodes plus exactes. C'est dans cette idée qu'il a aparemment
 „ supprimé l'effort vertical pour fortifier le piédroit au-delà du
 „ nécessaire, & qu'il confond dans l'usage, les inégalement sur-baïssez,
 „ ou plus ou moins sur-haussez sur un même diametre horifontal.

Si l'on est curieux de voir cette regle qui n'est susceptible d'aucune démonstration par toutes ces raisons, la voici tirée mot à mot de l'Extrait cité.

Fig. 235. „ ELLE consiste à mener en quelque part de la ligne oblique GF,
 „ une ligne à plomb GI, & une horifontale FI pour avoir le triangle FIG. On toisera ensuite la surface FE *ef* avec celle des murs
 „ qui sont bâtis sur cet arc FE *ef*; on en multipliera la moitié par la
 „ ligne horifontale FI; on divisera le produit par le double de l'oblique
 „ FG, & on tirera ensuite la racine quarrée du quotient.

„ Pour les plate-bandes, on prendra ce nombre *la* trois fois, pour
 „ les arcs surbaïssez deux fois & demi, pour les arcs en plein cintre
 „ deux & un quart, & pour les surmontez deux fois, & ce fera
 „ l'épaisseur que M. Danify estime qu'il faut donner aux piédroits des
 „ Voutes pour une parfaite solidité, sans s'embarraffer de la hauteur que
 „ ces piédroits doivent avoir.

En voici la construction avec la regle & le compas.

Fig. 242. „ APRES avoir tracé sur un mur, ou en petit sur le papier, l'épure
 „ de l'arceau ABCDE, les Ouvriers diviseront cet arceau en deux
 „ également par la ligne KM à plomb, qu'ils prolongeront jusqu'en
 „ L, qui rencontre le plus haut GH du mur FGHI qui est soutenu
 „ par l'arceau de l'extrémité C de la clef à l'extrados, & du point
 „ d'atouchement N, ils meneront la ligne NO; ils feront PL paral-
 „ lele à NC, & par le point O abaisseront la perpendiculaire OQ
 „ sur l'oblique PL; il faudra ensuite porter la ligne OQ de A en R
 „ sur l'horifontale FI; il faudra encore porter de A en T la partie PS
 „ moitié de PM, & par le point V milieu de RT, décrire avec une
 „ ouverture de compas égale à RV, le demi cercle RXT, par le point
 „ A mener la ligne à plomb AX, & ce fera cette longueur AX qu'on
 „ prendra trois fois pour les plate-bandes, deux fois & demi pour
 „ les arcs surbaïssez, deux & un quart pour ceux à plein cintre,
 „ & deux fois pour les Gothiques ou à tiers-point; si on porte cette
 „ valeur

» valeur de A en F, AF sera l'épaisseur qu'on peut donner au piédroit,
 » & quoiqu'on pût absolument la donner moindre, c'est toujours
 » hasarder, & il vaut beaucoup mieux les faire trop forts que trop
 » foibles.

Quoique les expériences dont on vient de parler ne paroissent pas
 suffisantes pour fournir les moyens d'en tirer une regle générale pour
 la poussee des Voutes, voici ce qu'on pourroit tirer de celle de la
 fig. 235. où la Voute en plein ceintre ne s'est ouverte qu'aux deux
 côtes de la clef & aux deux reins, où l'on verra que l'équation qui
 en résulte est différente de celle qui semble avoir donné la construc-
 tion de la regle de M. Danify.

PROBLEME VII.

*Trouver l'épaisseur nécessaire aux piédroits d'une Voute, qui ne doit se fendre
 qu'en quatre endroits, au moment de sa destruction, comme celle de la fig.
 335. suivant l'expérience.* Fig. 335.

SOIENT nommées les données FI

GI = a

FG = b

la ligne LZ tirée perpendiculairement du point L sur FI prolongée

= FM = d

LM = h

supposons la pesanteur du piédroit exprimée par la surface du rectan-
 gle MZ = x

POUR réduire les deux efforts N & I en un seul, il faut multiplier
 le poid de la moitié de la clef, & celui de la partie FEGI de la Voute,
 chacun par sa distance du point F, & diviser le produit par la somme
 de ces deux poids; le quotient donne le point C sur la ligne FG dans
 quelque endroit qu'il puisse être.

SOIENT nommez ces deux poids, qui seront justement la pesanteur
 de la moitié de l'arc FE $ef = q$, soit tiré du point C la ligne CQ
 parallele à GI.

IL n'est pas nécessaire dans la pratique de faire cette opération, com-
 me on le verra dans la suite, mais il faut la supposer faite pour résou-
 dre le Probleme par Analyse.

Le poids q multiplié par CF exprime l'effort de la pesanteur de la moitié de l'arc FE *ef*, suivant la direction oblique CF .

CET effort $q \times CF$ se décompose en deux autres, dont l'un est horizontal suivant FQ , & l'autre vertical suivant CQ , parce que CF peut être regardée comme la diagonale d'un parallélograme, dont FQ & CQ feroient les côtes.

IL se décompose de façon que l'effort total $q \times CF$ au point F , doit être égal à l'effort horizontal & à l'effort vertical pris ensemble, & réunis au même point F , & que ces trois efforts doivent être entre eux comme les lignes CF , FQ , CQ .

Ces deux conditions sont remplies en exprimant l'effort total par $q \times CF$, l'horizontal par $q \times \frac{FQ}{CF}$, le vertical par $q \times \frac{CQ}{CF}$, où l'on voit que ces trois efforts conservent le rapport demandé, & que l'effort total est égal aux deux autres, à cause du triangle rectangle CQF qui donne $CF^2 = FQ^2 + CQ^2$.

MAIS les triangles semblables FQC , FIG , donneront CF , FQ , $CQ = GF$, FI , IG , mettant donc à la place de CF , FQ , CQ , leurs proportionnelles GF , FI , IG ; les expressions précédentes deviendront

$q \times GF$, $q \times \frac{FI}{GF}$, $q \times \frac{IG}{GF}$, dans lesquelles les mêmes relations sont observées.

A présent si l'on considère que l'effort horizontal, agissant contre le levier LF au point F pour le faire tourner sur le point L du côté de Z , est appliqué au bras du levier LZ , son énergie sera =

$$q \times \frac{FI}{GF} \times LZ = q \times \frac{a^2}{d} \times b = \frac{a^2 q b}{d}$$

Cette énergie tend à renverser le piédroit.

L'EFFORT vertical au contraire tend à affermir le piédroit, & agissant en F pour faire tourner le levier LF sur le point L du côté de M , il est appliqué au bras du levier LM ; son énergie sera donc

$$q \times \frac{IG}{GF} \times LM = q \times \frac{b^2}{d} \times x = \frac{b^2}{d} q x.$$

LA différence de l'effort horizontal, qui renverse le piédroit à l'effort vertical qui l'affure, est donc précisément la force restante pour agir

contre le piédroit ; cette force est $\frac{a^2 q b}{d} - \frac{b^2 q x}{d}$.

Le piédroit pour lui résister opose son effort, & cet effort est égal au produit de son poid par la perpendiculaire abaissée du point L sur la direction du centre de gravité, il est donc $b x \times \frac{1}{2} LM = \frac{1}{2} b x z$.

POUR entretenir l'équilibre, l'effort du piédroit doit être égal à celui qui lui est contraire, d'où résulte cette équation $\frac{1}{2} b x z = \frac{a^2 q b}{d} - \frac{b^2 q x}{d}$.

Multipliant l'un & l'autre membre par 2, & transposant pour l'ordonner, elle devient $b x z + \frac{2 b^2}{d} q x = \frac{2 a^2 q b}{d}$.

Divisant par b , elle est $x z + \frac{2 b^2}{d h} q x = \frac{2 a^2 q}{d}$.

Ajoûtant de part & d'autre l'équerre de la moitié du coefficient du second terme, elle se change en $x z + \frac{2 b^2 q x}{d h} + \frac{6^4 q^2}{d^2 h^2} = \frac{6^4 q^2}{d^2 h^2} + \frac{2 a^2 q}{d}$

dont la racine est $x + \frac{b^2}{d h} q = \sqrt{\frac{6^4}{d^2 h^2} q^2 + \frac{2 a^2 q}{d}}$

CETTE formule enseigne qu'il faut prendre la surface de l'arc FE ef , multiplier sa moitié par la quatrième proportionnelle à FG & à GI, diviser ce second produit par le carré de la hauteur du piédroit, ajouter ce quotient au produit formé suivant la première règle, & tirer la racine quarrée de cette somme.

Et enfin retrancher de cette racine le produit de la surface de la moitié de l'arc FE ef , par la quatrième proportionnelle à FG & à GI divisé par la hauteur du piédroit.

Ce qui reste est l'épaisseur qu'il faut donner aux piédroits d'une Voute à plein ceintre, dont les Vousssoirs sont en nombre impair.

Si l'on fait attention à la conduite que l'on a tenue pour résoudre ce Probleme, on remarquera aisément que l'on a décomposé l'effort total de la Voute sur le point où se fait l'ouverture aux Reins en deux autres, dont l'un est horizontal & l'autre vertical ; que l'horizontal se fait suivant FI, ligne comprise entre le point de rupture & la verticale abaissée de l'extrémité de la clef ; que le vertical se fait suivant GI, ligne verticale abaissée de l'extrémité de la clef jusqu'à la rencontre de l'horizontale ; que ces deux efforts sont comme les deux lignes FI, GI, & enfin que l'effort horizontal tend à renverser le piédroit, & le vertical à l'affermir.

COROLLAIRE I.

D'où il suit que plus la clef est large, moins la poussée de la Voute est grande, parce que dans ce cas la ligne FI diminue plus à proportion que la ligne GI, c'est-à-dire que l'effort horizontal devient moindre à proportion que le vertical.

COROLLAIRE II.

2°. Que la pesanteur de la Voute, la clef, la distance & la hauteur des piédroits restant les mêmes, l'effort horizontal ne change plus, qu'il n'y a que le vertical qui varie selon que la Voute diffère plus ou moins de celle en plein cintre, c'est-à-dire selon que l'arc est surbaissé ou sur-haussé; que dans les surbaissees l'effort vertical qui agit pour le piédroit étant moindre, les piédroits demandent plus d'épaisseur, & au contraire les sur-hausses en demandent moins.

Le défaut d'explication de l'énoncé de la règle de M. Danisy, ayant donné occasion de chercher la route qu'il avoit pû tenir pour venir à sa construction, on a trouvé qu'on ne le pouvoit que par un faux raisonnement, qui donnoit $LM = q \times \frac{FI}{2FG}$, dont la racine quarrée qui est $LM = \sqrt{q \times \frac{FI}{2FG}}$, donne précisément cette construction; mais on a vû ci-devant qu'on ne doit pas penser que ce soit par inadvertence, mais parce qu'il a supprimé l'effort vertical du piédroit, pour qu'il en résultât une plus grande épaisseur.

DE LA POUSSEE DES VOUTES COMPOSEES,

& de plusieurs simples, qu'on peut considerer comme composées.

LES Auteurs qui ont travaillé à résoudre le Probleme de la Poussée des Voutes, n'ont fait attention qu'à celles des Berceaux & des Platebandes, c'est-à-dire aux cylindriques & aux planes, sans faire aucune mention de celles des autres especes dont les surfaces intérieures sont de différentes figures simples, comme les sphériques, sphéroïdes, coniques, annulaires & hélicoïdes; ni aux Voutes qui sont composées de plusieurs portions des corps simples, rassemblées sous différens angles, & suivant différentes directions, ce qui méritoit cependant d'être mis en question, parce que les Berceaux simples ne sont pas les Voutes les plus usitées dans les bâtimens civils.

Je vais tâcher de suppléer à cette omission autant qu'il est nécessaire

pour la pratique, en rapportant toutes fortes de Voutes aux cylindriques par des conséquences tirées de la spéculation & de l'expérience.

QUOIQ'IL soit du bon ordre d'aller du simple au composé, j'examinerai les Voutes *composées* avant les simples, parce que je dois considérer les simples comme composées de petites parties cylindriques, semblables à celles des Voutes d'arêtes & en *Arc de Cloître*.

De la Poussée des Voutes d'Arêtes.

UNE Voute d'Arête (comme nous l'avons dit au commencement de ce 3^e tome) est un composé de deux surfaces de demi-cylindres APBD, dont le ceintre est A b P & ADBP, dont le ceintre est PHI, Fig. 144 qui se croisent sur une même hauteur d'Imposse & de Clef, ce qui forme quatre portions de cylindres séparées par les arêtes de leurs intersections, & l'on sous-divise encore chacune de ces portions en deux parties égales qu'on appelle *Pendantifs*; nous apellons *Travée* cet assemblage de huit pendantifs, dont les deux contigus en retour font un quart de travée.

Si l'on considère chacun de ces pendantifs à part comme un triangle cylindrique dont l'axe est horizontal, & qui est appuyé sur une de ses pointes posée sur un pilier que nous apellons *piédroit*; il est clair que l'effort de sa pesanteur qui pousse le piédroit, se fera suivant l'arc Fig. 244 Elliptique, qui feroit la section de ce triangle cylindrique par son centre de gravité; ainsi considérant cette surface courbe dans sa projection *m PC*, ou *MPC*, on divisera le côté droit & horizontal *m C* ou *MC* en deux également en *n*, la poussée du pendantif sur le piédroit *b P a x* se fera suivant cette direction *n P*.

D'où il suit que pour trouver la direction de la poussée commune aux deux pendantifs joints ensemble & appuyés sur le point commun P, il faut prolonger les directions *n P* en *q* & *NP* en *r*, chercher l'épaisseur du piédroit qui convient au ceintre & à la charge de l'arc Elliptique sur *n P* & *NP*, & porter cette épaisseur en *q* & en *r*; ensuite par ces points *q* & *r* mener des parallèles aux directions pour former le parallélograme *P r y q*; la ligne *P y* fera la valeur de la poussée du quart de travée de la Voute d'arête suivant cette hypotèse.

MAIS si l'on fait attention que les lits des Voussoirs sont parallèles aux axes de chacune des portions de cylindre qui font les pendantifs, on reconnoitra que la direction de leur poussée sera déterminée par les perpendiculaires aux plans des lits, ce qui en diminue l'effort, par-

ce que l'angle du concours des deux puissances m PM est moins aigu que celui des deux précédentes n PN, suivant les propriétés des mouvemens compozés, démontrées dans les traités de Méchanique; ainsi nous abandonnons cette première hypotèse pour considérer les pendants comme une suite d'arcs circulaires ou Elliptiques parallèles entre eux, qui vont toujours en diminuant, & qui tendent à se redresser suivant une direction qui est dans un plan perpendiculaire à l'axe; en effet une Voute d'arête, dont l'appareil seroit par joints de tête de suite en déliaison, quoiqu'un peu moins solide, n'en subsisteroit pas moins, pourvu que les enfourchemens fussent faits en bonne coupe sur leurs lits.

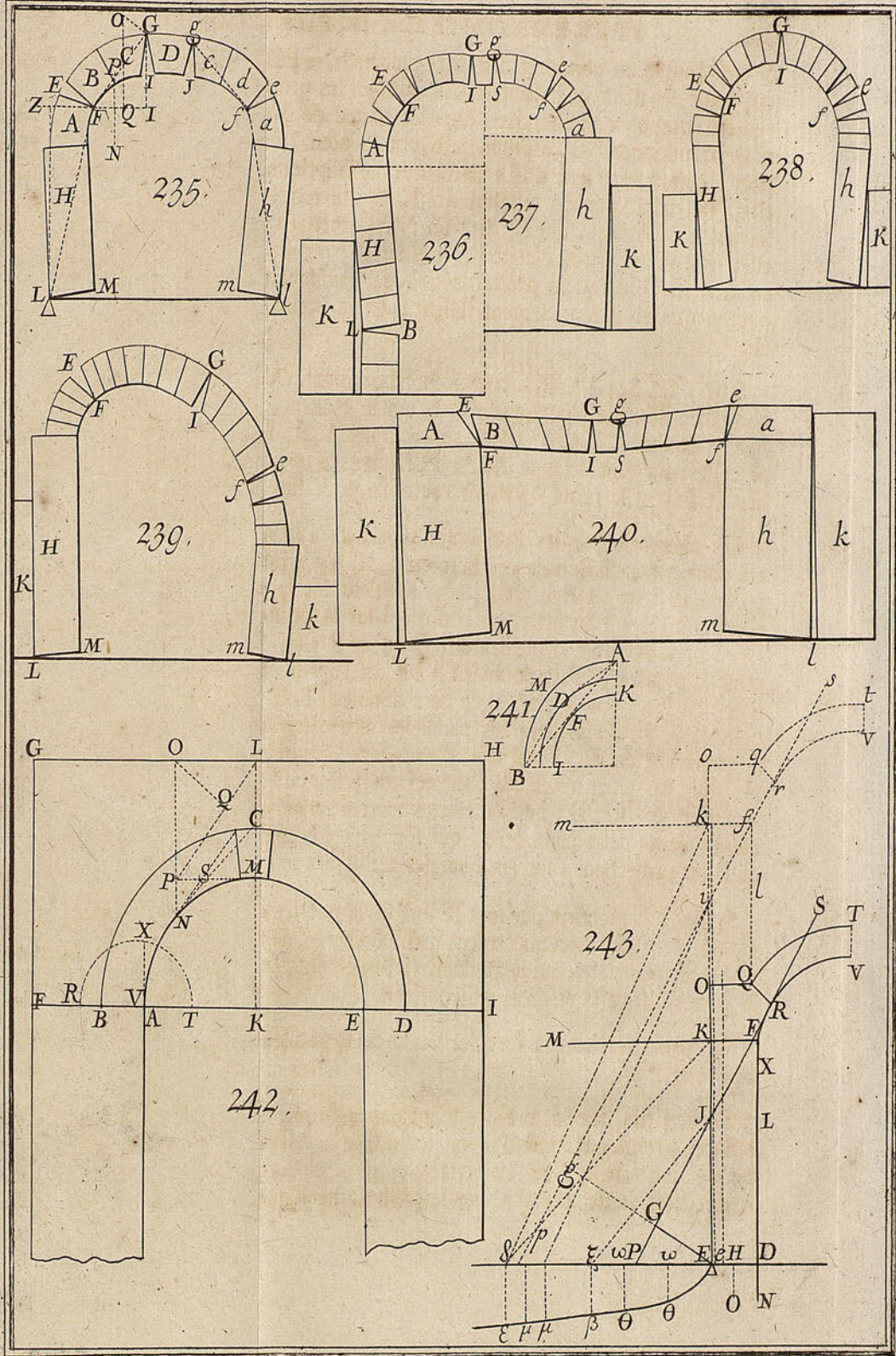
Soit (fig. 244.) APBD, la projection horizontale d'une Voute d'arête composée de deux Berceaux inégaux qui se croisent, lesquels forment quatre Lunettes, dont les opposées au sommet ACP, DCB sont égales, & celles qui sont de suite ACP, PCB inégales, l'une étroite & surhaussée suivant le profil A b P, & l'autre large & surbaissée PHB.

On cherchera par les Problèmes précédens l'épaisseur du piédroit qui convient à chacun de ces Berceaux, s'il n'y a point de biais, on portera la ligne trouvée pour cette épaisseur sur la prolongation des côtes, & s'il y a du biais, on la portera sur la prolongation de l'arc-Droit, par exemple la mesure de l'épaisseur P a sur AP prolongé en a pour la poussée de l'arc doubleau A b P, & l'épaisseur P b sur BP prolongé en P b pour la poussée de l'arc doubleau BHP; ensuite par les points a & b, on mènera des parallèles aux côtes opposées, lesquelles se croiseront en x, le rectangle P b x a fera la surface de la base du piédroit, ou pilier nécessaire pour résister à la poussée du quart de la Voute d'arête APBD, que j'appelle un quart de travée, parce qu'elle est composée de deux pendants, qui sont deux triangles cylindriques, dont les projections sont les triangles rectilignes m PC, MPC.

Si l'on fait attention que tout l'effort de la poussée se fait sur le point P, on reconnoitra premièrement qu'il est chargé de toute la pesanteur des deux pendants qui le pressent verticalement, & tendent à écraser la matière dont le piédroit est construit.

SECONDEMENT que l'effort horizontal de la poussée se fait suivant la diagonale P x.

D'où il suit que les prismes triangulaires du piédroit, qui ont pour base les triangles P b x & P a x, ne lui sont nécessaires que pour empêcher que l'angle P ne soit écrasé, & pour contenir la charge dans la direction verticale, afin que le piédroit ne s'incline pas vers a ni



THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY
1850-1851
1852-1853
1854-1855
1856-1857
1858-1859
1860-1861
1862-1863
1864-1865
1866-1867
1868-1869
1870-1871
1872-1873
1874-1875
1876-1877
1878-1879
1880-1881
1882-1883
1884-1885
1886-1887
1888-1889
1890-1891
1892-1893
1894-1895
1896-1897
1898-1899
1900-1901
1902-1903
1904-1905
1906-1907
1908-1909
1910-1911
1912-1913
1914-1915
1916-1917
1918-1919
1920-1921
1922-1923
1924-1925
1926-1927
1928-1929
1930-1931
1932-1933
1934-1935
1936-1937
1938-1939
1940-1941
1942-1943
1944-1945
1946-1947
1948-1949
1950-1951
1952-1953
1954-1955
1956-1957
1958-1959
1960-1961
1962-1963
1964-1965
1966-1967
1968-1969
1970-1971
1972-1973
1974-1975
1976-1977
1978-1979
1980-1981
1982-1983
1984-1985
1986-1987
1988-1989
1990-1991
1992-1993
1994-1995
1996-1997
1998-1999
2000-2001
2002-2003
2004-2005
2006-2007
2008-2009
2010-2011
2012-2013
2014-2015
2016-2017
2018-2019
2020-2021
2022-2023
2024-2025

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY
1850-1851
1852-1853
1854-1855
1856-1857
1858-1859
1860-1861
1862-1863
1864-1865
1866-1867
1868-1869
1870-1871
1872-1873
1874-1875
1876-1877
1878-1879
1880-1881
1882-1883
1884-1885
1886-1887
1888-1889
1890-1891
1892-1893
1894-1895
1896-1897
1898-1899
1900-1901
1902-1903
1904-1905
1906-1907
1908-1909
1910-1911
1912-1913
1914-1915
1916-1917
1918-1919
1920-1921
1922-1923
1924-1925
1926-1927
1928-1929
1930-1931
1932-1933
1934-1935
1936-1937
1938-1939
1940-1941
1942-1943
1944-1945
1946-1947
1948-1949
1950-1951
1952-1953
1954-1955
1956-1957
1958-1959
1960-1961
1962-1963
1964-1965
1966-1967
1968-1969
1970-1971
1972-1973
1974-1975
1976-1977
1978-1979
1980-1981
1982-1983
1984-1985
1986-1987
1988-1989
1990-1991
1992-1993
1994-1995
1996-1997
1998-1999
2000-2001
2002-2003
2004-2005
2006-2007
2008-2009
2010-2011
2012-2013
2014-2015
2016-2017
2018-2019
2020-2021
2022-2023
2024-2025

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY
1850-1851
1852-1853
1854-1855
1856-1857
1858-1859
1860-1861
1862-1863
1864-1865
1866-1867
1868-1869
1870-1871
1872-1873
1874-1875
1876-1877
1878-1879
1880-1881
1882-1883
1884-1885
1886-1887
1888-1889
1890-1891
1892-1893
1894-1895
1896-1897
1898-1899
1900-1901
1902-1903
1904-1905
1906-1907
1908-1909
1910-1911
1912-1913
1914-1915
1916-1917
1918-1919
1920-1921
1922-1923
1924-1925
1926-1927
1928-1929
1930-1931
1932-1933
1934-1935
1936-1937
1938-1939
1940-1941
1942-1943
1944-1945
1946-1947
1948-1949
1950-1951
1952-1953
1954-1955
1956-1957
1958-1959
1960-1961
1962-1963
1964-1965
1966-1967
1968-1969
1970-1971
1972-1973
1974-1975
1976-1977
1978-1979
1980-1981
1982-1983
1984-1985
1986-1987
1988-1989
1990-1991
1992-1993
1994-1995
1996-1997
1998-1999
2000-2001
2002-2003
2004-2005
2006-2007
2008-2009
2010-2011
2012-2013
2014-2015
2016-2017
2018-2019
2020-2021
2022-2023
2024-2025

vers b ; de sorte que suposant deux barres de fer de force suffisante, l'une posée verticalement pour soutenir le fardeau, l'autre en situation inclinée suivant la tangente du joint extrême pour résister à la poussée de l'arête, dont la projection est CP ; il n'en faudroit pas davantage pour soutenir ce quart de travée, si le fond étoit impénétrable, & l'équilibre parfait, c'est une spéculation dont l'exécution est impossible, mais qui n'est pas inutile pour donner une juste idée du sujet.

S E C O N D C A S.

Lorsqu'il y a deux travées de Voute de suite sur le même alignement.

SOIENT deux quarts de travées $APCM$, $BPCD$ (fig. 225.) c'est-à-dire quatre pendants, dont les projections sont les triangles APM , MPC ; CPD , & DPB ; il est clair par la construction précédente que les diagonales Pd , Pm des deux parallélogrames $PQma$ & $PQdb$, exprimeront les épaisseurs nécessaires pour contenir la poussée de chacun des quarts de travée, & qu'ainsi un pilier triangulaire Pdm seroit suffisant pour contenir la poussée des deux quarts de travée ; mais comme toute leur charge porteroit sur le point P , l'angle de ce piédroit seroit écrasé par cette charge, ou s'enfonceroit dans le sol pour peu qu'il ne fût pas suffisamment solide ; c'est pourquoi il convient d'ajouter au prisme triangulaire Pdm les deux triangles aPm & bPd pour le fortifier, & le rendre propre à soutenir le poid de la Voute. Je dis seulement pour ce sujet, & non pour n'être pas jetté à droit ou à gauche comme au cas précédent, parce qu'ici les deux arcs de formerefts sur AP & BP , étant diametralement opposés, demeureront en équilibre si leurs diamètres & leurs charges sont égales, & si elles sont inégales, la poussée qui se fera d'un côté plus que de l'autre fera la différence des deux efforts, ainsi en ce cas il faut indispensablement quelqu'épaisseur de piédroit en P , mais dans la pratique il convient toujours qu'il y en ait quand même les formerefts seroient égaux, parce que toute la charge tombant sur un angle P , il seroit difficile qu'il fût de pierre d'une assez forte consistance, ou sur un fond assez dur pour qu'elle ne fût pas écrasée par la charge, ou qu'elle ne s'enfonçât un peu dans le sol de la fondation, auquel cas le moindre mouvement romproit tout l'équilibre.

R E M A R Q U E.

PAR cette raison les Architectes divisent ordinairement les travées

Fig. 245.
& 250.

des Voutes d'arêtes par un ornement en saillie qu'ils appellent *Arc Doubleau e f g i*, parce qu'il double cette partie de Voute, lequel arc occupe en largeur celle d'un pilastre *d e f K*, ou d'une perche qui lui sert de base, qui fait par conséquent un pan *k e f l* au lieu de l'angle *d P m*.

CET Arc doubleau dans l'Architecture moderne est une Arcade cylindrique, c'est-à-dire une portion de berceau simple qu'on orne de panneaux ravalés, dans lesquels on place à propos des ornemens de sculpture, comme des roscons, des bas reliefs &c.

DANS l'Architecture Gothique l'arc doubleau est comme les autres nervures d'Arcs, Tiercerons, Liernes &c. une partie fort saillante profilée en moulures de doucines opposées avec des quarts de rondes baguettes &c. mais beaucoup moins large que dans l'Architecture moderne, parce que sa base n'est posée que sur une perche, & même souvent elle porte à faux sur un *Cul-de-lampe*.

TROISIEME CAS.

Lorsqu'il y a trois travées de suite en retour d'un angle Droit.

DANS une grande partie de nos Eglises qui sont voutées en Voutes d'arête sur un *Plan* en Croix latine, il se trouve à la croisée des *Bras* avec la *nef* une suite de trois travées en retour, qui sont appuyées à moitié sur des piliers angulaires; celle du milieu est exactement quadrée lorsque les bras sont de même largeur que la nef; mais lorsqu'ils sont plus étroits, elle devient barlongue, comme sont ordinairement les autres travées, un peu plus ou moins, selon qu'elle diffère des autres en largeur, c'est-à-dire selon que les Bras sont plus étroits que la Nef.

ORDINAIREMENT les travées extrêmes des deux côtes de la Croisée sont égales, parce qu'on fait les bras égaux en largeur à la nef; mais comme ils peuvent ne pas l'être, nous choisirons ce cas pour rendre la construction plus générale.

AYANT trouvé par la construction du cas précédent la diagonale *P x*, qui exprime le résultat de la poussée des deux travées de suite *FA*, *AB*, on cherchera par le premier cas la poussée de la travée *GB* qui sera *P y*; puis par les points *y* & *x*, on mènera des parallèles aux côtes opposées qui se croiseront en *z*; la diagonale *PZ* exprimera la poussée des trois travées réunies à une seule direction.

On

ON tirera ensuite du point Z des perpendiculaires Zi , Zk aux côtes PF, PG; le quarré $PfzG$ fera la surface de la base du pilier que l'on cherche.

R E M A R Q U E.

Quoiqu'il y ait des exemples de cette construction, ils sont cependant assez rares; on coupe ordinairement par un petit pan an l'angle aPn d'encognure, pour donner plus de force à la naissance de la travée du milieu, comme on voit à la fig. † à côté de 246.

Les bons Architectes ne veulent guère le milieu de la croisée en Voute d'arête, mais plutôt en cu-de-four, parce que si le cintre primitif de la nef est circulaire, les arêtes de la croisée deviennent fort surbaissées, & rendent cette partie de Voute trop foible, laquelle étant ordinairement plus chargée de Charpente que les autres, a au contraire besoin de plus de force.

Il est aisé de voir que lorsque les travées extrêmes sont inégales les côtes iP & kP du pilier deviennent inégaux, & que si les trois travées étoient égales entre elles, il n'y auroit que celle du milieu qui agiroit pour renverser le pilier, parce que les deux extrêmes étant exactement opposées l'une à l'autre, le contrebalanceroient & demeureroient en équilibre, si leurs épaisseurs & leur charge étoient parfaitement égales, & si elles sont inégales la poussée des extrêmes se fera suivant une diagonale Pu , qui ne fera plus dans la direction de l'arête DP, & qui sera d'autant plus ou moins grande que l'angle de leurs ogives ou arêtes EPC sera plus ou moins obtus.

Q U A T R I E M E C A S.

Lorsqu'il y a quatre Travées ou plus autour d'un pilier.

Il est clair que lorsque les pendants d'une Voute d'arête sont égaux entre eux & diamétralement opozés, les efforts de leurs poussées se détruisent mutuellement, & par conséquent qu'ils n'agissent plus sur le piédroit que par la charge de leur pèlanteur qui fait effort pour l'écraser; c'est dans ce cas où l'on reconnoit encore plus que dans les précédens la nécessité de séparer les travées par des arcs doubleaux, qui ayent une certaine largeur suffisante pour donner au pilier l'épaisseur qui lui est nécessaire pour soutenir le poid de huit pendants dont il doit être chargé, ce que l'on ne peut déterminer que par l'usage &

Fig. 247.

l'expérience de la pierre de taille qu'on y employe, qui est plus ou moins forte à la charge, c'est-à-dire qui peut ou ne peut pas être écrasée, & par la connoissance que l'on doit avoir de la pesanteur absolue des huit parties de Voute que le pilier doit soutenir, lesquelles peuvent être plus ou moins épaisses, & chargées de Charpente ou d'autre chose; s'il se trouvoit de l'inégalité dans les pendants opposés, alors l'épaisseur du pilier seroit déterminée par la différence des deux lignes qui expriment la poussée horizontale qu'on peut trouver par les Problemes précédens.

On sçait que pour trouver la pesanteur absolue de chaque pendentif, & de tous ceux qui chargent un pilier, il faut en faire le toisé & le multiplier par la pesanteur des matériaux, connuë par l'expérience & reduite en pieds cubes; mais la maniere de toiser ces pendants avec une certaine exactitude n'est connuë que depuis peu; c'est à M. Senes de l'Academie des Sciences de Montpellier, Ingenieur en Chef du canal de Cette au Rhône, que nous la devons; on la trouvera dans les memoires de l'Academie des Sciences de Paris de l'année 1719. & 1721. avec ses démonstrations; on peut y avoir recours pour operer avec une grande justesse.

Si cependant l'on veut se contenter d'une opération moins parfaite, laquelle peut être suffisante pour le sujet dont il s'agit, il n'y a qu'à faire le développement d'un pendentif considéré dans le milieu de son épaisseur de la même maniere que nous avons donné pour en faire les panneaux de doële, mesurer chacune de ses parties comme autant de trapezes, & la premiere à la naissance comme un triangle; ajouter toutes ces surfaces ensemble & les multiplier par l'épaisseur commune.

Le produit multiplié par le nombre de livres que pese un pied cube, donnera la pesanteur absolue de la Voute. Nous verrons ci-après la maniere de trouver le poids d'un pied cube de chaque espece de matériaux, en cas qu'on ne le connoisse pas & qu'on n'ait pas des tables des poids sur lesquelles on puisse compter.

Fig. 244. Soit, par exemple, le pendentif m PC qu'on veut mesurer, on rectifiera la moitié du cintre du formereft Pb , qu'on portera développé sur PA prolongé en mp avec ses divisions 1, 2, 3, 4, étendues aux points 1^a , 2^a , 3^a , m , par lesquels on menera des paralleles indéfinies à la ligne de projection de la clef m C; puis par les points $1'$, $2'$, $3'$, où la projection de l'arête coupe les lignes provenant des points 1, 2, 3, 4, du formereft Pb , ou par les points 1^c , 2^c , 3^c , du

former est suivant PH, on menera des paralleles à Pp, qui couperont les perpendiculaires à la même ligne aux points 1^d, 2^d, 3^d, C, par lesquels on tracera à la main la courbe pC, qui sera le développement de l'arête du pendentif.

Le triangle mixte *pmC* fera la surface de la doële du pendentif, si l'arc *bP* est pris à la doële, & celle du milieu de la Voute si cet arc est pris au milieu : ainsi multipliant cette surface par l'épaisseur de la Voute, on aura le toisé de son cube, lequel multiplié par le nombre de livres de la pesanteur d'un pied cube de la pierre dont il est fait, donnera la pesanteur absoluë de la Voute.

Il faut observer que cette operation donne un peu trop, parce que les naissances des pendentifs qui se pénètrent, retranchent la pointe de la naissance.

R E M A R Q U E.

ON fait Usage de cette construction lorsque l'on est obligé de vouter sur des piliers. 1°. Les endroits où l'on ne peut trouver la hauteur qui seroit nécessaire pour ne faire qu'un cintre, qui comprenne toute la largeur du bâtiment.

2°. LORSQUE les murs ne sont pas d'une épaisseur suffisante pour résister à la poussée d'une Voute d'un grand diametre, parce qu'on la diminue dans le raport des hauteurs & des diametres.

ENFIN pour pouvoir faire des Voutes de peu d'épaisseur, & de moins de surface, soit par raison de charge ou par raison de ménagement de dépense.

C'EST par ces raisons que l'on a fait ainsi des bas côtez doubles dans une partie de nos anciennes Eglises, comme à Notre-Dame de Paris, &c. & les grandes Sales de la plupart des Monasteres, & des anciens edifices.

Explication Démonstrative.

ON peut sans doute considerer un quart de travée de Voute d'arête *mPMC*, & chaque pendentif en particulier comme une suite de plusieurs tranches de Berceaux coupez verticalement par des plans perpendiculaires à leurs axes : or il est visible que chacune de ces tranches étant posée dans sa partie inférieure sur l'arcade que forment les

Vouffoirs d'enfourchement suivant l'arête où se fait la jonction des deux pendants contigus, fait effort par sa charge pour faire dresser cet arc d'Angive, & par conséquent pousse ainsi médiatement le piedroit pour le renverser.

IL est aussi visible que les arcades des arcs doubleaux poussent chacune immédiatement ce même piedroit en différentes directions, qui sont ordinairement entre elles un angle droit, d'où il résulte suivant les principes de la Mécanique des mouvemens composez, que la direction qui résultera de celle des deux puissances qui poussent, sera la diagonale d'un rectangle, dont les longueurs des côtes seront entre elles comme ces puissances : or comme toutes les arcades des Vouffoirs sont parallèles entre elles dans chaque pendant, il résultera aussi que le concours de leur direction se réduira à une troisième, qui sera aussi dans le même plan que celle du concours des arcs doubleaux.

Si l'on fait présentement attention que les poussées de toutes ces arcades inégales sont relatives à leurs retombées, qui sont les sinus ou sinus versés de chacun de ces arcs, comme il a été démontré ci-devant, on reconnoitra que les triangles rectilignes mPC , MPC , qui sont les projections des deux pendants contigus, contiennent tous ces sinus versés, par conséquent que les longueurs qui donnent l'épaisseur du piedroit pour chacune de ces arcades, formeront un triangle semblable à celui de la projection horizontale ; donc supposant les côtes Pa & Pb trouvez suivant les Problèmes de la poussée des arcs doubleaux, le parallélogramme $Pbxa$ semblable à celui de la projection $CmPM$, fera la base du pilier qui doit soutenir la poussée du quart de travée de Voute d'arête donné, *ce qu'il falloit trouver.*

R E M A R Q U E.

IL faut remarquer que par cette composition & disposition de portions de Berceaux qui se croisent, il résulte une Voute dont la surface est moindre que celle du berceau simple, qui couvrirait le même

Fig. 244. espace du rectangle $DAPB$; parce que chacun des pendants est moindre que la huitième partie d'un tel berceau, quoiqu'il le paroisse ainsi dans sa projection.

Pour en connoître la différence, il n'y a qu'à faire le développement d'un de ces pendants, comme on vient de l'enseigner pour le pendant PmC ou son égal AmC , où l'on voit que la courbe $p2^aC$, qui termine un des côtes de la surface développée, est concave, & toute au dedans de la corde pC , par conséquent le triangle mixte

$P m C$ est moindre que la moitié du parallélograme $m e$, qui est le développement de la projection $m E$, laquelle exprime le quart du berceau qui couvrirait l'espace horizontal $APBD$, donc la surface d'un pendantif d'une travée de Voute d'arête est moindre que la huitième partie du berceau, & par conséquent les huit pendantifs dont elle est composée font ensemble une surface considérablement plus petite que celle d'un berceau de même hauteur, qui ferait à la place d'une Voute d'arête, *ce qu'il falloit prouver.*

ON va voir le contraire dans les Voutes en Arcs de Cloître ; cependant chacun des pendantifs pousse plus, c'est-à-dire fait plus d'effort pour renverser le piédroit que la portion de berceau en continuation PCM , qui ferait son complément, quoique plus grand en surface de près d'un tiers puisqu'il contient de plus deux fois le segment de développement $p IC$; la raison est que les Voussoirs poussent d'autant plus qu'ils approchent de la clef, & d'autant moins qu'ils approchent de l'imposte ; en effet on verra ci-après que jusqu'à la hauteur du quart de cercle $P 1$, ils ne poussent point du tout étant retenus par le seul frottement de leurs lits, ils se soutiennent les uns sur les autres sans glisser jusqu'à 22. & même jusqu'à 25. degrés ; on remarque aussi qu'au dessus jusqu'à 45. degrés ils poussent fort peu, puisque ce n'est qu'à cette hauteur que les Voutes se fendent.

AINSI (à la fig. 248.) si l'on mène par le point 2 du cintre $b H$, une parallèle à l'imposte $A b$, elle coupera la diagonale AC au point a^2 , & le côté $A d$ au point x ; si par le point a^2 on tire $a^2 q^2$ parallèle au côté $A d$, il est évident que le trapeze $x a^2 C d$ est plus grand que le triangle $a^2 p^2 C$ de tout le parallélograme $x a^2 q^2 d$, lequel étant considéré dans la projection d'un pendantif $AC d$, exprimera la différence en excès de la poussée du pendantif de la Voute d'arête sur le triangle cylindrique, qui ferait son complément pour achever le demi berceau qui couvrirait tout l'espace $A b C d$. Or ce complément du pendantif est justement le pan d'une Voute en Arc de Cloître, qui couvrirait le même espace.

SECONDEMENT on a vu par le développement du pendantif $DAIS$ que sa surface est moindre que celle du développement du pan de l'Arc de Cloître de l'arc $b AIS$, cependant si le demi berceau étoit complet sur l'imposte $A b$, le parallélograme $A x b$ ferait la base totale de son piédroit ; or nous disons que la moitié $A x b$ est celle de la portion d'arc de cloître, qui est plus grande que la moitié de la doële, donc l'autre moitié $A f x$, qui est égale à la base $A x b$ étant nécessaire pour soutenir la poussée d'une moindre partie de doële, il suit que cette

moindre partie qui est le pendantif, pousse plus en général que le pan de l'arc de cloître, ce qui est exprimé à la fig. 244. par le rapport de Px à Pb ou à Pa , & dans celle-ci de Ae à $b\infty$ ou Af .

De la Poussée des Voutes en Arc de Cloître.

LES Voutes en *Arc de Cloître* peuvent être considérées comme les complémens des Voutes d'Arêtes, ainsi que nous venons de l'expliquer ; car suposant un demi berceau sur db (fig. 248.) coupé diagonalement sur AC , & la naissance ou imposte du demi berceau sur Ab ; le triangle ACd fera la projection d'un pendantif, & ACb celle d'un pan de Voute en Arc de Cloître.

D'où il suit que, puisque le pendantif est une portion de berceau moindre que la moitié du demi berceau sur db , comme on vient de le montrer, le pan de la Voute en arc de cloître, qui en est le complément, sera plus grand que cette moitié, quoiqu'il paroisse égal dans la projection où le triangle AbC est égal au triangle AdC .

LA raison de cette fausse aparence a été donnée au second Livre, lorsque nous avons parlé des effets de la projection, qui racourcit d'autant plus les objets qu'ils sont moins inclinez au plan de description ; or il est clair par le profil $b1'2H$ que la partie $b1$ étant moins inclinée à la base bc de ce profil que la partie $3H$, qui lui est presque parallèle, elle sera aussi plus racourcie par la projection ; par conséquent la surface de la Voute sur AbC fera plus grande que son complément au demi cylindre sur ACd , qui a ses parties plus éloignées de l'imposte Ab .

CETTE vérité paroît évidemment dans le développement du demi berceau tracé en $ADSB$, où le triangle mixte $AISD$ est la surface développée du pendantif, & l'autre $AISb$ celle du pan de l'arc de cloître.

DE cette dernière considération, il suit que quoique le pan d'un arc de cloître soit plus grand que le pendantif de la Voute d'arête, qui est son complément, il poussera cependant beaucoup moins, parce que son centre de gravité sera plus près de l'imposte que celui du pendantif.

Au reste on ne peut comparer la poussée de ces deux Voutes, parce que l'une pousse sur une ligne & l'autre sur un point ; le pendantif de la Voute d'arête fait tout son effort sur le point A pour renverser le piédroit, & le pan d'arc de cloître le fait sur toute la ligne Ab .

qu'il pousse inégalement, en sorte que son mouvement virtuel décrit une surface triangulaire $A b x$.

En effet c'est ici tout le contraire du pendantif, il pousse tout au point A , & le pan d'arc de cloître n'y pousse point encore, c'est de ce point qu'il commence à pousser de plus en plus vers b , dans le rapport des longueurs des retombées de chaque rang vertical de ses Vouffoirs, compris entre l'imposte $A b$ & l'arc de section Elliptique $AL b$ sur AC .

D'où il suit que le plan d'arc de cloître sur $A b C$ n'a besoin que de la moitié de la surface de la base du piédroit, qui seroit nécessaire pour résister à la poussée du demi berceau sur $C d A b$, dont le piédroit devroit être le parallélogramme $A f x b$, suposant l'épaisseur $A f$ du $b x$ trouvée par les Problemes précédens.

AINSI toute l'épaisseur $A f x$ que l'on a coutume de donner au piédroit, c'est-à-dire à la base d'un mur de faces parallèles entre elles, laquelle est le parallélogramme $A f x b$, est superflue pour résister à la poussée de la Voute en arc de cloître, de même que le triangle $A g y$ moitié du parallélogramme $A y$, qui répond à l'autre pan $A d$; & à plus forte raison le quarré restant à la jonction des deux murs en $g A f e$ qui est totalement inutile, parce que les deux pans d'arcs de cloîtres n'ont aucune détermination de poussée de ce côté, lequel au contraire étoit le seul où poussioient les Voutes d'arêtes, comme nous l'avons dit ci-devant.

CETTE partie superflue de la jonction des deux murs diminuera à mesure que l'angle des murs sera plus ouvert, & augmentera d'autant plus qu'il sera plus aigu.

AINSI suposant une Voute d'arête sur un Pentagone régulier DBG FE , comme par exemple une Guerite (fig. 249.) cette partie de Fig. 249. jonction des murs devient le trapezoïde $I n F o$, qui est plus petit, toutes choses égales, que le quarré $g f$ de la fig. 248.

D'où il suit que ne prenant pour la base des piédroits que les parties triangulaires, qui sont nécessaires pour résister à la poussée d'une Voute établie sur un polygone; le contour de ces piédroits fera d'un nombre de côtes doubles de celui sur lequel est établie la Voute en arc de cloître, par exemple ici ce sera un décagone $EAFMGLB$ &c. qui peut être ou ne pas être régulier, suivant que la poussée du milieu d'un pan AP aura été trouvée plus ou moins grande par les Problemes précédens, touchant celle des berceaux simples, dont le demi diamètre de l'arc-Droit seroit RC .

D'ou il suit que les bases des piédroits à faces parallèles entre elles EF, KI ; FG, IH d'un mur qui enveloperoit le polygone, seroient plus de moitié plus grandes qu'il ne faut de la quantité de tous les trapezoïdes, comme $o F n I$, &c. qui restent aux angles du polygone au-delà des triangles AF o , FM n , qui sont égaux à ceux des bases des piédroits ARF, MF m , nécessaire pour contenir la poussée de chaque pan d'arc-de-cloître.

Fig. 248. PRESENTEMENT si l'on veut diminuer de moitié la plus grande épaisseur $b x$ (fig. 248.) pour faire un mur à faces parallèles A b , NO, faisant $bo = ox$, il est évident qu'on aura la même surface de base dans le parallélogramme A o que dans le triangle A $x b$, & que le triangle M $x O$ qu'on supprime, est remplacé par son égal NAM, qui sera la base d'un contre-fort en prisme triangulaire, lequel appuie le piédroit en coin tronqué AM $o b$, considéré comme un massif de maçonnerie qui peut être retenu par ce contre-fort, & si l'on y ajoute le triangle à la diagonale $k NA$ pour le fortifier, on peut compter que la force d'un tel piédroit seroit suffisante pour résister à la poussée de la Voute.

CEPENDANT quoique la base ajoutée $k MA$ soit plus grande que la retranchée M $x o$, il sera de la prudence d'épaissir le piédroit, qui sera fait en mur de faces parallèles entre elles, un peu au-delà de la moitié bo de l'épaisseur primitive $b x$, lorsque le polygone fera d'un petit nombre de côtes comme de 4, & encore plus de 3 où l'angle AM k du contre-fort est trop aigu, de sorte qu'il est fort foible considéré comme une partie ajoutée, quoiqu'il soit en effet une partie de mur continuë.

CET angle AM k s'ouvrira d'autant plus que le polygone vouté en arc-de-cloître fera d'un grand nombre de côtes, de sorte que la partie ajoutée y deviendra suffisante pour remplacer la pointe du piédroit retranchée, considérant toujours les piédroits & la Voute comme une masse de maçonnerie ou de pierres de taille bien liées entre elles qui ne font qu'un corps, car si on les considéroit comme sans liaison laterale, ces contre-forts ne pourroient jamais remplacer la force du levier venant de l'éloignement du point d'appui x , qui seroit nécessaire pour résister à la poussée de l'arc du milieu C b , considéré comme une arcade détachée, qui pourroit se séparer du reste du pan de l'arc-de-cloître, parce que cet éloignement x donne la longueur du bras du levier nécessaire pour résister à l'effort de la poussée.

De la Poussée des Voutes Sphériques & Sphéroïdes.

Si un Polygone ou une portion ABP (fig. 252.) vouté en arc-de-cloître a un grand nombre de côtes de peu de largeur à la naissance, comme A 1, 1'2, 2'3, 3'4 &c. il est évident que la figure d'une telle Voute aprocheroit beaucoup de celle d'une sphérique, si l'arc-Droit étoit circulaire, ou d'une sphéroïde, si l'arc-Droit étoit Elliptique surhaussé ou surbaissé.

Fig. 252.

QUE si le nombre des côtes étoit du double ou du triple plus grand, les côtes ou pans de la Voute deviendroient si petits qu'ils seroient sensiblement confondus avec le cercle dans lequel le polygone seroit inscrit, & la Voute aprocheroit d'autant plus de la sphérique, que ces rangs de Voussiors se rétréciroient en aprochant de la clef, où il seroit impossible d'y apercevoir aucune différence, comme on peut juger par le développement d'un pan tracé à la fig. 253.

D'ou il suit qu'on peut confiderer les Voutes sphériques & sphéroïdes, comme des composées de plusieurs pans d'arcs de cloîtres.

SUIVANT cette hypotese on reconnoitra que ces sortes de Voutes poussent plus de la moitié moins que les Berceaux simples de même cintre, diametre & épaisseur ou charge, & par conséquent qu'en ne donnant à leurs piédroits que la moitié de celle des berceaux conditionnez de même, ils feront encore plus forts qu'il n'est nécessaire pour les mettre en équilibre avec la poussée.

POUR faire sentir la justesse de ce raisonnement, qui est fondé sur celui que nous venons de faire touchant la Voute sur pentagone de la fig. 259. nous avons tracé à la fig. 252. les bases triangulaires 1 2, 2 3, 3 4, &c. qui repondent à chaque pan du polygone inscrit dans le cercle A 3 B, tels qu'ils devroient être à la rigueur : or si l'on veut faire un piédroit d'épaisseur uniforme, à moitié de la primitive A d, divisée en deux également en x par un arc de cercle concentrique x b X, il est clair que les triangles retranchez par cet arc comme f q g, i u k, l t r &c. sont plus petits en surface que ceux qu'on ajoûte entre les piédroits triangulaires en g 2 i, k 3 l, r 4 b &c. dans le raport du rayon C g au rayon C q, par conséquent ces pièces triangulaires qui sont autant de bases de contre-forts, sont aussi plus fortes qu'il n'est nécessaire pour buter les piédroits en coins tronquez 1 f g 2, 2 i k 3, 3 l r 4 &c. & remplacent avec avantage les prismes triangulaires retranchez en f q g, i u k &c.

Tom. III.

E e e

De la Poussée des Voutes Annulaires.

LE même raisonnement qui nous a servi à rapporter les Voutes sphériques & sphéroïdes aux arcs de cloîtres, peut nous servir aussi à rapporter les Voutes Annulaires, partie aux arcs de cloîtres, partie aux Voutes d'Arêtes; en effet si l'on suppose, au lieu d'un Anneau circulaire ou Elliptique, un Anneau tournant autour d'un polygone d'un grand nombre de côtes extrêmement petits; on reconnoitra que la partie concave fera une suite de pans d'arcs de cloître tronquez à la clef, & que la partie convexe entre le noyau & la clef fera une suite de panaches de Voutes d'arêtes, qui s'élargissent depuis l'imposte du noyau jusqu'à la clef, autant que les pans opozés concaves se retrécissent depuis l'imposte du mur jusqu'à la clef.

AINSI considerant les joins montans dans un plan vertical dirigé au centre du noyau, l'espace que deux de ces plans enfermeront ne sera pas un triangle cylindrique terminé à la clef comme dans les Voutes sphériques, mais un trapeze cylindrique, par exemple $abNn$, dont le côté nN est plus petit que l'opposé ab dans le raport des distances CN , Ca du centre du noyau à l'imposte concave & à l'imposte convexe.

Ce trapeze cylindrique doit être divisé en deux parties par raport à la poussée de la Voute, l'une depuis l'imposte concave ab jusqu'à la clef LS , qui fait effort pour renverser le piédroit amb , l'autre depuis l'imposte convexe du noyau nN jusqu'à la même clef LS , lequel trapeze agit contre le noyau nNO .

COMME l'une de ces parties $abSL$ se retrécit en montant, il est clair qu'elle a moins de surface, & par conséquent moins de pèsanteur qu'un berceau droit qui feroit établi sur l'imposte ab ; par conséquent elle pousse moins qu'un tel berceau, dont la projection de la surface feroit le rectangle $abtq$, laquelle est plus grande que le trapeze $aLbS$ des deux triangles qal , fbt .

OR comme les poussées des Voutes de même cintre & de même hauteur & épaisseur, sont relatives à leurs projections horisontales, il suit que la poussée du demi berceau fera à la poussée du demi pan annulaire à peu près comme le parallelograme qb au trapeze $aLSb$, & la ligne qui exprimera l'épaisseur du piédroit convenable au demi berceau fera à celle qui convient au pan annulaire, comme ab est à KF , menée par le milieu K du demi diametre aL parallelement à ab .



D'où il suit que pour trouver l'épaisseur du piédroit du mur concave, il faut faire cette analogie $Ca.ab :: CK.KF$, c'est-à-dire comme la longueur du rayon du noyau, plus le diamètre de l'arc-droit de la Voute annulaire, est à une petite distance prise à volonté à l'imposte concave, ainsi le rayon du noyau, plus les trois quarts du diamètre de l'arc-Droit de la Voute, est à un quatrième terme qui fera la corde KF , laquelle étant trouvée, on fera cette seconde analogie, comme ab est à ay , trouvé pour l'épaisseur du piédroit d'un demi berceau sur la même longueur d'imposte, ainsi KF fera à un quatrième terme ax , qui sera l'épaisseur du piédroit concave de la Voute Annulaire.

J'AI dit que ce raport n'étoit qu'un à peu près, mais il faut remarquer que la différence qu'il peut y avoir tourne à l'avantage de la solidité du piédroit concave, parce que les parties triangulaires, qui sont l'excès du berceau droit sur l'annulaire, étant plus éloignées de l'imposte, poussent plus que leurs parties égales intérieures arL , $b\zeta S$, qui sont comprises dans le trapeze, comme nous l'avons dit en parlant des Voutes d'arêtes.

PAR un semblable raisonnement on trouvera au contraire que la poussée de la partie convexe de la Voute sur son noyau sera plus grande que celle d'un demi berceau posé sur l'imposte nN , de la valeur de celle des deux triangles nLV & NSn , dont la projection $nLSN$ de la demie Voute annulaire excède la cylindrique droite; ainsi ayant divisé le demi diamètre de l'arc-Droit Ln en deux également en G , & tiré Gg parallèle à nN , on aura la poussée du berceau à celle du pan annulaire, comme nN à Gg .

IL faut remarquer que cette augmentation de poussée est bien récompensée par la force de la figure du piédroit convexe qui se resserre par cette pression de la circonférence au centre, lorsque le noyau est d'un petit diamètre, c'est pourquoi il est des cas où l'on ne doit y avoir aucun égard; mais si le noyau est vuide & d'un grand diamètre, comme il arrive aux berceaux des bas côtez d'une Eglise, tournans au tour d'un Chevet qui a quelquefois 30 pieds de diamètre; alors il est bon d'y faire attention, parce que la convexité du mur, qui sert de piédroit à la Voute annulaire, n'est pas assez considérable pour en augmenter la force, mais aussi alors la différence de la poussée diminue.

D'où il suit que si le rayon du noyau est fort grand eût égard à celui du mur du piédroit concave, la Voute annulaire poussera à peu près autant que celle d'un berceau droit de même cintre, diamètre

E e e ij

& charge, parce que la Voute annulaire approchera d'autant plus de la cylindrique droite, qu'il y aura moins de différence entre le rayon du noyau & celui de la grande circonférence concave de l'anneau.

De la Poussée des Berceaux tournans & rampans.

Nous avons fait remarquer au second tome, que les Berceaux tournans & rampans ne diffèrent des Annulaires qu'en ce qu'ils s'élevent en tournant sur une hélice, dont le développement, c'est-à-dire la rectification, est une ligne droite inclinée à l'horison ; ainsi considérant les rayons du noyau de la Vis & du contour de la Tour ronde, dans laquelle le berceau fait sa circonvolution, comme très grand & peu différent l'un de l'autre, on peut rapporter la poussée d'un berceau tournant & rampant à celle d'un simple berceau droit en descente, biais par ses têtes de montée & de descente, faisant un angle avec un autre berceau qui lui est ajouté, telle seroit en effet une Vis à petits pans sur sa projection horizontale.

D'où il suit premierement que tout ce que nous venons de dire de la poussée des Voutes horizontales sur le noyau, convient aux Voutes en Vis.

SECONDEMENT qu'à celles-ci, il y a une poussée de plus à considérer, qui est celle d'un poid posé sur un plan incliné, parce que tous les lits des Vouffoirs sont effectivement inclinez à l'horison suivant deux directions inégales, l'une qui tend à faire glisser le poid des Vouffoirs, suivant une hélice qui est d'autant plus ou moins inclinée à l'horison, qu'elle approche ou s'éloigne de l'axe vertical de la Vis totale, l'autre qui tend à la faire glisser de la circonférence du cintre vertical du berceau tournant autour du noyau au centre de ce même cintre.

AINSI la poussée de ces sortes de Voutes est composée de celle du berceau horizontal de même cintre, diametre & charge, & de celle d'un semblable berceau incliné à l'horison : or l'on sçait par les principes de la mécanique que la force d'un poid posé sur un plan incliné supposé poli, est à celle qu'il faut pour l'y soutenir, comme la longueur du plan est à sa hauteur ; mais comme les lits des pierres sont grenus & raboteux, il n'est nécessaire d'avoir égard à cette inclinaison que lorsqu'elle est au dessus du quart de l'angle droit, parce qu'à l'inclinaison de $22\frac{1}{2}$, les lits ne glissent pas les uns sur les autres, le frottement les en empêche, & ils glisseront d'autant moins que les directions changeront continuellement autour de la Vis, & comme

dans la pratique les hélices d'un escalier à Vis du côté concave de la Tour ne sont guère plus inclinées que suivant cet angle considéré dans les directions des tangentes des petites parties de l'hélice ; il suit que dans la pratique il suffit d'y avoir un peu d'égard sans s'inquiéter sur l'effet que l'inclinaison peut produire lorsque la base est bien appuyée ; & pour sçavoir sur quoi on doit se régler , supposant qu'il n'y eût pas de frottement , il n'y a qu'à se rappeler ce Théoreme de mécanique qui démontre , que si une puissance soutient un poids par le moyen d'une Vis , elle fera à ce poids comme la hauteur de la Vis est à l'hypoténuse du triangle de son développement , c'est-à-dire que la pesanteur ou poussée de la Voute sur des impostes où elle pourroit glisser , exprimée par la surface de son profil , fera à l'épaisseur ou surface du pied de la Vis , comme l'hypoténuse du triangle de développement est à sa hauteur.

De la Poussée des Voutes Coniques.

On peut trouver quelque rapport des Voutes Coniques aux Berceaux en supposant une Voute en Canonnière , dont le diamètre du cintre de face seroit très petit en comparaison de la longueur de l'axe du cône ; car si le concours des côtes du cône étoit infiniment loin de la face , la Voute ne seroit plus sensiblement différente d'un berceau.

SANS chercher des exemples de Voutes inusitées , on peut considérer la Voute de l'Escalier du Vatican , qui est peu resserrée dans sa longueur comme un berceau ordinaire , & l'on auroit pu en chercher la poussée sur cette comparaison ; le peu d'erreur qui en auroit résulté auroit été à l'avantage de la solidité des piédroits.

On peut encore trouver un rapport des Voutes Coniques aux berceaux sous une autre considération , en les comparant aux Arcs de cloîtres. Une Trompe sur le coin , par exemple , fig. 254. peut être considérée comme un composé de deux pans d'arc de cloître ASN , BSN , dont le cintre de face est surmonté , non suivant un arc Elliptique , comme aux berceaux ordinaires , mais suivant un arc-Droit parabolique ; l'angle rentrant de ces deux portions de berceaux qui se feroit au milieu , seroit en effet peu sensible vers la clef.

Fig. 254.

IL y a cependant deux différences essentielles des Voutes coniques aux berceaux , l'une que les cintres parallèles entre eux & perpendiculaires à la naissance de l'imposte , sont des courbes semblables , mais d'inégale grandeur , qui vont toujours en diminuant depuis la face

jusqu'au fond de la trompe ; au lieu qu'au berceau parabolique ce sont des portions inégales d'une même courbe de cintre.

La seconde, que dans les Trompes les joins de lits à la doële concourent tous au même point S du sommet, & que dans les portions d'arcs de cloître, ils sont tous parallèles entre eux.

AINSI les lits des Vouffoirs des Voutes coniques ont une double inclinaison, l'une vers l'axe, comme les Voutes cylindriques, l'autre vers le sommet du cône, qui divise & diminue un peu l'effort de la poussée, parce qu'elle diminue la charge qui se jette en partie vers le sommet du cône plus ou moins, selon que les joins transversaux sont faits, ou dans les plans verticaux, ou par des surfaces coniques ; alors il est évident que ces Voutes poussent moins que les pans des Voutes en arc de cloître.

Nous avons montré ci-devant que la poussée de ces pans n'étoit que la moitié de celle d'un demi berceau complet, qui seroit élevé sur la même imposte ; par conséquent la poussée d'une demie Voute conique sur même imposte & de même cintre & épaisseur, poussera encore beaucoup moins qu'un pan d'arc de cloître, qui couvrirait le même espace.

Fig. 254 POUR en venir à la pratique, nous chercherons premièrement la poussée d'une Trompe sur le coin (fig. 254.) en considérant son cintre parabolique de face AFN, comme un cintre de berceau surhaussé, dont on trouvera l'épaisseur des piédroits par les Problemes précédens.

PAR exemple, suivant la première hypothèse d'un seul coin au sommet, on divisera l'arc A n au milieu en D, par où l'on mènera une perpendiculaire à cet arc (par le Prob. XVI. du 2^e Livre tome I. pag. 194.) en cherchant le foyer f de la Parabole, comme à cette proposition, ou bien au trait de la pag. 250. du tome 2^e.

DE ce point f par le point D, on tirera l'indéfinie f b, & par le même point D une perpendiculaire à l'axe AN de la parabole comme k i, puis on divisera l'angle i D b en deux également par une ligne IDG, qui coupera la verticale n N au point G, lequel tiendra lieu du point C des fig. 214 & 217. de la planche 109. pour trouver par son moyen la poussée horizontale, par exemple PA, qui détermine l'épaisseur du piédroit suivant la direction de la face de la Trompe.

AYANT trouvé le point P, on tirera au sommet S du cône la ligne PS, laquelle formera le triangle APS, qui est la surface de la base du

piédroit indispensable, à laquelle cependant il faut ajouter quelque peu d'épaisseur vers f , parce qu'on ne peut y faire dans la pratique un angle aigu qui ne pourroit subsister.

PRESENTEMENT, si au lieu d'une Trompe sur le coin, il s'agit d'une Trompe droite dont il faut trouver la surface des piédroits, on doit considérer que la poussée des Voutes, agissant toujours suivant des perpendiculaires aux lits & aux piédroits, & la face d'une Trompe droite étant oblique à ses piédroits, on ne peut opérer comme on vient de faire à la Trompe sur le coin, dont les faces leur étoient perpendiculaires; c'est pourquoi il faut faire la projection des joins de lit comme dans les Traits pour la coupe des Vouffoirs, par exemple $S p^2$, $S p^3$, $S p^4$; puis du point C , on mènera une perpendiculaire sur $S p^4$, qu'elle coupera en un point n^4 , d'où l'on tirera une perpendiculaire sur $S p^3$, qu'elle coupera en n^3 , &c.

POUR abréger & rendre l'opération plus simple, on peut du sommet S pour centre, & SC pour rayon, décrire un arc Ca , qui coupera le piédroit fA au point a , & fera la somme de toutes les petites perpendiculaires qu'on peut tirer à toutes les projections des joins de lit possibles.

ON mènera ensuite par les points a & C une ligne aq , qui coupera le côté opposé AB prolongé en q , qu'on divisera en deux également en m , par où on mènera Ru parallèle à AB ; la ligne aq sera le grand axe d'une Ellipse, dont la moyenne proportionnelle entre Rm , & mu donnera l'autre demi axe, & la portion de cette Ellipse comprise entre l'imposte au point a , & la verticale élevée sur le milieu C sera le cintre dont il faut faire usage comme de celui d'un berceau, pour trouver l'épaisseur du piédroit az , qui donnera le point z par un des Problèmes précédens, duquel on tirera des lignes zS au sommet S , & zA à la face AB ; le triangle AzS sera la surface de la base du piédroit que l'on cherche, à laquelle il faut ajouter quelque épaisseur en S & en A , par la raison que nous avons donné ci-dessus en parlant du piédroit de la Trompe sur le coin.

R E M A R Q U E.

LES bases des piédroits en triangle tombent plus souvent en pratique aux Trompes qu'aux autres Voutes, parce qu'elles servent souvent à occuper les espaces qui restent entre les figures curvilignes & rectilignes, ou entre des rectilignes de différentes directions, ce qui arrive quelquefois dans les dispositions des plans des Edifices.

d APRES avoir parlé des précautions nécessaires pour donner aux pie-roits la force de résister à la poussée des Voutes, il ne nous reste plus pour achever cet ouvrage qu'à voir celles qui sont nécessaires pour que la charpente des cintres sur lesquels on les élève soit suffisante pour en soutenir la pesanteur pendant qu'on les construit jusqu'à ce que la clef y soit mise pour les décharger de ce fardeau, c'est ce que nous allons examiner.

Second Apendice

De la force des ceintres de Charpente pour la construction des Voutes.

Nous devons à M. Couplet, de l'Academie des Sciences, la méthode de trouver la charge des Voutes sur leurs ceintres, & à M. Pitot celle de trouver la force de ces ceintres, suivant l'arrangement qu'on donne aux pieces de bois qui les composent. Je vais faire un Extrait de leurs mémoires inferez dans ceux de l'Academie des années 1726. & 1729. que je vais réduire à trois Problemes.

P R O B L E M E I.

Trouver la pesanteur spécifique des matériaux des Voutes, sans être obligé d'en façonner quelque partie en cube.

AYANT pris au hazard un morceau de pierre ou de brique de figure quelconque de la même espece qu'on veut employer, on la pèsera dans l'air, après quoi on la répesera dans l'eau en la plongeant dans un seau, & la tenant pendue à un des bras de la balance, on verra par le poid qu'on mettra dans l'autre bassin qui sera dehors combien elle pèse moins dans l'eau que dans l'air, & l'on fera cette analogie.

COMME la différence des poids dans l'air & dans l'eau est à la pesanteur de la pierre; ainsi 72 liv. pesanteur d'un pied cube d'eau, est à la pesanteur d'un pied cube de pierre.

LA Demonstration en est sensible.

LA différence des poids, qui est la diminution de celui de la pierre pesée dans l'eau, est constamment égale au poid d'un même volume d'eau que celui de la pierre; or il est évident que le poid d'un volume quelconque d'eau est au poid d'un même volume de pierre, comme la pesanteur d'un pied cube d'eau est à celle d'un pied cube de la même pierre; donc ces termes sont en proportion Géométrique.

POUR

POUR rendre la chose plus sensible, on peut ajouter ici un exemple ; soit une pierre dont le pied cube pèse 144 liv. ce qui est assez ordinaire, car la pierre legere de St. Leu pèsant 115 liv. & celle de Liais 165. la pèsanteur moyenne est 140. si l'on suppose que le morceau pris au hazard contient le volume d'un pied cube, il pèsera en l'air 144 liv. & dans l'eau 72 liv. de moins, c'est-à-dire qu'il ne pèsera que 72 liv. parce qu'il occupera un volume d'eau d'un pied cube qui pèse 72 liv. Or il est évident que 72 liv. qui est la différence du poid de la pierre, est à 144 liv. pèsanteur du volume du cube donné, comme 72 livres poid d'un pied cube d'eau, que la pierre occupe quand elle y est plongée, est à 144 liv. poid du cube de la pierre, ou si la pierre donnée n'est que d'un demi pied cube, elle ne pèsera dans l'eau que 36 liv. or la diminution de 36 liv. est à la pèsanteur de 72 liv. dans l'air, comme 72 liv. de poid du pied cube d'eau est à 144 liv. de poid du cube de la pierre, ce qu'on aperçoit clairement.

CETTE maniere de chercher la pèsanteur des matériaux est commode & très utile, car quoiqu'on ait des tables du poid de plusieurs sortes de matieres, on n'y en trouve pas de toutes especes ; or l'on sçait que les pierres de presque toutes les carrieres sont inégalement pèsantes, & qu'il y a une différence très considerable entre les plus legeres & les plus pèsantes ; car sans parler de la pierre ponce, qui n'est commune qu'en certains cantons d'Italie, où on l'employe à faire des Voutes, & d'un tufe extrêmement poreux & leger, qu'on trouve dans les Alpes, & communément à Briançon ; il y a 135 livres de différence par pied cube du marbre à la pierre de St. Leu, c'est-à-dire plus du double de la plus legere ; de sorte qu'il faut augmenter aussi plus du double de la force des cintres destinez à former des Voutes des matériaux de cette espece.

CELA supposé, il sera facile de trouver quelle sera la pèsanteur absolue d'une Voute qu'on se propose de faire, puisqu'il n'y a qu'à la toiser & la cuber suivant les regles de la Géometrie ; mais parce que les cintres ne sont pas chargez de toute sa pèsanteur, il faut chercher la diminution du poid qui est soutenu par les piédroits.

PROBLEME II.

La pèsanteur absolue d'une Voute en berceau en plein cintre & d'égale épaisseur étant donnée, trouver celle dont les cintres de charpente sont chargez avant que la clef y soit mise.

SOIT (fig. 256.) le quart de cercle AGB la moitié de la Voute, Fig. 256. dont BD est l'épaisseur ; soit AC le rayon vertical passant par le milieu
 Tom. III. F ff

de la clef, divisé en deux également en F ; on menera par ce point l'horizontale FG, qui coupera l'arc AB au point G, par où & par le centre C on tirera l'inclinée CH.

Je dis, 1°. que la seule partie AGHE chargera les cintres, & que la partie BCDH ne les charge aucunement dans la supposition que les Vouffoirs soient infiniment polis & sans liaison.

2°. QUE cette partie AGHE ne chargera les cintres que d'environ les deux tiers de la pésanteur absoluë.

LA *Démonstration* de cette proposition, dont la solution est dûë à M. Couplet, consiste dans un calcul Algebrique trop long pour être répété dans un petit ouvrage de pratique ; les curieux pourront la voir dans les mémoires de l'Academie des Sciences de l'année 1729. nous nous contenterons d'en indiquer le fondement.

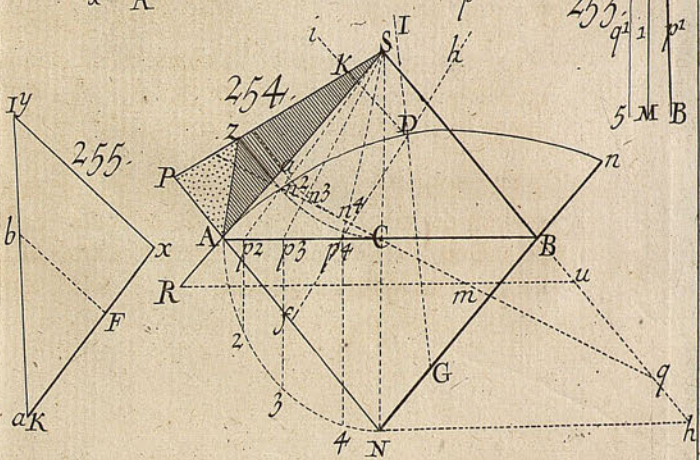
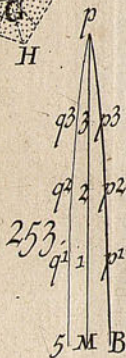
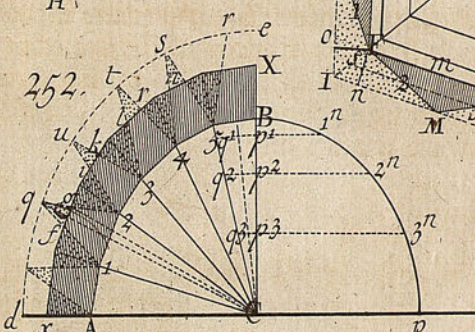
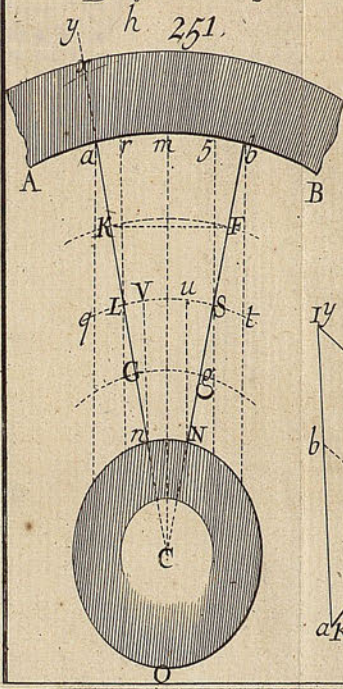
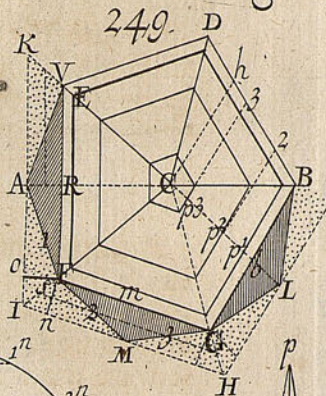
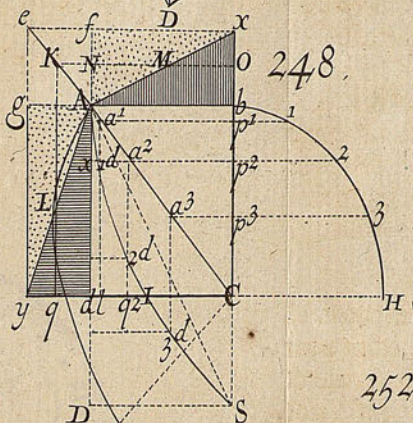
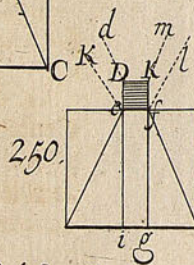
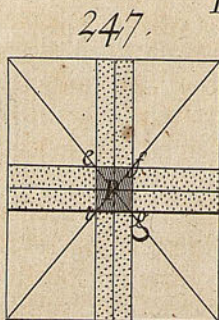
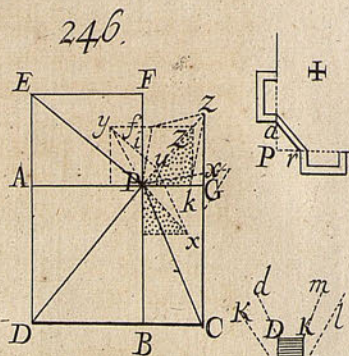
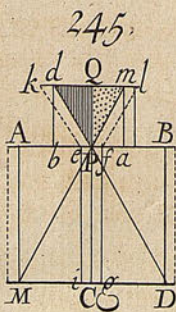
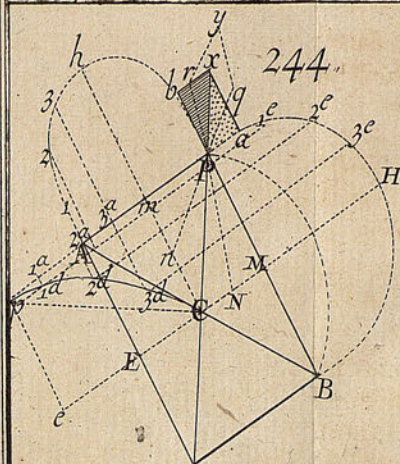
SUPPOSANT l'arc AGB divisé en Vouffoirs B 1, 1.2, 2 G &c. on peut imaginer qu'ils font effort sur les cintres, ou comme des corps libres qui ne tendent en bas que par leur seule pésanteur, ou comme des corps chargez par le poid des Vouffoirs supérieurs, qui ajoûtent une nouvelle détermination à la pésanteur des Vouffoirs inférieurs pour les faire remonter.

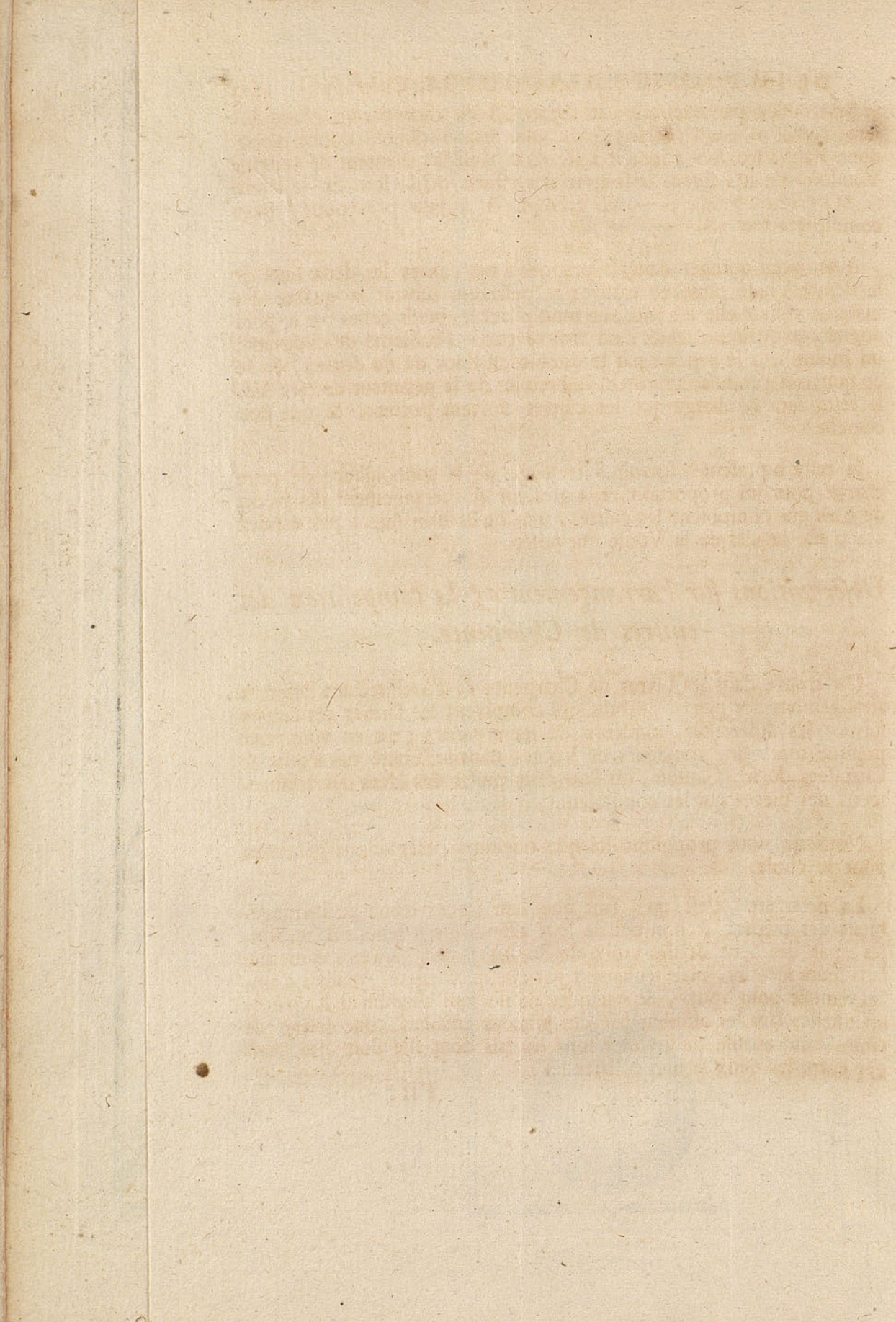
M. Couplet montre que la premiere hypotese est impossible, parce que les Vouffoirs supérieurs AGHE font effort pour faire remonter les inférieurs BDHG sur leurs joins, par la propriété des efforts des poids tombans sur un plan incliné ; sur ce principe il trouve que le tiers de la Voute au dessus des impostes BD ne charge en aucune façon les cintres, parce que les deux tiers au dessus jusqu'à la clef font effort pour écarter du cintre les premieres retombées.

SECONDEMENT il démontre que le restant du quart de cercle au dessus AGHE ne pese sur les cintres que suivant un raport qu'il détermine par cette analogie.

LA pésanteur de tous les Vouffoirs AGHE est à la somme des efforts qu'ils font sur le cintre, comme l'arc AG est à deux fois son sinus FG moins l'arc AG ($\therefore AG : 2 FG - AG$).

D'où l'on tire pour la pratique que les cintres ne sont chargez qu'environ des deux tiers du poid de la Voute au dessus des retombées du premier tiers qui ne les charge pas, c'est-à-dire qu'ils n'en soutiennent que les quatre neuvièmes.





SUPPOSANT, par exemple, le rayon CA de 1000 parties, l'arc AG fera d'environ 1046. & son sinus 866. lequel doublé donne 1732. dont ôtant l'arc AG 1046. il reste 686. ainsi la pésanteur de tous les Vouffoirs en AG fera à la somme des efforts qu'ils font sur le cintre :: AG (1046.) . 2 FG — AG = 686. & à peu près pour l'usage comme 3 est à 2.

AINSI pour abreger dans la pratique, on cubera les deux tiers de la demie Voute pour en trouver la pésanteur suivant la qualité des matériaux dont elle est faite, en multipliant les pieds cubes par le poids donné par quelques tables, ou trouvé par le Probleme de ci-devant; on multipliera le produit par le double du sinus de 60 degrés, & de ce nouveau produit, on ôtera le premier de la pésanteur de l'arc AG, le reste fera la charge que les cintres doivent porter, & que l'on cherche.

IL reste à present à sçavoir faire usage de la connoissance de cette charge pour lui proportionner la grosseur & l'arrangement des pieces de bois qui composent les cintres, afin qu'ils n'en soient pas écrasés avant que la clef de la Voute soit posée.

Observations sur l'arrangement & la composition des cintres de Charpente.

ON trouve dans les Livres de Charpente & d'Architecture différens arrangemens des pieces de bois qui composent les fermes des cintres suivant les différentes grandeurs de leurs parties; on en voit pour presque toutes les grandeurs de Voutes dans le Traité des Ponts & Chaussées de M. Gautier, où l'on peut puiser des idées des arrangemens des pieces qui les composent.

NOUS ne nous proposons ici que quelques observations générales pour le choix.

LA premiere, c'est qu'il faut que leur force vienne de l'arrangement des pieces, & non pas de leur assemblage à tenons & mortaises, par des liens & des croix de St. André &c. je veux dire que sans leurs secours, mais seulement par quelques legeres entailles d'embrevement pour apuys, & quelques moises qui asssemblent les pieces essentielles sans les affoiblir par des grandes entailles, une ferme de cintre soit capable de subsister sous les fais dont elle doit être chargée entre les deux fermes collaterales.

LA seconde, que l'intervalle de ces fermes doit être proportionné à la pesanteur de la Voute, suivant laquelle elles peuvent être espacées depuis trois jusqu'à six ou sept pieds de milieu en milieu, c'est sur l'intervalle réglé que l'on doit calculer la force des cintres.

LA troisième, que l'arrangement des pieces de bois qui composent les cintres aussi bien que leur grosseur, peut être différent suivant les largeurs & les épaisseurs des Voutes; lorsque le diametre de la Voute n'est que de deux ou trois toises, on peut se contenter de deux arbaletiers, & de quelques potelets pour soutenir les courbes posez perpendiculairement aux deux pieces droites; si le diametre de la Voute est plus grand jusqu'à 6 ou 7 toises, on peut y ajouter un arbaletier au dessous de chaque côté, & assembler les quatre dans un poinçon.

MAIS si la Voute est plus large que de 6 à 7 toises, il convient de diviser chaque ferme de cintre en deux parties par un entrait placé à la hauteur de 45 degrés comme en GI; premierement pour le fortifier en cet endroit où l'effort de la charge agit le plus entre la clef & l'imposte; secondement pour n'être pas obligé d'employer des pieces de bois trop longues, & leur trouver des points d'appui en quelques façons communs à différentes directions, & enfin pour pouvoir lier la partie supérieure à l'inférieure par des moises qui embrassent solidement l'une & l'autre.

Nous choisissons ici un exemple de cintres moyens entre les plus grands & les plus petits, tel que le donne M. Pitot, parce que l'arrangement des pieces en est simple & excellent, ce qu'on peut voir à la fig. 258. pour le plein cintre, & 259. pour le surbaissé; dans ce dernier on y voit les mêmes pieces qu'au premier, avec cette différence que les seconds arbaletiers KT & V ne pouvant se contrebuter au poinçon, s'arcbutent mutuellement aux bouts d'une piece horizontale TV; alors ces arbaletiers perdent leur nom, ils s'appellent *Décharges*.

LA partie supérieure d'une ferme de cintre plein est donc composée de deux arbaletiers KS, EQ de chaque côté du poinçon auquel ils s'assemblent, & où ils sont contrebutés par les deux autres du côté opposé, & de deux courbes GH, HI, qui s'appuyent par le moyen des potelets posez quarrément sur les seconds arbaletiers.

CETTE partie supérieure du cintre doit porter celle de la Voute qui charge le plus, laquelle est celle que nous avons considéré dans la premiere hypothese comme un seul coin tronqué, qui s'étend en un quart de cercle depuis 45 degrés de hauteur d'un côté jusqu'à l'autre.

& comme le coin tend à écarter les parties inférieures, il décharge celles du cintre de charpente, qui doivent servir à les former jusqu'à la hauteur de l'angle de 50 degrés, comme nous l'avons dit ci-devant.

CEPENDANT comme la partie inférieure du cintre comprise au dessous de l'entrait, doit porter non seulement la partie supérieure de la Voute jusqu'à ce que la clef y soit posée, & une petite partie au dessous, mais aussi le poid de la charpente supérieure, elle a besoin d'une plus grande force.

IL convient donc qu'elle soit composée d'autant de pieces de bois que la supérieure, lesquelles leur servent d'appui & de base, & qui, par une position moins inclinée à l'horison, auront beaucoup plus de force que les supérieures correspondantes, quand même elles ne feroient que de même grosseur. Cette différence d'inclinaison & leur position les fait appeler, comme dans la charpente des combles, des *Jambes de forces*; ainsi à chaque arbaletier il faut une jambe de force pour le soutenir; celle qui est la plus près de la circonférence sert à soutenir les courbes du cintre par le moyen des potelets posés quarrément, & assemblez à tenons & mortaises, comme dans la partie supérieure au dessus de l'entrait, ce que la fig. 258. exprime sensiblement.

LES autres pieces qui embrassent les courbes, le second & le premier entrait marquées *mo*, *mo*, sont des moises qui sont composées de deux pieces, une devant, l'autre derriere, échancrées pour serrer les jambes de forces & les courbes, & se joindre par le moyen des boulons & des clavettes de fer.

De la force des pieces de bois, tirée de l'expérience.

UNE piece de bois mise de bout porte autant de poid qu'il en faudroit pour la rompre si elle étoit tirée suivant sa longueur, & l'on a trouvé par des expériences qu'un brin de chêne d'une ligne en quarré peut soutenir 50 liv. avant que de se rompre, d'où il suit qu'il peut en porter autant étant posé de bout. Je ne trouve pas qu'on ait fait des expériences sur une certaine longueur, mais au contraire qu'on n'y a point d'égard dans le calcul; il me semble cependant qu'une piece de bois bien à plomb & bien longue ne doit pas soutenir le même poid qu'une autre de même grosseur & en même position qui feroit très courte; ma raison est fondée sur la configuration des fibres du bois, qui ne sont pas dirigées en lignes droites depuis le pied jusqu'au sommet, cependant comme l'on n'y a pas trouvé de différence

pour la force, & que par le moyen des moises on peut contenir les pieces de bois dans leur situation verticale ou inclinée ; je suppose avec ceux qui ont fait des recherches sur la force des bois par plusieurs expériences, qu'on peut n'avoir aucun égard à la longueur des pieces, mais seulement à leur grosseur ; c'est pourquoi il suffira de mesurer leur base, & de la réduire en lignes quarrées.

SUIVANT cette hypotese, ayant mesuré la surface de la base de chaque piece de bois en lignes quarrées, on les multipliera par 50 liv. & l'on aura la force absoluë de chaque piece de bois supposée en situation verticale ; mais parce qu'elles sont presque toutes inclinées, on en cherchera la force relative par ce principe de mécanique, par lequel on réunit l'effort de deux puissances, qui tirent ou poussent suivant différentes directions, en une seule qui est exprimée par la diagonale du parallelograme, formé par les côtez qui expriment ces puissances & leurs paralleles, ce qui est connu & démontré dans tous les traiteés de mécanique.

Fig. 257. SUPPOSANT, par exemple, deux arbaletiers AS, BS (fig. 257.) comme deux puissances qui poussent chacune en S avec des forces exprimées par les lignes DS, *d* S pour soutenir le poid P ; si l'on tire par les points D & *d* des paralleles aux directions de ces puissances, qui se couperont en Y, la diagonale SY fera l'expression de l'effort de ces deux puissances réunies au point S, pour soutenir le poid P.

CELA supposé, il ne fera pas difficile de faire usage de ce principe pour trouver la force des cintres des figures 258. & 259. en formant une échelle, comme par exemple *ecl* divisée en un certain nombre de parties égales, qui exprimeront des quantitez de livres pesant, en quintaux ou milliers, suivant l'exigence de l'opération d'une grande ou d'une moyenne pesanteur de Voute.

Fig. 258. Soit (fig. 258.) la partie supérieure GHI du cintre dont il faut chercher la force, on prolongera les directions des arbaletiers FQ, *kq*, qui sont inclinez entre eux jusqu'à ce qu'ils concourent en R, d'où l'on portera sur chacune de ces lignes le nombre des parties de l'échelle, qui expriment leurs forces trouvées, comme nous venons de le dire ci-dessus, par exemple la force de *kq* en R *r* ; & parce que les pieces de la courbe HI lui sont à peu près paralleles, on peut en ajouter la force sur la même direction comme de *r* en T. On prendra de même celle de FQ en R *f* ; par les points T & *f*, on menera les lignes TV *f* V paralleles aux lignes R *f* & RT, lesquelles se rencontreront en V, & l'on tirera de R en V la diagonale RV.

ON portera ensuite cette diagonale du point r , où elle coupe la ligne du milieu CH , en ru sur la même diagonale prolongée d'un côté, & sur son égale rW de l'autre ; puis on achevera le parallélogramme en menant uy parallèle à rW , & Wy parallèle à ru , la diagonale ry exprimera la force qui résulte de celles des trois pièces QF , qk & HI , & des trois autres de l'autre côté GH , Kq & EQ , c'est-à-dire des deux arbalétriers qui sont l'un sur l'autre de chaque côté, & de la courbe du cintre qui doit porter les dos des du plancher sur lequel on pose les Vouffoirs.

PAR la même manière on trouvera la force qui résulte des quatre jambes de force, & des deux jantes des courbes de la partie inférieure au dessous de l'entrait ; supposant ces pièces Fn , ko inclinées entre elles comme elles doivent l'être, on en prolongera la direction jusqu'à leur point de concours en e , puis on portera la force de nF en eP , mesure prise sur l'échelle, & celle de oK en ep suivant la longueur trouvée pour en exprimer la force sur la même échelle, & parce que la jante BI ou courbe du cintre lui est à peu près parallèle, on ajoutera sa force exprimée en pm sur la même direction ; ensuite par les points trouvez P & m , on menera PL parallèle à me , & nL parallèle à Pe pour avoir le parallélogramme $LmeP$, dont la diagonale Le exprimera la force réunie de ces trois pièces de bois.

PRESENTEMENT pour avoir celle qui résulte des trois autres du côté opposé AG , OK , NE , on portera la diagonale Le en Sx sur la même direction prolongée, à commencer au point S où elle coupe la ligne verticale du milieu SC ; puis faisant SX égale à Sx & également inclinée, on achevera le parallélogramme $SXYx$, dont la diagonale SY exprimera la force qui résulte des six pièces de bois de la partie inférieure du cintre ; sçavoir des quatre jambes de forces, & des deux jantes du cintre.

PRESENTEMENT si l'on ajoute la diagonale de la partie supérieure au dessus de l'entrait avec celle de l'inférieure, on aura la force de toutes les pièces du cintre, qui servent à soutenir la Voute, car on ne compte point les moises & les potelets, parce que ceux qui soutiennent les parties des courbes s'appuyent sur les pièces droites au dessous, & que les moises ne servent qu'à entretenir l'assemblage des pièces principales sur lesquelles se repose toute la charge des Vouffoirs avant que la clef y soit mise, où il faut observer que la partie inférieure outre la charge de ces Vouffoirs, doit encore soutenir celle de la charpente de la partie supérieure ; à moins que par la commodité du lieu on ne puisse la renforcer par des étançons qui portent sur le sol, comme l'on fait

quelquefois par des pilots plantez dans la riviere lorsqu'il s'agit d'un pont.

Fig. 259. LORSQUE le cintre est surbaissé comme à la fig. 259. on operera précisément de la même maniere pour la partie inférieure, qui est au dessous de l'entrait, comme la figure le fait voir.

IL faudroit aussi opérer de même pour la supérieure, si les arbale tiers étoient inclinez entre eux; mais comme on ne peut les faire tous buter contre le poinçon, on fait buter les deux pieces supérieures, qu'on appelle *décharges*, contre les bouts d'une piece horizontale RV; de sorte que par cette disposition les principales pieces deviennent presque toutes trois paralleles; ainsi prenant le concours au point S, on posera de suite sur la direction Sf les trois mesures des forces de ces pieces, sçavoir celle de Sf en S 1, celle de VK en 1'2, & celle de la courbe *hi* en 2 x; puis tirant par x l'horizontale x X, qui coupera S y en Z, on fera SX égale à S x, & l'on achevera le parallelograme SX y x, dont la diagonale S y exprime la force absoluë que l'on cherche pour la partie supérieure de ce cintre.

L'INFERIEURE au dessous de l'entrait est la même qu'au plein cintre.

P R O B L E M E III.

La pesanteur absoluë d'une Voute étant donnée, trouver la grosseur de chaque pieces de bois qui composent un ceintre suivant un arrangement donné.

CETTE proposition est une inverse de la précédente; on prolongera les directions des pieces, qui concourent pour en former des parallelogrames avec des valeurs de forces arbitraires, avec lesquelles on operera comme si elles n'étoient pas suposées, ensuite on fera cette analogie: comme la valeur relative d'une diagonale est à la valeur de celle qu'on a donné à une des pieces, ainsi la pesanteur donnée que le cintre doit porter sera à la force que cette même piece de bois doit avoir, laquelle étant divisée par 50 liv. donnera le nombre des lignes quarrées que la base de la piece doit avoir.

LA raison en est sensible en ce que la diagonale étant donnée, la valeur de chaque côté l'est aussi, & les figures de suposition & de réalité étant semblables, leurs côtez & leurs diagonales sont proportionnels.

IL est visible que les opérations de ces deux derniers Problemes, qui roulent sur des triangles où il y a des côtez & des angles connus, peuvent

peuvent être faites avec plus de précision par la trigonometrie ; mais comme il convient d'augmenter toujours quelque chose aux forces des cintres par précaution contre les défauts qui se trouvent dans les bois, il suffit de connoître à peu près le nécessaire pour y ajouter ce que la prudence exige pour plus de sûreté, particulièrement lorsqu'il y a du risque de la vie des Ouvriers, & de la perte des matériaux, comme dans les Ponts où il y a encore un autre inconvenient à craindre, qui est celui de combler ou embarrasser le courant de l'eau.

LORSQU'ON a posé la clef d'une Voute, il est certain que les cintres sont déchargés virtuellement de leur fardeau, mais ils ne le sont pas encore actuellement, & même il n'est pas sûr, lorsque la Voute est d'un grand diametre, qu'elle subsiste en la décintrant, si on n'a grand soin d'abaissier les cintres par tout également, parce que si l'affaissement se fait plutôt d'un côté que de l'autre, la Courbe du contour de la voûte se change ; alors la direction des lits qui lui étoient perpendiculaires ne le sont plus, d'où il résulte qu'ils s'ouvrent en quelques endroits, & se resserrent en d'autres, ce qui rompt l'équilibre, par un mouvement qui fait souvent éfondrer la Voute, comme on l'a vu arriver dans de grands ouvrages.

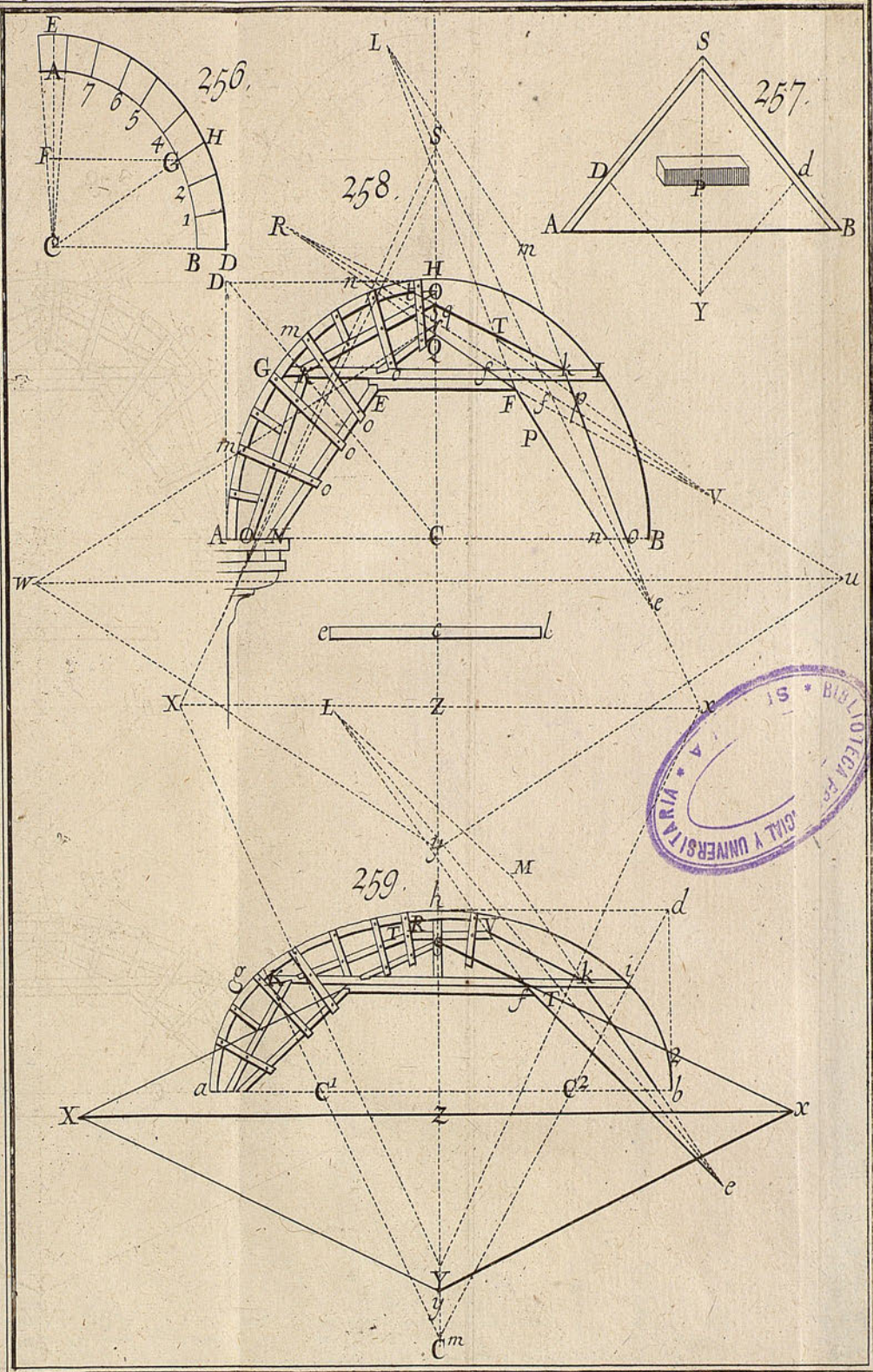
IL est donc de l'industrie de l'Architecte de faire en sorte, par le moyen des coins, des Vis, ou d'autres machines, d'abaissier peu à peu les *Fermes* des cintres & à différentes reprises, pour donner le tems à la maçonnerie de s'affaissier également jusqu'à ce qu'elle se détache entièrement des *Dosses*, en sorte qu'on puisse les tirer sans démonter les Fermes, parce que si l'on s'apercevoit qu'elle continuât de s'affaissier en quelques endroits, & qu'elle menaçât ruine, on auroit encore les moyens de la démolir pour y apporter remède sans perte de matériaux ; c'est le dernier Trait de prudence d'un bon Architecte, & le dernier Conseil de cet Ouvrage, qui a eu pour objet la régularité & la solidité des Voutes, afin qu'elles plaisent par la beauté de leur construction, & qu'elles durent long tems par le seul artifice de la coupe & de l'arrangement de leurs parties, sans le secours du mortier & du ciment.

F I N.

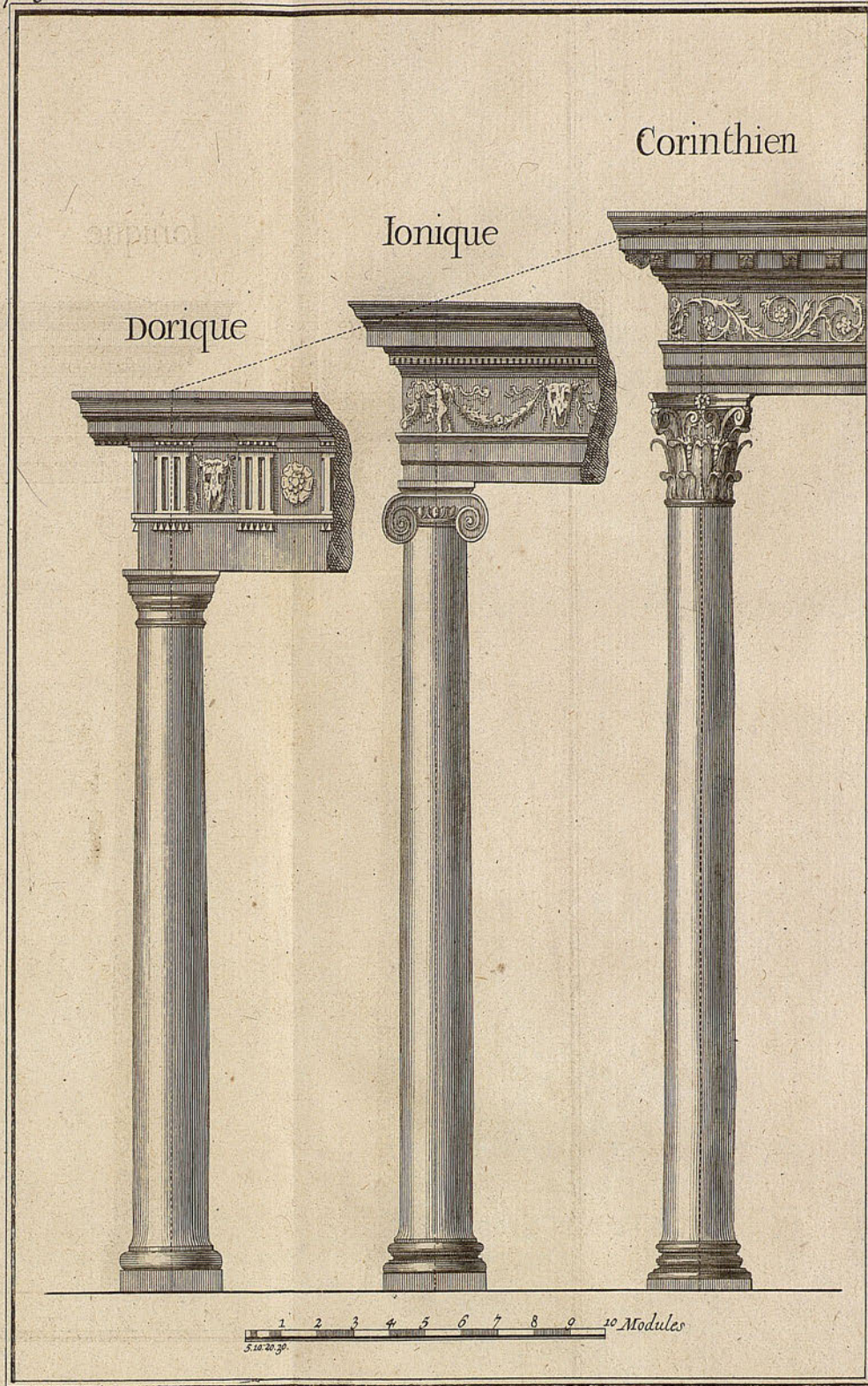
A S T R A S B O U R G,
De l'Imprimerie de JEAN - FRANÇOIS LEROUX.

A circular purple ink stamp, tilted at an angle. The text "BIBLIOTECA PROVINCIAL Y UNIVERSITARIA" is curved along the top inner edge, and "SEVILLA" is curved along the bottom inner edge, separated by small stars.









DISSERTATION

S U R

LES ORDRES

D'ARCHITECTURE.

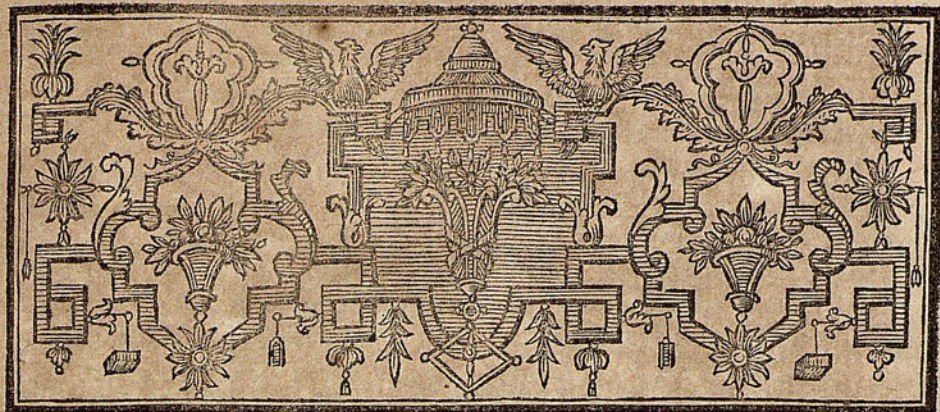
Par M. FREZIER, Chevalier de l'Ordre Militaire de Saint Louis,
Ingenieur ordinaire du Roi en Chef à Landau.



A S T R A S B O U R G,

Chez JEAN-DANIEL DOULSSEKER le Fils, Marchand
Libraire à l'entrée de la Rue dite Flader-Gafs.

M. DCC. XXXVIII.



DISSERTATION

SUR CE GENRE DE DECORATIONS

QU'ON APELLE

LES ORDRES D'ARCHITECTURE.



A connexité qui se trouve entre l'Art de la Coupe des pierres & celui de la Décoration de l'Architecture, peut donner place ici à quelques réflexions propres à établir des principes de discernement entre le bon & le mauvais usage que l'on fait dans les Bâtimens, de ce qu'on appelle les

Ordres d'Architectures.

VITRUVÉ * se plaignoit de son tems que la mode avoit tellement prévalu sur la raison à l'appui de l'ignorance & d'une lâche adulation, qu'on fermoit les yeux sur les extravagances qu'on introduisoit dans les Arts, & même que bien loin d'y trouver à redire, on les voyoit avec plaisir, tant on étoit peu éclairé & hors d'état de connoître en quoi consiste la vraie beauté des décorations. Notre siècle ne ressemble pas mal en cela au siècle dans lequel vivoit ce fameux Architecte; on peut bien, sans être trop rigide, en dire autant que lui, & avec plus de raison, puisque nos meilleurs Connoisseurs prennent le siècle d'Auguste, qu'il critiquoit, pour le modele de la perfection de l'Ar-

* Vitruv. liv. 7. ch. 5. *Ita novi mores coegerunt uti inertia mali judices conivente ad artium virtutes . . . hac falsa videntes homines non reprehendunt sed delectantur . . . judicii autem infirmis obscurata mentes non valent probare quod potest esse cum autoritate & ratione decoris,*



chitecture, sans examen raisonné, & de plus ils adoptent le goût particulier de quelques-uns de ces Architectes modernes, qui se sont plus scrupuleusement attaché à la bagatelle, qu'à remonter aux vrais principes de leur Art.

* *Quod potest esse cum autoritate & ratione decoris.*
Vitr.

Nous croyons donc, suivant l'esprit de Vitruve, que l'on doit asservir les ordres d'Architecture aux loix de la raison, & que sur ce principe, on peut condamner tout ce qui n'y est pas conforme, même l'antique, & parce que nous avons les préjugés qui sont en sa faveur, & la pluralité des voix à combattre, nous devons établir ces loix, & montrer sur quoi * sont fondées les raisons de la vraie beauté.

L'IDÉE que nous avons de la beauté ou de la difformité est le plus souvent un effet de l'habitude que nous avons de voir certaines choses, ou de les entendre louer & approuver de ce qu'elles sont faites d'une façon plutôt que d'une autre ; mais la mode n'est pas toujours une règle sûre pour juger du *beau* & du *difforme*, puisqu'elle a des vicissitudes qui changent souvent l'un pour l'autre. Cette règle ne se trouve que chez les esprits libres de préjugés, qui après avoir vu & combiné plusieurs ouvrages de différens tems & chez différentes nations, sont en état de discerner les beautés purement naturelles, qui se font sentir au travers des usages établis par la mode, à ceux qui lui préfèrent la raison.

* *Namque omnes homines non solum Architecti quod est bonum possunt probare.*
Vitr. liv. 6. c. 11.

Judicii autem infirmis obscurate mentes non valent probare quod potest esse cum autoritate & ratione decoris.
Vitr. *ibid.*

IL faudroit donc, pour venir à un examen des Ordres d'Architecture, trouver de ces sortes d'esprits, mais ils sont rares, même parmi les gens de la profession qui en paroissent les juges naturels, & l'on peut avancer sans extravagance, qu'on ne doit pas toujours s'en tenir à leurs décisions. * Je puis appuyer cette opinion du jugement de Vitruve liv. 6. chap. 11. mais en voici la preuve.

LA plupart des Architectes ont sucé dès leur enfance, les principes des Maîtres qu'on leur a donné, ou qu'ils ont adopté sur leur réputation ; ils regardent leurs préceptes comme des loix auxquelles ils n'est pas permis de contrevenir, toutes vaines & pueriles qu'elles soient.

Ils sont ensuite conduits dans leurs études par des vûes d'intérêt ; il s'agit pour leur fortune d'étudier le goût du siècle, de la nation dans laquelle ils vivent, & particulièrement de ceux qui font la dépense des bâtimens, dont ils ambitionnent la conduite ou l'entreprise pour mériter la préférence sur les concurrens qui se présentent ; & comme les gens riches à qui ils ont à faire ne sont pas toujours les plus éclairés, on ne leur propose de projets que sur des modèles

à la mode , dont ils ne connoissent ni le bon ni le mauvais , ou s'ils veulent de la nouveauté , on s'efforce d'en produire à quelque prix que ce soit : de-là viennent ces bizarres varietez qui s'érigent peu à peu en modes , & qu'on appelle dans le monde le bon ou le mauvais goût , selon qu'il approche ou s'éloigne le plus de la nouveauté.

IL est aisé de prouver que la plupart de ces prétendues décorations n'ont point de beauté réelle , puisque nos modes ne sont ni constantes ni universelles ; les Orientaux , les Occidentaux , les habitans du Septentrion & ceux du Midy ont leurs usages en fait de bâtimens , & des décorations à leur gré : sommes-nous les seuls peuples qui ayons en partage le meilleur goût & le bon sens ? les gens qui n'ont pas voyagé sont quelquefois assez peu éclairés pour donner dans cette folle présomption ; mais pour les désabuser , il n'y a qu'à leur faire connoître que nous empruntons tous les jours des inventions des étrangers. Nous devons les plus beaux modèles d'Architecture , premièrement aux Grecs , & ensuite aux Romains , qui les ont imités : si nous entrons dans le détail , nous trouverons que nous tenons des Italiens nos Salons , les couronnemens de balustrades en terrasses , qui sont d'un bel effet , & nos entre-foies ; des Espagnols & des Portugais , nos fenêtres abaissées au dessous de l'appui , & nos balcons même jusqu'à leurs ferrures , & que nous copions dans nos décorations d'ornemens le goût Arabesque & le Chinois , au lieu du Romain que nous abandonnons.

PEUT-ON dire que les unes ou les autres de ces nations aient toujours eu des règles constantes de beauté dans les décorations de leur Architecture , non certainement , puisqu'elles ont varié chez eux dans un assez petit intervalle de tems.

QUELLE différence des édifices des anciens Grecs & Egyptiens à ceux des Mahometans qui leur ont succédé dans le même pays ? quelle différence de ceux des Maures à ceux des Espagnols nez comme eux en Espagne ? enfin quelle différence des bâtimens Gothiques dont la France & les Pays-bas sont pleins , à ceux des François de nos jours ? nos Ancêtres avoient-ils raison ? l'avons-nous ? c'est une question qu'il n'est pas plus facile de décider que celle qu'on pourroit agiter sur la différente façon de nos habits ; on convient de la nécessité de se couvrir , & de se mettre à l'abri des injures de l'air , mais non pas de la grace de l'ajustement ; elle dépend tellement de l'habitude qu'on a de voir les objets figurez d'une certaine façon , que ce qui n'est pas conforme à la mode est insupportable & ridicule : or les loix de la mode ne sont pas bornées à la façon de nos habits , elles s'étendent sur tout , & les bâtimens n'y sont pas les moins assujettis. Sans

remonter bien avant dans les siècles passez , examinons ceux que nous tenons de nos Peres ; de leur tems on affectoit de mettre les entrées au milieu des maisons , aujourd'hui on ne s'assujettit pas même d'y laisser un vuide , on n'a point de honte d'y placer un trumeau , comme on voit dans quelques - uns des plus modernes & des plus grands Hôtels de Paris. *

* M. Blondel habile Architecte , dont je fais cas , démontre cette licence conformément à son Architecture moderne tom. 1 pag. 57 & 58.

On faisoit de grandes cheminées & de petites portes , à présent on fait de très grandes portes & de petites cheminées ; on prenoit des jours d'en haut & d'une médiocre grandeur , aujourd'hui tout est ouvert jusqu'à nos pieds ; on affectoit de la symétrie dans les fenêtres , aujourd'hui sur une même face on seroit bien fâché de les faire uniformes , c'est une beauté d'en varier les fermetures ; on faisoit les combles extrêmement rapides d'une pente suivie , aujourd'hui extrêmement couchez , & de deux pentes différentes , l'une trop rapide , l'autre trop couchée.

Tous ces changemens , dira-t-on , sont autorisés par la commodité ; cette raison n'est pas incontestable. Quand les portes d'entrée étoient au milieu des maisons , on n'étoit pas obligé d'aller chercher un guide pour y entrer ; l'étranger se transportoit avec moins de circuit où il avoit à faire , & se plaçoit en un lieu d'où il apercevoit une agréable symétrie. Scamozzi disoit que la porte d'une maison étoit comme la bouche d'un animal , que la nature a mis au milieu de la face pour distribuer également la nourriture à droite & à gauche ; il seroit fort étonné s'il voyoit aujourd'hui en France des visages qui n'ont point de bouche en face , mais par le côté ; une pareille disposition n'est supportable que dans un bâtiment simple , où il est avantageux de ne pas en diviser les appartemens , ou dans celui d'un petit particulier qui manque de place ; mais dans les grands Hôtels doubles , ces raisons ne subsistent plus ; l'entrée par le milieu ne cause aucune interruption dans ceux de Matignon & de Noirmoutier , qui sont du dessein de M. de Courtonne , Professeur de l'Académie d'Architecture , ni dans plusieurs autres édifices modernes à Paris.

Je demande aussi si c'est une commodité d'introduire l'air froid dans une chambre par une ouverture de porte , qui seroit suffisante pour une entrée de grange , plutôt que de la proportionner à notre taille & à nos besoins ; d'ouvrir tellement les fenêtres qu'une chambre soit susceptible du chaud & du froid de chaque saison , & faire venir de nos pieds une lumière qui ébloût & fatigue la vue plutôt que de la recevoir moins rasante au plancher ; car la nature a couvert nos yeux de paupières de haut en bas , & non pas de bas en haut ; d'établir des logemens dans les toits , qui ne sont faits que pour couvrir nos

chamhres , & détourner la pluye de sur nos têtes , & de les briser & percer de lucarnes & de pentes inégales , ou de les faire d'une pente uniforme & continuë , comme il convient à l'écoulement des eaux , puisque toutes ces brisures & nouës ouvrent une infinité de gouttieres , lorsqu'on n'a pas soin d'y remedier par la dépense des tables de plomb ou d'autres métaux. Ce genre de bâtimens qui a tant fait d'honneur à François Mansart * en France , n'a pas été adopté chez les nations qui ont le plus abondé en grands Architectes , comme en Italie ; d'où je conclus qu'il n'a rien de si excellent que quelques écrivains modernes ont voulu nous le persuader.

* Ce n'est pas le dernier qui s'appelloit Jules Arduin.

Puisque la mode regne dans les parties essentielles des édifices , il n'est pas étonnant qu'elle change dans l'ordre de leurs décorations ; sans parler des ornemens de sculpture , où l'on a passé de l'extrémité d'un relief trop massif à une confusion de legers contours Arabesques , & d'imaginations Chinoises de Dragons , d'ailes de chauves-fouris , & d'autres pareilles grotesques ; on a aussi passé pour la construction des bâtimens voutez de la legereté Gothique de peu de dépense , à une consommation superflue de matériaux , comme on voit dans les Eglises modernes ; cependant depuis environ deux cens ans qu'on a repris le goût de l'Architecture antique , en abandonnant totalement le Gothique , combien d'Architectes n'ont pas écrit pour tâcher de fixer les ordres antiques à certaines mesures , chacun selon son goût qu'il a cru le meilleur ; mais rien ne prouve mieux la futilité des regles qu'ils ont voulu nous prescrire que leur discordance entre eux , & les folles varietez qu'ils ont répandu dans l'Architecture ; on entasse sans nécessité plusieurs ordres les uns sur les autres , on en voit d'inégales hauteurs mêlez sur la même base , on tord les colonnes en hélices , on les interrompt par des bandes , on imagine des chapiteaux bizarres , on plie les parties des ordres qui sont inflexibles de leur nature , comme les architraves & les corniches , on confond celles qui doivent être distinctes , comme aux corniches architravées , on les coupe par des ouvertures ou des ressauts , par des changemens d'inclinaisons , des enroulemens & des cartouches bizarres ; en un mot la mode regne sur les ordres d'Architecture , & si l'on n'en a pas changé totalement l'ordonnance , on l'a tellement défigurée dans toute l'Europe qu'on peut dire que ce n'est plus qu'un canevas sur lequel les Architectes & les Dessinateurs particulièrement des rétables de nos Eglises , brodent à leur fantaisie ; on doit seulement en excepter un petit nombre des modernes de notre France , qui en ont usé plus sagement , en se conformant au goût de la celebre Academie d'Architecture de Paris.

Au milieu de cette varieté de goûts & d'opinions , ne fera-t'il pas

permis d'établir quelques principes, dont les hommes raisonnables puissent convenir, & n'y auroit-il pas une Architecture naturelle indépendante du caprice des Dessinateurs ? je vais exposer ce que j'en pense.

IL n'est personne qui n'ait remarqué que l'imitation d'une chose naturelle nous cause du plaisir, ce n'est que par l'imitation que la Peinture, la Sculpture, la Musique, & la Comedie nous plaisent & nous réjoüissent, & lorsqu'elle est parfaite, l'objet copié d'après une belle nature nous cause plus de plaisir que l'original ; la vûe d'un beau tableau ou d'une belle figure de marbre nous touche souvent plus que celle de l'homme auquel elle ressemble : or l'Architecture, comme
 liv. I c. I. l'a fort bien dit Vitruve, n'est pas moins un art d'imitation que ceux que je viens de nommer ; *Maximè etiam in Architectura hæc duo insunt quod significat & quod significatur.*

S'IL est donc quelque regle universelle pour les ordres, elle ne peut être fondée que sur l'imitation de l'Architecture naturelle ; c'est à la vérité ramener ce grand Art dont on fait tant de bruit dans le monde, & auquel on prodigue souvent le nom de Science aux choses les plus simples ; mais c'est le rapeller à son origine, témoin Vitruve, & après lui Palladio, Scamozzi & tous les plus fameux Architectes.

ON pourra demander quelle est cette Architecture naturelle ? faut-il remonter à la construction des maisons qu'ont bâti les premiers hommes ? il n'en existe plus de monument, pas même dans les histoires ; cependant on peut la croire telle que Vitruve l'expose dans son second Livre, où il remonte à un tel point de simplicité, qu'il pense qu'ils firent des toits horisontaux avant que la pluye leur eût appris qu'il falloit leur donner de la pente, mais voici les raisons qui doivent établir son opinion.

L'INDUSTRIE naturelle aux hommes que je pourrois appeler l'instinct de se garantir des injures de l'air, puisqu'elle est commune à la plupart des animaux, a été la même de tout tems, suivant les besoins particuliers aux climats qu'ils ont habité ; ceux qui ont trouvé des grottes faites par la nature en ont profité, & ceux qui ont trouvé des bois s'en sont servi pour se mettre à couvert de la pluye & du soleil, s'ils n'avoient pas eu assez de genie pour faire usage de la terre lorsque les bois leur ont manqué, les taupes leurs auroient montré à s'y loger, comme on fait encore aujourd'hui en certains cantons d'Irlande, & chez cette nation du Mississipi qu'on appelle les *Chenards* ; telles étoient aussi à peu près les cabanes de ces anciens Phrygiens, dont parle Vitruve. Les hyrondelles leurs auroient appris à s'en faire des cloisons, & les castors à faire des Voutes ; mais comme les bois sont la matiere
 la

la plus commode à former une habitation propre à la fanté & agréable à la vûë, c'est de cette matiere que nous tenons l'origine de nos ordres, car l'arangement des pieces essentielles à leur construction est si naturel, qu'on n'a pas besoin d'étudier la charpente pour dresser une cabane de bois.

EXAMINONS les premiers établissemens d'une colonie dans un pays de forêts inhabitées, comme étoient ceux de nos Isles de l'Amerique, on verra qu'on commence par planter des troncs d'arbres, sur lesquels on couche des pieces de bois horifontalement pour suporter un toit, & d'autres inclinées à l'horison & entre elles pour lui donner la pente nécessaire à l'égoût des eaux sur un tissu d'écorces d'arbres, de feuilles ou de branches, de roseaux ou d'autres choses, sous lesquelles on puisse se mettre à l'abri du soleil & de la pluye ; s'il faut encore se garantir des vens & du froid, on remplit les intervalles des troncs, qui servent de supports, avec des dosses de bois fendus, du clayonage, de muraille de terre ou de ce qu'on peut ; les Germains nos Ancêtres ne bâtissoient point autrement, ils n'employoient (selon nos Historiens) ni pierre, ni chaux, ni ciment, mais du bois sans être dolé, comme on fait encore aujourd'hui en Boheme & en Moscovie, & comme faisoient plusieurs nations du tems de Vitruve ; mais dès qu'il s'agit de faire durer les édifices, on y apporte d'autres précautions ; on élève les troncs d'arbres sur des pierres pour empêcher qu'ils ne pourrissent à fleur de terre ; voilà l'origine des *Dez* & des *Plinthes*, comme le prouve l'étimologie du mot grec qui signifie une brique : ensuite pour plus de propreté, on arondit les troncs d'arbres d'une forme réguliere, telle qu'on fait les colonnes ; mais afin que le rejaillissement de l'eau de pluye au dessus du plinthe, ne nuise point à la base de la colonne, on en abat l'arête en chanfrain ; peut-être qu'en quelques endroits on s'est avisé d'enveloper cette base de cordes, comme l'on fait aux *Rouffetures* des Mats des Vaisseaux, ou avec des cerceaux, & que cette invention a donné lieu à imaginer les *Tores* des bases des colonnes ; cette conjecture est fondée sur la signification du mot latin *spira*, dont Vitruve se sert pour exprimer la base d'une colonne, parce qu'il signifie la révolution d'un cable. Cette étimologie me paroît plus naturelle que celle que nous donnent les Architectes, dont l'un va chercher, après Vitruve, la chaussure humaine, l'autre, comme Palladio, le renflement causé par l'affaïssement, l'autre des matelats pour asséoir du bois ou de la pierre, comme Scamozzi trompé par le mot *torus*.

Pour donner quelque affiete aux sommiers qu'on couche horifontalement, on a soin de les équarrir, voilà nos *Architraves*, c'est-à-dire nos principales poutres, comme l'explique l'origine du mot partie grec-

que partie latine ; nous les apellons en terme d'Architecture françoise *poitrail* ou *sommier*.

ON range ensuite sur les Architraves les poutrelles qui doivent porter le plancher , ou les tirans des fermes du comble , & parce qu'étant posées en travers , elles ne montrent au dehors que leurs bouts , les Architectes ont imité cette aparence par des quarez longs en faille , ou tout unis comme ceux de Vitruve ; Palladio & Scamozzi mettent à l'ordre *Toscan* , ou ornez de la gravure de trois canaux angulaires , comme sont les *Triglyphes* de l'ordre *Dorique* , l'un & l'autre expriment des bouts de planches mises sur le parement du bois vû debout pour le conserver , d'où vient que Scamozzi les appelle *pianuzzi* , & Vitruve *antepagmenta* liv. 4. ch. 7. & quoique les gravures en changent le nom , elles représentent toujours la même chose un peu ornée.

ENFIN on couche sur les poutrelles une sabliere pour servir d'appui aux chevrons qu'on avance en faille pour écarter les eaux de la face de l'édifice ; voilà le modele des *Corniches* , de leurs *Modillons* , *Mutules* & *Denticules*.

L'ARANGEMENT dont nous venons de parler , ne convient qu'aux deux côtes de l'édifice , où le toit fait égoût ; il en est deux autres où il n'en fait point , qui sont terminez en pointe plus ou moins aiguë selon l'inclinaison de chaque moitié du toit ; c'étoit ordinairement dans une de ces dernieres qu'étoit anciennement la principale entrée des Temples , comme il paroît par tous les monumens de l'antiquité , & même le plus souvent celle des maisons , comme on le voit encore en plusieurs Villes des Pays-bas , & à Paris sur le pont de Notre-Dame , & parce que cette partie est la face ou le front du bâtiment , on a appellé cette élévation angulaire un *Fronton*.

Omnia enim
certa proprie-
tate & à veris
nature dedu-
ctis moribus
traduxerunt
in operum per-
fectiones . . .
ex eis origi-
bus simetrias
& proportio-
nes unius cu-
jusque generis
occlusitatis re-
liquerunt.
Vitr. l. 4. ch.
2.

CES origines ne font pas un effet de mon imagination , les plus fameux Architectes en conviennent après Vitruve , qui dit que les anciens n'ont rien imaginé que d'après la nature , & n'ont reconnu de beauté constante que celle qui en tiroit son origine ; c'est de cette Architecture simple & naturelle qu'ils ont fait le modele des décorations , dont ils ont orné les édifices les plus somptueux.

SUIVONS les principes qu'ils ont adopté , & nous trouverons qu'ils s'en sont écartez en plusieurs rencontres sans y faire attention. Vitruve qui avoit si bien reconnu que les corniches n'appartiennent qu'aux toits , parle cependant d'entasser un ordre sur l'autre sans supprimer la corniche du premier ; & ce qu'il y a encore de plus singulier dans sa conduite , c'est qu'il rend cette faute ridicule par le récit qu'il fait du

jugement de Licinius sur un tableau d'Apaherius, dans lequel on voyoit un second ordre établi sur les corniches & frontons du premier ; vous admirez ce tableau, disoit Licinius aux Alabandins, parce qu'il est bien peint, mais vous n'y apercevez pas une faute de bon sens ; *qui a jamais vu des maisons & des colonnes posées sur les tuiles des combles, au lieu qu'elles doivent être sur des planchers ?* cependant malgré cette judicieuse observation de Licinius, nos Architectes élèvent quelquefois deux & trois rangs d'ordres les uns sur les autres, auxquels ils donnent pour base des corniches ornées de ces choses qui n'appartiennent qu'aux toits, comme les Modillons, Denticules & Mufles de Lions : il est donc vrai selon le jugement de ce Mathématicien, qu'ils manquent tout-à fait de bon sens & d'esprit.

Quis enim vestram domos supra regularum secta potest habere aut columnas seu fastigiorum explicaciones, hæc enim supra conignationes ponunt, non supra regularum secta
Vitr. l 7 ch. 5.

MAIS qui osera reprocher aujourd'hui cette faute aux plus somptueux bâtimens de l'Europe ? puisque l'abus a tellement prévalu contre les règles de la raison, que les yeux y sont accoutumés, & que les Architectes y souscrivent & l'approuvent. Je n'entreprendrai pas ici de m'ériger en réformateur d'une mode si généralement reçue en dépit du bon sens ; je demande seulement qu'on me produise quelque modèle du contraire chez les Grecs, qui nous ont transmis par les Romains la plus belle Architecture ; on ne voyoit qu'un seul ordre dans leurs édifices : je ne trouve d'exemple du contraire que dans le Temple de Minerve Elée en Arcadie, & dans celui de Jupiter Olympien d'Athènes, où deux ordres formoient autant de galeries dans l'intérieur du temple ; mais les Historiens ne nous disent pas que la corniche du premier ordre fût entière, & qu'elle eût des attributs des toits. Je sçai que si l'on descend aux Romains, on trouvera de ces modèles ridicules d'entassement d'ordres ; le plus fameux est le Septizonio, où l'on en voyoit sept les uns sur les autres, mais une telle autorité ne prévaut pas contre la raison de Licinius, qui est si plausible, qu'on ne peut la rejeter sans renoncer au sens commun ; il n'est pas surprenant que quelques Architectes n'y aient pas pris garde, puisque Vitruve a lui-même agi contre ses propres lumières ; la Ville de Tralles, ébloüie par l'art du peintre Apaherius, ne s'aperçut du défaut qu'après que Licinius leur en eût fait sentir le ridicule, observation digne d'un Mathématicien qui ne donne pas facilement dans le faux.

Propter hæc vitia insipientes sunt judicantes.

QUELQUES-UNS de nos Architectes de France ont profité de cette remarque, quoique le Peristyle du Louvre répondit à la face intérieure d'un bâtiment, qui est un entassement de trois ordres ; le nouvel Architecte a réduit la face extérieure à un seul, d'où il a tiré cet air de grandeur que tous les connoisseurs y admirent ; il sentoît bien que

cès trois rangs de fuseaux guindez les uns sur les autres, quoique du dessein d'un homme qui s'étoit acquis de la réputation, n'étoient en effet qu'une Architecture d'écolier; le logement d'un Roy doit porter un caractère d'unité & de distinction, qui marque que tout est pour lui essentiellement, & par accident pour ceux qui composent sa Cour; l'Architecte de la façade de Versailles du côté du jardin a pensé de même, & s'est fait honneur d'une noble simplicité en ne mettant qu'un ordre établi sur un grand soubassement, & surmonté au dessus par une attique: je ne prétends pas condamner absolument l'ordonnance de deux ordres posez l'un sur l'autre, mais je crois qu'alors il faut supprimer la corniche du premier, & la convertir en une espece de plinthe un peu façonnée, ou du moins la mutiler de sa cimaise & de tous les ornemens qui ne sont que les attributs des toits; c'est ainsi que quelques bons Architectes pensent, témoin la façade de l'Hôtel de Pequigny en Province, du dessein de M. Desgoz, Architecte du Roy, Contrôleur Général des Bâtimens: en effet outre la bienfaisance d'une sage imitation que nous mettrons, si l'on veut, à part, ne peut-on pas demander quelles sont les fonctions des corniches, n'est-ce pas d'écarter les égouts des toits de la face du bâtiment? or cette fonction est sans doute réservée à la partie la plus éminente de la face, les saillies inférieures ne peuvent que causer un réjaillissement d'eau nuisible aux murs; elles causent de plus une autre incommodité, c'est qu'elles cachent la vue de l'entrée des portes de la rue, & des fenêtres du premier étage, à ceux qui sont au second & au troisième.

Si nous devons nous en tenir à une fidèle imitation de l'Architecture naturelle, ne sera-t'il pas encore ridicule de partager en trois rangs d'ordres, comme en trois étages, la face extérieure d'un bâtiment qui est connu pour n'en contenir qu'un, telle est l'ordonnance de la façade de la plupart de nos Eglises; c'est vouloir tromper les spectateurs, ou leur faire entendre que la superimposition des ordres n'est qu'un placard sans suite qui ne signifie rien; en un mot c'est convenir que ce ne sont que des pierres entassées sans rime ni raison; qu'on amène un sauvage de bon sens, car il en est parmi eux plus qu'on ne pense en Europe, & qu'on le place devant le fameux portail de St. Gervais, il croira voir trois habitations les unes sur les autres, il en jugera de même, non seulement à cause de la division, mais aussi par l'idée de ce qui convient à la solidité d'un édifice, pour laquelle on ne doit pas faire de plusieurs morceaux de troncs d'arbres bout à bout, ce qui ne devrait être que d'un seul; si enfin après lui avoir expliqué que les corniches représentent la saillie des toits, on le faisoit entrer dans nos Eglises modernes, que diroit-il, d'y en trouver & des plus saillantes? il ne pourroit s'empêcher de rire de l'extravagante superfluité

d'une telle faillie dans un lieu couvert d'une Voute reconverte d'un toit ; toute mesestimée que soit l'Architecture Gothique, il lui donneroit sans doute la préférence, en ce qu'elle ne fait pas parade d'une imitation si mal placée, car il ne faut point d'étude pour penser qu'on doit avoir égard à l'usage des choses, & à la vraisemblance dans la disposition des ornemens ; il s'apercevrait encore que cette faillie est nuisible, en ce qu'elle couvre une partie des vitraux dont elle cache la vûe, & interrompt le passage du jour qu'on en doit tirer ; elles semblent même rétrécir les lieux, & leur donner un air disgracieux, comme l'a fort bien remarqué Palladio ; c'est cependant ce qu'on voit dans presque toutes les nouvelles Eglises, dont l'Italie fait parade comme des merveilles de l'Art.

Si sono in
luogo chi-
so lo fanno
steolto &
figarato *liv.*

O la belle chose ! s'écrieront les partisans des corniches, de voir un ordre d'Architecture dépouillé de cet ornement, qui en est le principal ? & pourquoi donc Vitruve n'en avoit-il pas mis à la Basilique de Fano ? pourquoi n'y en avoit-il point au premier ordre des Sales Egyptiennes, & des Places publiques ? pourquoi n'en voyoit-on point au Palais des Tuteles de Bordeaux ?

QUELQUES-UNS de ces Architectes qui se sont rendus fameux, ont bien senti la convenance de les supprimer dans plusieurs circonstances, tel est Vignole, qui au dedans de son Eglise de St. André de Pontemole, n'a mis qu'une Architrave sur le premier ordre : sans vouloir me mettre au rang des grands Architectes, j'ai pris la liberté de supprimer aussi la frise & la corniche du premier ordre de la Chapelle en rotonde, que j'ai fait depuis peu dans le milieu du nouvel Hôpital militaire de Landau, & j'ai eu le plaisir de voir des connoisseurs en approuver le bon effet.

Si l'on veut se mettre pour un moment au dessus du préjugé que l'Architrave, la frise & la corniche sont trois choses inséparables, & considérer qu'il nous vient plutôt de l'habitude que du raisonnement, nous conviendrons que Vitruve avoit fort raison de ne mettre qu'une Architrave au dedans de la Basilique de Fano, puisque la corniche est une de ces choses qui conviennent plutôt au dehors qu'au dedans d'un édifice ; d'ailleurs n'est-il pas vrai qu'une corniche d'imposte de peur de faillie en profil d'Architrave, nous contente la vûe dans les retours des Arcades pour accorder la jonction de la surface plane des piédroits avec la naissance de la courbe de la partie voutée ? or en quoi diffère cette Arcade d'une Nef, qu'en ce qu'elle a beaucoup moins de profondeur ? à cela près la chose est égale, donc on peut supprimer dans le grand sans aucune difformité, ce qu'on supprime ordinairement dans le petit

APRÈS avoir osé attaquer quelques abus touchant la disposition des ordres & de leur corniche, nous pouvons hazarder quelques opinions touchant la nature, le nombre & les regles des Ordres, & ces mystérieuses dimensions de leurs parties, sur lesquelles il s'est fait plus de Volumes que sur des matieres importantes aux besoins d'une République.

Du nombre des Ordres.

LES divisions qui se présentent à un bon esprit en fait d'établissement de principes, se réduisent toujours au plus petit nombre qu'il est possible, & si nous voulons faire réflexion qu'on ne peut bâtir que de trois manieres, ou très solidement, ou très legerement, ou d'une maniere moyenne, qui participe de la solidité & de la legereté, on n'admettra que *trois Ordres*, auxquels on donnera tels noms que l'on voudra, il n'importe des noms, nous n'en voulons qu'aux choses; & puisqu'il les Grecs se sont bornez à cette division, nous pourrons nous servir des noms qu'ils leur ont donné, quoiqu'ils n'expriment pas la construction à laquelle ils répondent, ainsi nous appellerons suivant l'usage établi en Architecture.

L'Ordre solide *le Dorique.*

L'Ordre moyen *l'Ionique.*

L'Ordre délicat *le Corinthien.*

[* Ita dorica
columna viri-
lis corporis
proportionem
& firmitatem
& venustatem
in aedificiis
prestare cepit.
liv. 3. ch. 1.]

Le Dorique en effet semble être la plus belle maniere de bâtir solidement, parce que les parties sont fortes sans être trop massives; c'est pour cela que les Anciens le comparoient à la taille d'un homme robuste; on dit même qu'ils avoient tiré les proportions de ses colonnes du corps humain*, parce qu'ayant examiné le raport de l'assiete horizontale que la nature lui avoit donné à l'égard de sa hauteur, ils trouverent suivant Vitruve, que la longueur du pied en étoit la sixième partie, & de-là ils conclurent que la colonne devoit avoir en hauteur six fois la longueur du diametre de sa base; mais avec la permission de cet Architecte, il falloit que les hommes de ce tems-là eussent le pied plus grand que ceux d'à present, car on remarque que la longueur du pied d'un homme bien fait n'est que la septième partie de sa hauteur, souvent moins, telle fut aussi selon les apparences l'observation des Grecs, & ensuite des Romains, qui ne s'en sont pas tenu à cette proportion trop massive de l'Architecture naissante, car il lui ont toujours donné au moins sept diametres de hauteur, quelquefois sept & demi, & enfin jusqu'à huit.

Au langage de Palladio, il semble au contraire que cette proportion

a été tirée du raport de la hauteur de la tête à celle du corps, parce qu'il appelle les diamètres *Têtes*, c'est ainsi que les Peintres reglent les hauteurs des figures, cependant il est bien plus naturel que l'on ait comparé les bases aux pieds pour le raport de l'assiete de la colonne à sa hauteur, sans égard aux ornemens qui les élargissent : il est vrai que dans les monumens antiques, on ne trouve pour toute base aux colonnes doriques qu'un reglet avec un congé qui fait un très petit empatement, & quelquefois on est surpris de n'y en point trouver, mais une terminaison sans grace, telle qu'est celle d'un arbre scié. Ce défaut déplait également à tous les Architectes de nos jours, on a voulu pour excuser les Anciens, dire après Vitruve, qu'ils avoient voulu représenter un homme nud, comme Hercule, cette conjecture paroît ridicule, ce seroit plutôt un homme sans pieds.

On demandera peut-être s'il n'y a pas une maniere de bâtir encore plus solide que la Dorique ; je répondrai qu'oùï, mais elle est sans grace, il semble que celle-ci est la borne de la solidité agréable, & qu'au dessous de ses proportions l'Architecture seroit si massive & si pesante qu'elle ne plairoit non plus à la vûë qu'un homme d'une taille trop épaisse par raport à sa hauteur.

PUISQUE nous considérons cet Ordre comme uniquement destiné à la solidité, il semble que les ornemens ne lui conviennent guère, que les membres de ses chapiteaux, de son entablement & particulièrement de sa corniche, ne doivent être ni petits, ni taillez de sculpture, & que les denticules que Vignole, après quelques Antiques, y a mis, sont mal placées, non seulement parce que c'est un ornement trop délicat, mais encore parce qu'elles sont incompatibles avec les Mutules, qui doivent y être aussi invariablement, que les triglyphes dans la Phrise ; la raison est que faisant paroître le bout des poutrelles exprimé par les triglyphes, il convient qu'on fasse aussi paroître le bout des Arbaletiers qui sont représentez par les Mutules ; or puisque selon Vitruve les Denticules représentent les chevrons, elles devroient être au dessus du Larmier, au lieu qu'on les met ordinairement au dessous, & en ce cas les chevrons seroient au dessous des Arbaletiers, dérangement ridicule dont Vitruve a repris les Architectes de son tems, faisant remarquer que les Grecs n'étoient jamais tombé dans ce défaut, ce qui condamne les corniches Doriques du Théâtre de Marcellus, & des Thermes de Diocletien, & au contraire fait sentir l'élégance de celle du monument d'Albano, décrit dans le parallele de M. de Chambray. L'amphithéâtre de Domitien nous présente un exemple de position immédiate des Mutules sur les triglyphes, comme si l'Architecte eût voulu faire connoître que l'un étoit inséparable de l'autre, & qu'il ne devoit pas y rester de place pour les Denticules.

Ergo & triglyphorum & mutulorum in Doricis operibus ratio ex imitatione inventa est. liv. 4. ch. 2.

In gracioribus nemo sub mutulo denticulos constituit, non enim possunt sub iis cantherios asseres esse. liv. 4. ch. 2.

Après ce que nous venons de dire, il sera aisé de désigner l'ordre Dorique, en disant qu'il est caractérisé par la grosseur de sa colonne à l'égard de sa hauteur, la simplicité de sa base & de son chapiteau, les Triglyphes de sa Phrise, les Mutules de sa corniche, le petit nombre & la simplicité de ses moulures, en un mot par sa *solidité*.

De même qu'il y a des bornes à la solidité, il y en a aussi à la délicatesse & à la légèreté d'un édifice ; car quand même il seroit solide par la consistance de ses matériaux, & par l'artifice de leur liaison, lorsque l'idée que nous avons naturellement de la proportion qui doit être entre le support & la charge, nous fait paroître un support trop foible ou trop étroit, nous n'en pouvons approuver la construction, notre esprit se révolte contre ce qui paroît hazardé, nous voulons non seulement une solidité réelle, mais encore apparente, qui ne donne pas occasion au Spectateur de craindre que l'édifice culbute. Nous admirons un homme qui danse sur la corde, mais dans le fond on le condamne de s'exposer mal à propos, & on sent de la peine à le voir.

PAR cette raison qui est fondée dans la nature, jamais l'Architecture Gothique n'a dû être comparable à l'Antique, en ce qu'elle est pleine de *port-à-faux* sur des saillies de moulures de *Culs-de-lampes*, de *Marmousets* & de *Chimères*, qui servent de supports à des naissances de *Neroures* & de *Voutes*, & que celles qui portent de fond sont appuyées sur des *Perches* si menues, & d'une hauteur si prodigieuse qu'elles répugnent à l'Architecture naturelle, quoique par l'adresse de l'exécution, ces sortes d'ouvrages subsistent depuis plusieurs siècles.

A bien examiner le moindre rapport que l'on peut donner au diamètre de la base d'une colonne à l'égard de sa hauteur, il semble que c'est celui d'un à dix ou à dix & demi ; car si on le pousse plus loin comme d'un à onze, la colonne devient trop mince pour sa hauteur, comme on le voit à la Rotonde de St. Etienne auprès du Tibre à Rome ; or puisque la Corinthienne a dix fois le diamètre de sa base, on ne peut bâtir plus délicatement que suivant les mesures de cet ordre, qu'on ne peut élever sans retomber dans le défaut des piliers & des perches Gothiques, d'où je conclus que les deux extrémités de l'art de bâtir sont l'Ordre Dorique, & le Corinthien.

ENTRE ces bornes du Massif & du Gresle, il y a sans doute plusieurs manières de proportions, qui participent plus de l'une & moins de l'autre extrémité, mais il n'y en a qu'une qui tienne le juste milieu, c'est à celle-là que nous donnerons, si l'on veut, le nom d'Ordre *Ionique*.

LES Anciens qui avoient comparé l'Ordre Dorique à la force d'un homme, comparoient celui-ci à la taille d'une femme, & la délicatesse Corinthienne à celle d'une fille ; ils les employoient aux temples de leurs Divinitez conformément à cette idée. Comme je ne vois pas grande analogie d'un arbre à un homme, je ris de l'idée de Scamozzi, qui est obligé d'avoir recours aux Géans pour sçavoir à qui il doit comparer ce Dorique batard, qu'on a mis au rang des Ordres après Vitruve sous le nom de *Toscan*.

PUISQUE nous reconnoissons l'Ionique pour un Ordre moyen, nous déciderons sûrement des proportions de sa colonne, qui doit être moins haute que la Corinthienne, & plus haute que la Dorique, à bases égales ; de sorte que le raport de son diametre à sa hauteur fera comme de un à neuf, tel est en effet celui des plus beaux monumens de l'Antique.

LA même proportion doit être observée dans la hauteur de l'entablement qu'elle doit porter, & dans la qualité & le nombre des ornemens, dont il est décoré, qui doivent tenir un juste milieu entre la richesse Corinthienne, & la simplicité Dorique.

SUIVANT ce système, on conviendra facilement des proportions des parties essentielles de chaque Ordre, telles sont celles de la colonne & de l'entablement qu'elle porte ; car le suport le plus fort doit porter une plus grosse charge, & le plus foible la plus legere ; mais nous ne croyons pas devoir nous amuser à ces scrupuleuses précisions auxquelles les Architectes veulent nous assujettir ; il faut laisser au bon goût & au bon sens le droit de grossir ou de diminuer les colonnes, suivant les circonstances auxquelles on doit avoir égard ; telles sont, 1°. celles de leur éloignement les unes des autres, car les plus ferrées paroissent plus grosses, selon la remarque de Vitruve, 2°. de la hauteur de leur position au dessus du rez-de-chauffée, qui en raccourcit la longueur suivant la perspective ; 3°. de l'exposition à claire voye ou sur un fond obscur, car le grand air le mange, disent les Architectes ; 4°. de l'ornement des canelures, dont le grand nombre grossit le fust à la vûe ; toutes ces considerations doivent occasionner quelque changement d'épaississement ou de diminution des diametres par raport à la hauteur des colonnes, pourvû qu'il n'excede pas un demi diametre de plus ou de moins sur toute la hauteur ; cet avis est conforme à celui de Palladio, & des meilleurs Architectes qui veulent qu'on ait égard aux différentes circonstances des lieux ; cependant nous ne rejettons point le détail des mesures des parties. Il est des proportions qu'on ne peut alterer considerablement sans donner la mauvaise grace à ce genre de décorations.

*Nam cum
Deorum tri-
plex ratio ha-
bita esset, for-
tium delica-
torum &
mediorum
fortibus ut
Martii, Hercu-
li, Minervæ,
ædes Doricæ
severioris stru-
cturæ consti-
tute sunt, de-
licatioribus ut
Veneri, Proser-
pinæ, Floræ,
Corinthio gene-
re propter rene-
rantem operis
fæste sunt :
mediis ut Ju-
noni, Dianæ,
Baccho con-
structæ sunt jo-
nica, quod id
genus ædes
temperate sine
id est nec us-
quam gracili
floridæq; sine
structura nec
rursus severa
Philand in
Vitr. liv. 4.*

Des proportions de chaque Ordre.

Pour établir une mesure propre à déterminer les proportions des Ordres, les Architectes ont pris, d'un consentement unanime, le diamètre de la colonne à sa base, qu'ils ont divisé en plus ou moins de parties, selon qu'ils l'ont jugé à propos, pour avoir peu de fractions dans les hauteurs & faillies de leurs profils; les uns l'ont pris en entier, & l'ayant divisé en 60 parties, l'ont appelé le *grand Module*, les autres n'ont pris que la moitié de ce diamètre, qu'ils ont nommé le *Module*, & quelques-uns n'en ont pris que le tiers sous le nom de *petit module*. Il a plu à quelques-uns de diviser le Module différemment pour chaque Ordre, comme s'ils avoient voulu embarrasser cette frivole matiere, & rendre mysterieux un Art qui est presque tout arbitraire dans les petites sous-divisions; pour moi qui tache de le dépouiller de ce faux air de conséquence, je pense qu'il n'y a point de nécessité de se charger la memoire d'une multitude de différentes divisions, parce qu'on peut établir des rapports simples dans les parties essentielles, persuadé que les petites sont plutôt une affaire de goût que de précision constante.

Je trouve en effet que le rapport du diamètre de la colonne pris à sa base à cause de la diminution qui est arbitraire, étant comparé à sa hauteur, peut être naturellement expliqué dans cette progression simple, pour tous les Ordres $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{10}$, & celui de l'entablement à la hauteur de la colonne $\frac{2}{8}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{2}{10}$ conformément aux meilleurs monumens de l'Antique, & au goût des plus judicieux Architectes; ce que l'on peut réduire en table, comme ci-dessous.

		Dorique.	Ionique.	Corinthien.
Rapport du diamètre	{	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
de la colonne à				
la hauteur de	{	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{12}$
Rapport de l'entablement à la colonne		$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{10}$

Exemples tirez de l'Antique

Théâtre de Marcellus. Fortune virile. Septizonio de Severe

Où l'on voit que la hauteur de tout l'Ordre sans piédestaux n'est que l'addition des dénominateurs & des numerateurs du rapport de l'entablement à la colonne.

QUANT aux subdivisions du diamètre, on peut les rendre exactement propres à mesurer quelques profils déterminez, mais il seroit difficile d'en faire d'égaux, qui puissent convenir à tous les profils sans fraction, à moins que d'en multiplier infiniment le nombre; car la division en

60 parties que ce celebre Chambray a suivi sur l'exemple de Palladio & de Scamozzi pour tous les ordres, n'a pû suffire pour trouver des rapports rationnaux de tous les membres des morceaux antiques qu'il a mesuré ; il y en a si peu qu'il est souvent obligé de doubler, tripler & même quadrupler cette division, parce qu'il faut quelquefois trouver des quarts de 60° ; de sorte qu'au lieu de 60 parties, il faut diviser le diametre en 240, preuve évidente, que les anciens Architectes, que quelques écrivains ont voulu faire passer pour des Scavans, qui ont attrapé l'Art de combiner les grandeurs des membres d'Architectures, pour y trouver un raport agréable à la vûë, n'avoient d'autres mesures que celles de leur goût particulier ; car je suis sûr que si l'on en venoit à une plus grande précision, on trouveroit que ces parties que l'on a cru aliquotes, ne le sont point, quoiqu'on ait divisé le diametre de la colonne en 240 parties.

Ils faisoient aparemment de leur tems ce que font encore aujourd'hui les bons Architectes, ils exposent des profils & souvent des modeles en relief de grandeur naturelle, dans une situation semblable à celle qu'on doit donner à l'ouvrage en exécution, pour la hauteur & l'éloignement d'où ils doivent être aperçus, & alors ils diminuent ou grossissent les parties suivant le bon ou mauvais effet qu'ils croient y remarquer.

RIEN ne prouve mieux le défaut de regle constante chez les Anciens, que leurs variations dans le raport des bases des colonnes à leur hauteur dans chaque ordre, & particulierement dans le Dorique, puisqu'ils ont commencé, suivant le témoignage de Vitruve, par l'établir d'un à six ; ensuite ils l'ont élevé au septième, comme au Théâtre de Marcellus, quelquefois au septième & demi, comme au Temple d'Albano, & enfin ils l'ont poussé jusqu'au huitième, comme aux Thermes de Diocletien, c'est-à-dire qu'ils ont tatonné jusqu'à ce qu'ils aient vû qu'elle étoit assez exhaussée pour un ordre solide.

Il en a été aparemment de même des entablemens, ils n'ont pas toujours donné un quart de la hauteur de la colonne avec une exactitude scrupuleuse, puisque au Temple auprès d'Albano, ce raport est de 45 à 11, qui est incommensurable.

Ce que nous disons des mesures indécises dans l'Ordre Dorique ; s'applique aussi à l'Ionique & au Corinthien, comme il est aisé de le prouver par les monumens de l'Antique, qui nous servent de modeles pour les proportions de ces Ordres.

On peut cependant tenir pour les proportions les plus parfaites,

celles que nous avons donné à la table précédente , qui sont les plus concordantes à la belle antiquité & à la raison , puisque les connoisseurs conviennent que la hauteur de l'entablement Ionique est une moyenne proportionnelle entre le quart de Dorique & le cinquième du Corinthien , c'est-à-dire de $\frac{2}{5}$ de la hauteur de la colonne , comme il est aux Thermes de Diocletien , & au Temple de la Fortune virile.

ON ne trouve guère moins de variété dans les proportions de la colonne Corinthienne , que dans le Dorique , puisque Vitruve lui donne la même hauteur qu'à l'Ionique , qui est de 9 diamètres de son fût à la base , quoique la plupart des monumens antiques l'aient déterminé environ au décuple de ce diamètre ; cependant ce rapport n'y est point encore exactement suivi , cela signifie que suivant la convenance & le goût de l'Architecte , ou la plus ou moins grande élévation , on peut augmenter ou diminuer la proportion de la colonne , & son rapport à l'entablement ; quoique nous ayons opiné avec quelques bons Architectes pour le cinquième , nous ne prétendons pas qu'on ne puisse y ajouter un peu de hauteur , mais non pas jusqu'au quart , car alors on écrase cet Ordre qui doit avoir un air de legereté. Scamozzi y trouve non seulement un air de pesanteur , mais un ridicule dont il se moque , lorsque parlant des entablemens de Vignole & de Sanfovino , il dit qu'ils ressemblent à des chapeaux à la Valonne , *Payono capelli a la Valona.*

APRES avoir donné quelques bornes aux proportions essentielles à la belle ordonnance caractéristique de chaque Ordre pour leurs colonnes & leurs entablemens , on pourroit descendre aux sous-divisions de leurs parties. On convient assez du rapport que doivent avoir les bases & les chapiteaux à la hauteur de la colonne , les bases se font de la hauteur du Module , qui est le demi diamètre de la colonne ; les chapiteaux des deux premiers Ordres sont de même dimension , mais celui du Corinthien a le double.

DE même l'entablement est divisé , à peu de chose près , dans tous les Ordres en trois parties égales , dont l'Architrave en occupe une , la Phrise une autre & la Corniche la troisième. Nous laisserons aux Architectes la discussion de la différence qu'ils y veulent mettre , nous en dirons notre avis pour chaque Ordre.

ON a pu remarquer que nous supposons toujours les Ordres sans piédestaux , parce que nous ne comptons pas cette partie comme intégrante , nous croyons même qu'on ne doit en tolérer l'usage que dans certaines circonstances , & lorsqu'ils sont de suite sans interruption.

Des Piédestaux.

LES piédestaux , suivant l'étimologie du mot tiré du Grec , sont les *piéds des colonnes* inventez pour les exhausser sur un rez-de-chaussée plus élevé que celui du terrain sur lequel les colonades étoient établies , comme aux portiques des anciens Temples , où l'on montoit par de grands perrons ; de sorte que ce n'étoit proprement qu'un soubassement que Vitruve appelle *Stilohate*.

L'USAGE de les couper en *Dez isolez* est aparemment venu de ce que dans les soubassements de quelques Antiques on les voit faire des refauts en saillie sous chaque colonne , comme au théâtre de Marcellus , au Colisé , autour de la cour du temple de Jupiter Stator , & au temple de Vesta à Nîmes , dessinez par Palladio ; mais on n'y voyoit pas de ces piédestaux isolez , tels que les font nos Architectes modernes ; le seul temple de Scifi en fournit un exemple , dont Palladio qui en a fait la description , fut surprit , parce qu'il avoit remarqué dans tous les temples antiques que les colonnes s'élevoient toujours depuis le pavé sans autre exhaussement que celui de leurs Plinthes , ce qu'il trouvoit plus à son goût , tant parce que les piédestaux ne font *qu'embarasser le passage* , que parce que suivant le goût de Vitruve , les hautes colonnes ont un air de grandeur & de magnificence * que n'ont point celles qui sont montées sur des piédestaux comme sur des échasses , qui les raccourcissent & les diminuent considérablement.

* *Ipse vero
columnæ in
altitudinē
persuasub
irabile
testudinis
perducta &
magnificen-
tiam impensā
& autorita-
tem operi ad-
augere viden-
tur.* Vitruv. liv.
5 ch. 1.

Le second inconvenient de ces piédestaux est que les cornes de leurs corniches s'écornent ordinairement si elles ne sont au dessus de la portée de la main , & que dans les dehors elles causent un réjaillissement de la pluie , qui est préjudiciable à la durée des bases des colonnes , ce que Palladio & Scamozzi ont voulu corriger par un talud , qui confond le plinthe de la colonne avec la corniche du piédestal , d'où l'on peut conclure contre cet abus de l'Architecture moderne ; c'est ainsi qu'on peut le regarder , puisqu'il n'est pas fait mention de piédestaux isolez chez Vitruve ; le fameux Chambray les a sans doute regardé de même , car il n'en a point fait le parallele comme des autres parties d'Architecture ; ce qu'on en trouve dans la seconde édition n'est pas de lui.

*Si anchor
percheleco-
lone lequali
da terra cō-
minciano
rendono
maggior
grandezza
& magnifi-
cenza* Pal.
l. 4. ch. 5.

Si cependant on exige de moi que je dise ce que je pense de leur proportion , j'adopterai celles de Palladio , & rejetterai totalement celles de Vignole , qui leur donne toujours pour hauteur le tiers de la colonne qu'ils portent.

La plupart des soubassemens antiques n'en avoient que le quart, au rapport de Palladio qui en avoit mesuré un grand nombre ; mais ce grand Architecte, entraîné par le goût de son siècle, nous propose dans ses desseins des piédestaux isolez & adosséz contre des piédroits, tels que Vignole en produisoit de son tems, quoique dans les desseins qu'il a exécuté, il leur ait toujours donné une suite, soit en les liant par des continuations de leurs corniches sur des Balustrades, ou en formant des *Stilobates* à la maniere des Anciens. Il faut avouer que l'on ne peut regarder sans mépris ces piédestaux adosséz à des piédroits ; quelle suite ? quel accord peut-on trouver dans cette ordonnance ? n'est-ce pas un placage sans correspondance ? on voit ordinairement au dessous de leur corniche une autre espece de soubassement, qui est le socle & la base de l'*Alette* ou piédroit de l'arcade ; de sorte qu'on voit au même endroit un amas de bases inégales & de différens niveaux. On blamera peut-être ma hardiesse à trouver du ridicule dans les ouvrages des grands Architectes ; mais les exemples de l'Antique, les inconveniens d'incommodité & de durée, & une aparence de grandeur & de solidité, doivent prévaloir sur l'aveugle déference qu'on a pour les ouvrages de ceux qu'on confidere comme les maîtres de l'art. En effet combien ne s'est-il pas glissé d'abus touchant les piédestaux ?

Le premier a été d'en entasser plusieurs les uns sur les autres immédiatement ou sur de hauts socles, dont un troisième enfin porte le Plinthe de la colonne, comme on voit aux magnifiques Autels de St. Ignace, & de Louis de Gonzague à Rome au College Romain.

Le second abus est de faire des piédestaux cylindriques, comme on en voit au Palais Farneze, & dans les desseins du fameux Frere Pozzo, qui les accompagne d'une faille d'entablement du même contours.

Le troisième pire que les précédens, est de les faire en consoles, sur lesquelles les colonnes portent à faux, j'en ai vu de grosses ainsi soutenues, dont la charge avoit fait panacher & affaiblir le piédestal en devant, malgré les précautions qu'on avoit pris pour l'empêcher ; cette idée est repetée dans plus de dix planches des desseins de Pozzo.

Des Bases

La nature nous fournit des modeles de bases élargies dans la plupart des corps qu'elle destine à être posez verticalement, & la Mécanique nous en montre la nécessité pour les mettre en état de faire une résistance capable de contrebalancer les efforts des vents qui pourroient les renverser ; cependant nous voyons dans les monumens de

L'Architecture antique, qu'on ne mettoit point de base sous les colonnes de l'Ordre Dorique, on les faisoit poser à cru sur le pavé, quoique celles des autres Ordres en eussent d'affectées ; cette disposition qui a paru sans raison & assez mal fondée, n'a été approuvée ni suivie d'aucun des Architectes modernes, & pour ne pas paroître abandonner cette Architecture qu'ils ont pris pour modèle, ils y ont cherché quelques exemples de bases, ils en ont trouvé au colisée, & à un temple qui étoit auprès de St. Adrien ; mais comme celle du colisée est trop bizarre, la plupart l'ont désapprouvée, & ont conclu qu'il falloit donner au Dorique la base attique qui avoit été employée dans tous les ordres presque indifféremment. Vignole qui n'a pas été de cet avis, a voulu en faire un à sa fantaisie, qu'il a pris de la partie supérieure de certaines bases Corinthiennes, comme de celle de la Maison carrée de Nîmes, ou du temple de Jupiter Stator ; pour moi j'aime-rois mieux la simple base Toscane sans l'addition d'une baguette posée immédiatement au dessus du Tore, laquelle est une désagréable répétition de la même moulure, où il n'y a d'autre variété que celle de la grosseur.

S'il faut des autorités tirées de l'Antique pour appuyer mon avis, je n'ai qu'à citer la colonne Trajane, qui est constamment de l'ordre Dorique, puisqu'elle en a les proportions exactement, ayant pour hauteur huit fois le diamètre de sa base ; ceux qui la mette au rang de leur ordre Toscan, prennent pour prétexte cette base même qui n'est pas un caractère d'ordre, car il est fixé dans le rapport du diamètre de la base à sa hauteur ; si l'on est pas content de cette autorité d'Antique, j'en puis trouver de plus anciennes dans les ruines de Persopolis, qui selon mon induction de ce que Chardin* nous en dit, sont plus anciennes de près de 800 ans que l'ordre Dorique même, qui a bien pû en tirer son origine ; car il est assez probable par le commerce établi entre les Grecs & les Perses, que les colonnes de ces ruines ont servi de modèle à celles de cet ordre, puisque leurs canelures sont à vive-arête comme celles des monumens Doriques.

Or suivant les desseins que nous en donne Chardin, qui les avoit fait tracer sur les lieux par un dessinateur de profession qu'il avoit mené avec lui, le profil des bases de la plupart de ces colonnes qui subsistent encore dans leur entier, est précisément celui des Toscanes, donc cette base est originairement celle de l'ordre Dorique, dans lequel les

* Chardin prétend que le Temple de Persépolis appelé aujourd'hui *Tchelmînar* (40 Colonnes) a été bâti 450 ans avant Moïse, qui vivoit 1571 ans avant Jésus-Christ, ce qui fait 2021 ans avant Jésus-Christ, l'Achaïe n'est connue que 1350 auparavant, ainsi ces colonnes sont plus anciennes que l'ordre Dorique de 771 ans.

Architectes Grecs l'ont mutilé de son tore , n'y laissant que le reglet avec le congé , & quelquefois totalement supprimée par un caprice désagréable ; dont on ne peut deviner la raison.

QUANT à la base de la colonne Ionique , le même Architecte nous donne encore un fort mauvais modele de l'aveu de tous les connoisseurs , il est vrai qu'il l'a prise de Vitruve comme d'un bon Maître , mais les égards dûs à ce premier Auteur des regles d'Architecture n'ont entraîné ni Palladio ni Scamozzi , parce qu'on n'en trouve aucun exemple dans l'Antique , & que l'ordonnance en paroît contraire au bon sens , en ce qu'une base doit avoir un membre solide posé sur le Plinthe , puisque c'est un apui qui en est supposé détaché , & non pas continu au Plinthe comme le Cavet de cette base. Nous ne craignons point de nous déclarer contre Vitruve dans cette disposition , parce que nous avons d'autres preuves de son mauvais goût en fait de base , tel est le Plinthe rond qu'il met sous sa base Toscane , idée dont on ne voit point d'exécution dans l'Antiquité Romaine , mais seulement dans l'Architecture Gothique , où les Plinthes sont tantôt ronds tantôt à pan , & presque jamais quarrez.

LA base de la colonne Ionique dans les meilleurs monumens de l'Antique , & celle que les plus judicieux des Architectes modernes lui donnent , est celle qu'on appelle Attique , qui consiste en deux Tores séparés par un Cavet , lesquels compris le Plinthe , font ensemble la hauteur d'un demi diametre de la colonne sous une autre espece de petite base qui est un congé , & son anneau posé sur le second tore.

LA même base Attique augmentée entre les deux tores d'une Astragale , & d'un second Cavet avec deux reglets , devient la base Corinthienne sans augmenter la base totale d'un module ; de sorte que le nombre des moulures étant augmenté dans un même intervalle , la hauteur & la saillie de chacune en particulier sont diminuées , ainsi un Plinthe & un Tore à la base Dorique , doivent être beaucoup plus gros & plus haut que le Plinthe & le Tore du Corinthien , puisque dans ce premier ordre ils font la valeur d'un demi diametre en hauteur , & qu'au second ils n'en font qu'environ la moitié.

DANS plusieurs Antiques on voit l'Astragale entre les deux Cavets doublée & contiguë , comme au Corinthien du Pantheon ; mais l'exemple des Thermes de Diocletien , où elle est simple , paroît plus beau aux yeux des connoisseurs , qui trouvent avec raison du chetif dans la répétition ; cependant c'est celle qui est la plus généralement adoptée par nos Architectes modernes. Vignole pour varier son ordre composite en a fait la base à simple Astragale , quoique dans l'arc de Titus qu'on

qu'on a pris pour modele de cet ordre prétendu, elle soit double comme la Corinthienne. Si cet Architecte avoit raisonné, il auroit dû au contraire prendre la simple pour son Corinthien, & la double pour son composite; puisqu'il veut que ce dernier rencherisse sur le premier.

Je n'entre pas dans la minutie du plus ou du moins de grosseur de chacun des membres des bases, il suffit d'en avoir vu, & d'avoir un peu de goût pour en sçavoir faire le profil.

On voit par le détail de toutes les bases usitées, quel rapport elles peuvent avoir avec la chaussure humaine, dont on veut qu'elles tirent leur origine: Scamozzi, qui en a senti le ridicule, veut la tirer du mot latin *Torus*, qui signifie un lit, prétend qu'elles représentent des matelats, ou lits de plumes *Picemacetti*, comme si on s'étoit avisé dans les premiers tems d'asseoir mollement des bois posez de bout. Il ne sçavoit pas que *Toros* en grec, signifie un tour à tourner en rond; d'où vient la véritable origine de *Tore*; puisqu'on fait au tour, autant qu'on le peut, les bases, qui ne sont pas trop grosses pour y être appliquées; mais le mot de *Spira* décide la question, comme nous l'avons dit ailleurs.

Des Fusts des Colonnes.

Les plus anciennes Colonnes de pierres, à ce que croit Scamozzi, qui en a cherché l'origine, sont celles du Labyrinthe d'Egypte, qui n'avoient ni bases, ni chapiteaux, de sorte que ce n'étoit; suivant le langage des Architectes, qu'un *Fust fustis*, un bâton.

La plupart des Colonnes antiques diminuoient de grosseur dès le pied, à l'imitation des arbres qui sont plus épais par le bas que par le haut, c'est à dire, qu'elles étoient des cônes tronquez. Ensuite on s'est avisé de les faire Cylindriques, jusqu'au tiers de leur hauteur, d'où on a commencé une diminution du quart ou du sixième de son demi diamètre suivant une ligne courbe, que plusieurs Architectes ont cherché à rendre régulière par des transpositions de différentes ordonnées du cercle appliquées à son axe, & répandues suivant certaines divisions le long des deux tiers de la colonne, qu'ils diminuent, ce qui la rend bizarrement partie Cylindrique & partie Conoïde. Pour moi je me déclare partisan de cette diminution prise dès le bas, qui fait la colonne toute en conoïde tronqué, dont la ligne droite, tirée de la base, au sommet de la colonne, est la Corde d'un arc de section conique ou de Conchoïde.

VIGNOLE sans être Géometre, a trouvé une courbe, que Blondel a reconnu pour être la Conchoïde de Nicomede, sur quoi il a donné une

autre maniere pour y appliquer les courbes des Sections Coniques, & rendre le Contour de cette diminution, portion d'Ellipse de Parabole ou d'Hyperbole, il n'y a qu'à choisir; & parce que cette Courbure se peut continuer agréablement audeffous du tiers, c'est-à-dire, prendre naissance dès la base, on a diminué la colonne du tiers en bas & du tiers en haut, ce qui fait au tiers une grosseur qu'on appelle *Renflement*. Plusieurs Gens de bon goût l'ont désapprouvé; parce qu'ils ne le trouvent pas naturel; je pensois de même avant que d'avoir vû ces grands arbres de l'Amerique, qu'on appelle *Palmistes*; mais ils m'ont fait voir un modele si parfait des Colonnes renflées, qu'ils me l'ont rendu tolerable, pourvû qu'il soit peu sensible. En effet ils sont dans toute leur hauteur sans branches, & sans nœuds, aussi ronds dans leur contour & unis à leur surface, que le peuvent être des Colonnes faites au tour; & ce qui est remarquable, ils sont tous renflés à commencer insensiblement dès le bas jusques vers le tiers & la moitié, & rediminuent de même, jusqu'au sommet où est le bouquet de palmes, qui les termine très-régulièrement par un arrangement merveilleux. Il n'est donc pas nécessaire d'avoir recours à la pitoyable raison de quelques Architectes, qui pour autoriser cette innovation dans l'Architecture en vont chercher un exemple dans le corps de l'homme, qu'ils croient plus large vers les hanches qu'ailleurs, ce qui n'est pas exactement vrai, si l'on fait attention aux épaules; mais quelle analogie y a-t-il de la figure d'un arbre à celle d'un homme? le bon sens est choqué de la substitution qu'on a voulu faire des figures humaines aux Colonnes, comme dans ce qu'on appelle *l'Ordre Persique* & des *Cariatides*, où des hommes & des femmes servent de supports à des entablemens; l'homme n'est pas fait pour supporter un fardeau immuable; quoique Vitruve ait attribué cette faute de bon sens aux Anciens, il semble par quelques monumens, comme celui du Palais Farnese, que ces Esclaves ne servoient pas de supports aux Chapiteaux ni aux Architraves, mais qu'on les avoit enchaînez en Trophée dans des angles, à la place où doivent être des Colonnes; qu'au reste ils n'en faisoient pas les fonctions; puisque l'entablement portoit sur un massif de maçonnerie; quoiqu'il en soit, il n'est permis qu'à des Dessinateurs de Tabernacles & de Retables, ou à des Architectes ignorans d'y employer des anges ou d'autres figures humaines, ou à des Sculpteurs d'ornemens chimériques propres à des jambages de cheminées, de renouveler l'absurdité des ordres Persiques & des Cariatides ou des Thermes; car quand même * l'exécution en seroit aussi belle que celle de la Tribune de la Sale des Suisses du vieux Louvre à Paris, l'application qu'on en fait à une ordonnance d'Architecture, considérée comme un corps de bâtiment, n'en est pas moins un témoignage du défaut de jugement de ceux qui ont inventé & de ceux qui ont imité ce genre de support, si disproportionné à sa charge.

* *Nec si gigantes ab arte, ideo de his statim debent repente judicari nisi argumentationibus certis habuerim rationes sine offensionibus explicatas.*
Vitr. l. 7. c.

CETTE invention de l'ordre des Cariatides a donné occasion à une imagination de colonnes courbes , coudées depuis le tiers en bas , à peu près comme le profil d'un homme assis, laquelle me paroît si extravagante , qu'elle ne méritoit pas d'être réfutée , si elle n'avoit été proposée par un Auteur , qui s'est rendu fameux en Italie & en Allemagne ; c'est le Frere Pozzo , Jésuite , connu par plusieurs morceaux d'Architecture effective , & par d'autres de Peinture en perspective , & enfin par le livre in-folio qu'il a publié sur cette matiere , premièrement à Rome , & qui a été ensuite traduit & gravé à Augsbourg en 1719. ce qui l'a répandu entre les mains de la plupart des Architectes , Peintres & Sculpteurs , parmi lesquels il s'en est trouvé , qui ont mis en œuvre cette bizarre idée , à laquelle ils ont déjà fait passer les monts ; car j'ai vû deux pilastres dans ce goût , exécutez en beau marbre sur l'Autel des Barnabites de Thonon en Chablais.

RIEN n'est plus contraire à la fin pour laquelle on doit faire des colonnes, que de les courber de façon qu'elles soient obligées d'être soutenues elles-mêmes ; puisqu'elles ne sont faites que pour porter un Entablement ; le Frere Pozzo. qui a bien senti cette absurdité , ne veut employer ses Colonnes assises (c'est ainsi qu'il les appelle) qu'à l'appui des pilastres à plomb , *quod pilis conjunctæ sint* , c'est-à-dire , qu'il les donne en place de consoles renversées ; mais il s'en faut bien qu'elles en aient la grace & la beauté. Les consoles renversées sont des massifs , où la volute ne sert que de terminaison , & celui qu'il faut mettre sous les colonnes assises n'y est point naturel , & ne peut sauver le porte-à-faux qu'en l'avancant à plomb autant que le dessus de la colonne , auquel cas il ne sert qu'à faire mieux apercevoir le ridicule de la courbure. * C'est trop s'arrêter à réfuter une méprisable nouveauté : comme l'inventeur exige qu'on fasse si bien qu'elle ne choque pas la vûe , je pense qu'il n'y a point de plus sûr moyen que de ne point présenter aux yeux des gens sensées des colonnes *Affises*.

QUELQUES Architectes amateurs des fatras de sculpture ont voulu orner les fûts des colonnes , qui ne sont guères susceptibles d'ornemens. Les Anciens les faisoient ordinairement unis , souvent aussi Canetez , ce qui est agréable à la vûe , apparemment , parce que c'est une imitation de la gerfure de certains arbres , dont l'écorce est comme fendue de haut en bas ; mais parce qu'il y en a de gerfez en écailles & d'autres en vis , ils ont imité quelquefois & l'un & l'autre , comme on voit

* Jam verò peto [dit Pozzo, Partie 2. Fig. 75. & 76.] cur aliud necesse sit ipsas stantes ponere , nec possint satis superque fingi suo munere etiam sedentes , quod si in hoc nihil indecorum est , non video quid absurdi sit in faciendis columnis flexis , atque , ut ita dicam , sedentibus ; aio tamen , licet earum aspectu oculus minimè offendantur , sinique ferendo ponderi , eo quod , pilis conjunctæ sint , non tamen abutendum esse in alias res transferendo.

au Temple près de Trevi, rapporté par Palladio, les premières en écailles sont les plus rares ; mais les secondes en vis ne le sont pas ; j'en ai vu à un morceau de colonne dans les ruines de la ville des Curiosolites, au Village de *Corseul* en Bretagne près de Dinan, de très-bien exécutées, qui avoient pour base celle qu'on appelle l'*Attique*.

* Ce genre de Canelures prouve, que les Architectes de ces tems ne pensoient point à l'imitation des plis des habits des femmes d'où Vitruve veut tirer l'origine de cet ornement.

On attribue, avec quelque vrai-semblance, aux Canelures en vis, l'idée d'invention des colonnes torfes, lesquelles, quoique décrites par les gens de bon goût, ont conservé des partisans, particulièrement en Espagne, où elles ont fait fortune plus qu'ailleurs ; presque tous les Retables & les Tabernacles en sont décorés ; on a beau dire, que cette figure en Hélice, & si peu propre à supporter un fardeau que les plantes, qui sont ainsi tournées, comme les Convolvules d'Europe & les Cîanes d'Amérique, ne peuvent se soutenir d'elles-mêmes ; qu'elles ne s'élèvent qu'à la faveur des arbres, sur lesquels elles rampent, & que cette figure répugne à l'idée de solidité qu'on cherche dans un support, la raison ne peut détruire la mode, il n'y a point de Supérieur ou Supérieure de Religieux, ni de Curé de Village, qui ne préfère une colonne torse à toute autre, pour composer un Reuble ou un Tabernacle.

On voit dans les desseins du Frere Pozzo des colonnes mixtes, qui sont cylindriques jusqu'au tiers & torfes au dessus ; j'ai remarqué que cette partie torse les faisoit paroître trop courtes.

L'AUTRE espece d'ornement qu'on a imaginé pour les fusts des colonnes, est de les charger de bandes de sculpture saillantes, comme on en voit à S. Etienne du Mont à Paris, au Palais des Tuilleries & ailleurs ; cette interruption des fusts leur donne un air massif, plus propre à une Forteresse ou à une Prison, qu'à décorer la face d'une Eglise ou d'un Palais de Prince. Il faut renvoyer ce genre d'invention aux décorations des Operas, comme au Palais de Pluton dans *Alceste*.

* On peut voir dans le premier Tome de l'Histoire de l'Academie des Inscriptions, un extrait du mémoire que j'envoyai en 1709, à Monsieur le Pelletier de Souzy, notre Directeur Général, touchant les restes de l'Ancienne Ville des Curiosolites, que je découvris au Village de *Courseul*, où il faut remarquer, que lorsque l'Historien dit, *Que M. le Pelletier y envoya un Ingenieur de S. Malo*, sans me nommer, il faut entendre que j'étois alors en résidence à S. Malo, & non pas natif de cette Ville. Il faut aussi remarquer, que lorsqu'il est dit au 4. Tome dans l'éloge de M. le Pelletier, que mon rapport a été inséré *tel qu'il étoit*, il faut entendre, en Substance ; car il étoit plus étendu, & accompagné d'un Plan & des Figures.

Nous concluons donc que les Fûts des colonnes doivent être unis ou taillés d'un certain nombre de Canelures verticales, comme de 24. ou 30. les colonnes des ruines de Persepolis, dont j'ai parlé ci-devant, en ont 40. mais il y a encore du choix dans leur façon, la meilleure est en bottes, Vitruve & ses Sectateurs en veulent d'Angulaires aux Colonnes Doriques; quoique les vives arêtes, qui en résultent en diminuent la durée, & qu'elles soient peu conformes à la nature; en effet les Architectes prévoyans qu'ils ne pouvoient leur donner une force suffisante pour résister aux moindres chocs, ont imaginé de les remplir jusqu'au tiers de la hauteur de la colonne, par une façon de rofeau qui en remplit le canal, & empêche les écornures des Canelures, ils les appellent *Rudenture* du Latin *Rudens*, qui signifie chez Plaute un Cable, ce qui n'a pas grand fondement dans la vrai-semblance; puisqu'un Cable ne peut avoir aucune fonction dans ces canaux; mais ce n'est pas le seul endroit où les origines sont mal prouvées.

Nous n'avons rien à dire des Fûts Cyindriques, ou des piliers sans diminution, non plus que des colonnes ovales par leur contour horizontal, ce sont choses hors d'usage ailleurs que dans l'Architecture Gotique.

IL nous reste à faire une remarque sur un mélange (assez ordinaire dans les édifices d'Italie) où l'on voit des colonnes & pilastres de différentes hauteurs s'élever du même niveau, particulièrement dans ceux qui sont du dessein de Michel Ange Bonavota & du Cavalier Borromini, comme à St. Pierre au Capitole, S. Charles in Corso, &c. ce mélange selon moi a plusieurs mauvais effets. 1.^o En ce que les entablemens des petits ordres ne peuvent être continuez sans couper ou pénétrer les colonnes du grand. 2.^o Parce que l'opposition du grand & du petit fait que les grandes colonnes paroissent colossales, & les petites des fuseaux. L'exemple de Vitruve dans les portiques de ses Places, où il mêle des colonnes de differens ordres & de différentes hauteurs, ne peut autoriser ce défaut; parce que les différences sont peu considerables, au reste ce n'est pas un exemple à imiter.

DES CHAPITEAUX.

PAR Analogie à la tête, qui est la partie de l'homme la plus éminente & la plus aparente, ou si l'on veut au chapeau, on appelle le sommet d'une colonne formée de certains ornemens, un *Chapiteau*; sa figure porte une différence caractéristique de chaque ordre, qui le fait distinguer très-sensiblement.

Du Latin
Caput ou du
Français
Chapeau.

CELUI de la Colonne Dorique n'est composé que de moulures rou-

des, couvertes d'un *Tailloir* quarré, sur lequel pose l'architrave. La naissance au sommet de la colonne est une *Astragale* ou *Baguette* ronde, qui laisse un intervalle en façon de collier, appelé *Corgerin* ou *Collarin*, à cause de sa jonction au Chapiteau, comme le col est au dessous de la tête, ce qui est particulier à cet ordre; parce qu'aux Chapiteaux Ioniques & Corinthiens, l'*Astragale* en fait la naissance immédiate.

La simplicité de cet ordre semble devoir exclure de son Chapiteau les ornemens de sculpture; l'Antique nous fournit des exemples où il est tout unis, comme au Theatre de Marcellus; elle en fournit aussi d'autres, où l'Ove seule est taillée & l'*Astragale* unie, comme au Temple d'Albano, ce qui a beaucoup de grace. D'autres enfin où l'un & l'autre sont sculptés, comme au terme de Diocletien: voilà de quoi contenter la variété des goûts & autoriser celui d'un Architecte quel qu'il soit. Sa hauteur est égale à celle du demi-Diametre de la Colonne, c'est-à-dire, d'un module sans y comprendre l'*Astragale* & son Reglet.

Le Chapiteau Ionique suivant la nature d'un ordre moyen entre le solide & le délicat, est plus orné que le Dorique. Sous son tailloir, qui est quarré, il y a une Ove taillée, qui jette aux deux côtez de la face vûë de front deux volutes d'Enroulemens, dont le contour sur cette face & son opposée est roulé en Spirale, & ses côtez en Campanes, adossées en façon de balustres, qui en forment le couffinet.

Vitr. l. 4. LA figure singulière de ce Chapiteau a fait dire quelques puerilités aux Architectes; Vitruve veut qu'il ait été inventé à l'imitation des *coëffures* & de l'arrangement des tresses des cheveux des femmes d'Ionie, comme si le Chapiteau avoit l'air d'un visage. Certainement quiconque prendra la base des colonnes pour leur chaussure & les Canelures pour les plis de leurs robes, peut bien prendre les Volutes pour les boucles de leurs cheveux; ces idées viennent des Pays où l'on métamorphosoit les hommes & les femmes en arbres. Un Philosophe en rit, prévenu que la nature n'a pas fait les hommes pour servir de piliers aux batimens, c'est aux forêts & aux carrieres à faire cette fourniture. Scamozzi, qui ne reconnoissoit aucune trace de nez ni de bouche au Chapiteau Ionique, s'est moqué de Vitruve; mais il n'a guères mieux rencontré dans la recherche de son origine, il veut que ce soit l'imitation d'un couffin, mis sur la colonne, auquel on a retrouffé les coins en les roulans. Selon lui les colonnes de cet ordre devoient être à leur aise, puisque leurs bases posoient sur des lits de plumes bien molets, *Picemacetti teneri è Molli*, & leur Chapiteau étoit bourré d'un couffin pour n'être pas meurtri par la charge de l'Architrave. Il est vrai que l'expression de Vitruve, *Pulvinum*, qui

q. i. Basi
Spiram suppo-
suerunt pro
Calceo, capituli
volutas uti
capillamento
concrispato
cincinnos
propendentes
dextra ac
sinistra collo-
caverunt, &
cymatiis &
Encarpis pro
erinibus dis-
positis frontes
ornaverunt,
truncoque to-
to strias uti
solarum ru-
gasmatronali
more demije-
runt.

signifie un couffin, semble favoriser son sentiment; car il appelle les Chapiteaux Ioniques *Capitula pulvinata*, & plus bas *Pulvinorum Balthei*. Sur Vitruv.
l. 3. c. 3.
Perrault mécontent de toutes ces prétendues significations, prétend que ces Volutes représentent des écorces tortillées; pour moi je ne sçai qu'en dire, si ce n'est que c'est une sorte d'ornement, qui nous est venu de l'Ionie, où les femmes avoient aparamment les cheveux trefez en rouleaux sur les oreilles, comme quelques femmes de Nuremberg, cette figure usitée a plu à quelque Architecte ou Sculpteur, qui l'a introduit au Chapiteau de cet ordre dans un bâtiment de conséquence, tel qu'étoit celui de Diane, qui l'a mis en vogue, & nous l'a transmis. Postea Diane
constituere a-
dem quaren-
ter novi gene-
ris speciem.

La hauteur de ce Chapiteau, suivant Vitruve, n'est que d'un tiers de diametre de la Colonne; ailleurs on le trouve de la moitié.

IL y a une chose à remarquer au Chapiteau Ionique, c'est qu'il paroît n'avoir été inventé que pour les colonnes; car il ne peut convenir aux pilastres sans attention de la saillie de ses volutes sur le devant: je suis surpris que les Auteurs des livres d'Architecture, qui ont entré dans le détail des plus petites choses, ne nous aient pas averti de cet inconvenient, & du remede convenable pour le bien ajuster à la surface plane d'un pilastre.

Le chef-d'œuvre de l'invention des Chapiteaux, ou terminaisons de la partie supérieure des Colonnes est celle des Corinthiens; c'est une ingénieuse composition de feuilles arangées autour du Tympan de la Colonne, comme une espece de bouquet de verdure, qui a quelque conformité avec le sommet de certains arbres, comme des palmistes de l'Amerique; ce bouquet dans son origine étoit composé de feuilles d'Achante, que Callimachus copia d'après nature d'une plante, qui envelopoit un panier couvert d'une tuile; mais les Architectes, ou peut-être les Sculpteurs lui ont substitué des branches d'olivier, comme à la Rotonde; d'autres des feuilles de Laurier, comme au Temple de Vesta; quelques-uns des feuilles de Chêne, quoique les branches de ces arbres étant moins flexibles soient moins propres à plier pour faire les revers ou les *Galbes*, qui font une des principales beautez de l'ordonnance de ce Chapiteau, peut-être que leur raison a été la crainte de la confusion des parties des feuilles d'Achante, dont les divisions étant moins profondes, & plus petites que celles des feuilles détachées des autres arbres, ne feroient pas si bien articulées, étant regardées de loin; mais puisqu'ils ont transféré les feuilles d'Achante au chapiteau de leur composite, cette raison ne doit plus être admise; car s'ils les ont jugé moins apparentes & moins belles que les autres, pourquoi ont-ils prétendu rencherir sur le Corinthien, par

une composition qu'ils trouvent eux-mêmes défectueuse ? En effet tout le monde estime le Chapiteau Corinthien plus parfait que tout ce qu'on a pu imaginer jusqu'à présent ; c'est en vain que les Architectes & les Dessinateurs, encouragez par des prix qu'on leur a proposé en France & ailleurs se sont efforcé d'imaginer quelque chose de mieux, on est toujours revenu au Chapiteau Corinthien ; mais plusieurs y ont gravé sur le tambour, avec peu de jugement, dans les intervalles des feuilles, les entrelas d'un panier d'osier, croyant bien faire de retracer aux yeux le sujet de l'invention de Callimacus, sans s'apercevoir du ridicule de cette application à un corps solide, qu'on réduit par cette idée à la faiblesse d'un panier, qui devoit être écrasé par le poid de l'entablement ; il ne convient pas mieux de dire, que le Tailloir représente la tuile, qui étoit sur ce panier ; puisqu'il y en a un au Chapiteau de chaque ordre, où l'on ne suppose point de panier ; cette partie est une ingénieuse transition de la rondeur du sommet de la Colonne à la superimposition de l'Architrave, comparable à ces bouts de planche, que l'on met sur un étançon, pour recevoir le bois de bout, afinque l'impression de la charge s'y fasse plutôt qu'à la pièce de bois que l'on veut supporter ; la seule différence de la baque du Chapiteau Corinthien est la figure à pans coupez, & faces creuses pour accompagner la faillie des volutes & Caulicoles des Angles qu'elle couvre, & dont elle arrête les tiges, comme la tuile qui couvroit le panier, faisoit replier ces feuilles d'Achante, que Callimacus dessina.

DES PILASTRES.

Nous apellons Pilastres ces Piliers quarréz, qu'on employe à la place des Colonnes aux endroits où cette figure convient mieux que la Ronde, comme à la tête des murs, & aux angles saillans ; telle étoit la terminaison des murs des anciens temples sous les portiques aux deux côtez de leurs entrées, où ils formoient une simetrie avec les Colonnes correspondantes, & parce qu'ils étoient sur le devant on les apelloit *Antes* ; M. de Cordemoy a prétendu que c'étoit là leur unique place ou dans un angle, & qu'ils ne devoient pas être employez ailleurs ; pour moi qui suis toujours l'idée des premiers Architectes, qui ont voulu imiter la Charpente : je trouve qu'un Pilastre ressemble fort bien à une pièce de bois équarri, servant de poteau montant dans une cloison ou pan de bois aparent, & qu'en cette qualité il n'est pas moins fait pour être enclavé dans un mur, que pour être mis à la place d'un poteau Cornier, à la tête ou dans un angle saillant.

J'y aperçois encore un usage pour la solidité. C'est que les pilastres tiennent lieu de ces chaînes de pierre de taille, qu'on mêle souvent

souvent dans les murs pour les fortifier, la saillie qu'ils ont sur le nud d'une muraille, cache les petites imperfections d'alignemens & de bossés, qui échappent à la vigilance de l'Architecte dans la construction, & forme des especes de panneaux, qui sont agréables à la vûe, quand leur hauteur est proportionnée à leur largeur. M. de Cordemoy veut qu'ils fassent toujours saillie d'un quart de leur diametre, & jamais moins ni plus, c'est une décision de son goût, qui s'est déclaré en général contre les Pilastres isolez, & contre ceux qui sont enclavez dans les murs. *Les Colonnes*, dit-il, *ne sont pas faites pour être enfermées*, j'en conviens & suis de son avis, mais ce raisonnement ne conclut pas contre les Pilastres, leurs faces planes sont à leur jonction, avec celles des murs, des angles rectilignes, qui ne sont point désagréables à la vûe, comme ceux des colonnes avec ces murs, qui sont mixtes, & font sentir l'interruption de la surface courbe par la plane; mais vouloir s'appuyer des exemples de l'Antique, pour rejeter les Pilastres partout ailleurs, où ils n'ornent pas le bout des murs des Temples Profites ou Amphiprofiles, c'est trop hasarder; car non seulement Vitruve en parle sous le nom de *Parastates*, aussi bien que sous celui d'*Antes*, qui avoit probablement une signification differente. Pline parle des *Colonnes Attiques*, qui étoient quarrées. Les Thermes de Diocletien nous en montrent de même qui étoient isolées & non pas en Attique. Et les Antiques de differentes ruines, dessinées par Palladio, nous en font voir d'enclavez dans les murs, comme nos Architectes modernes le pratiquent. Le nombre des exemples en est trop grand & trop connu pour qu'il soit nécessaire de les citer; bien plus on y voit des colonnes engagées dans les murs, comme les Pilastres, en quoi l'Antique n'est pas à suivre par la raison que je viens de donner.

LES Architectes ont remarqué, que les Colonnes angulaires isolées paroissent plus minces que les autres; parce qu'elles étoient environnées d'un plus grand air. Vitruve pour y remédier veut qu'on en augmente le diametre d'une cinquantième partie, & Scamozzi veut qu'on n'y employe que des Pilastres; ce dernier avis paroît plus judicieux.

LE même Vitruve, l. 3. c. 3. a une idée singuliere sur les colonnes des coins, & celles qui les doivent suivre dans les rangs, qui sont à droite & à gauche aux côtez du Temple, il veut qu'elles ayent le côté du dedans, qui regarde les murs du Temple, absolument à plomb, & cependant que l'on donne aux parties du dehors la diminution ordinaire. Je respecte fort les avis, mais je ne voudrois pas les suivre en cela.

A l'égard des angles rentrans, on trouve souvent dans les batimens

modernes des Pilastres repliez, qui suposent une pénétration de deux *Antes* ou Pilastres de tête, dont l'angle de l'un va au centre de l'autre; cette ordonnance n'est pas naturelle, cependant on la rencontre très-fréquemment même dans les ouvrages & desseins des plus grands Maîtres, tel qu'est Palladio, dans son plan des Places publiques des Romains, tant il est vrai qu'on trouve des autoritez pour toutes sortes de caprices.

Je tiens encore pour superfluité les Pilastres en saillie immédiatement derriere les Colonnes, n'est-ce pas multiplier les êtres sans nécessité? Croit-on que l'Architrave ait besoin de ce suport? & puis-que la Colonne le couvre en face, à quoi sert un ornement, dont on n'aperçoit qu'une partie par les côtez? un dossieret tout uni ne feroit-il pas suffisant?

A l'égard des saillies des Pilastres sur le nud des murs & de leur doublement ou plis, c'est aux Architectes à prendre de bonnes mesures pour racorder les feuilles & volutes des Chapiteaux Corinthiens & Ioniques, qui par ces différentes dispositions se rencontrent & se pénètrent; un peu plus de simplicité dans leur composition en augmenteroit la beauté, & leur épargneroit bien de l'embarras.

DES ENTRECOLONNEMENTS.

LES Colonnes plus ou moins écartées les unes des autres ont des effets biens differens pour la grace du coup d'œil; il faut sçavoir la ménager en conciliant la solidité avec la commodité; il est de certains cas où cet accord n'est pas aisé. Si l'on fait un Portique au devant d'une entrée, les Colonnes couvrent les jambages de la porte, comme on voit dans les Temples Antiques, Scamozzi pour y remédier veut qu'on fasse l'entrecolonnement du milieu plus grand que les autres; on en voit quelques exemples, particulièrement au Temple de la Pieté d'ordre Dorique rapporté dans la dernière édition de Palladio, où non seulement celui du milieu est plus grand étant Diastile; mais aussi les Collatéraux sont plus grands que les derniers, qui sont aux angles; il faut pour cela sacrifier la beauté de la simetrie. Ceux qui suivant la maniere abusive de notre tems font des Arcades derriere les Colonnes, ne sont pas embarrassés de la solidité; car les Arcades sont chargées de la portée des Architraves; mais dans cette confiance ils nous font des Areostiles outrez & difformes; tels sont ceux que Vignole & sa Sequele prescrivent aux Portiques en Galeries avec des pedestaux, où il n'hésite point de donner 13. modules d'intervalle d'une colonne à une autre, comme dans son Dorique. Disposition qui choque la raison, aussi-tôt que l'œil aperçoit une longue

masse d'entablement portée par une si petite quantité de colonnes, que l'édifice ne pourroit subsister un moment, si les arcades postiches, en étoient retranchées.

Je ne citerai point pour modele des Entrecolonnemens les quatre manieres d'espacer les colonnes, observées par les Anciens; leur Pionostile ne péchoit pas moins par une superflue multiplicité, que nos Areostiles modernes par le défaut d'une quantité suffisante de supports pour un entablement: Je ne croi pas non plus que leur *Eustile*, qui passoit pour la plus belle de toutes les dispositions, eût une beauté constante; car puisque c'étoit l'intervale de deux diametres, & un quart des colonnes, il devoit être d'une largeur inégale à l'égard des hauteurs des colonnes de chaque ordre. En effet, au Dorique, où elles avoient sept diametres & demi, le petit côté du vuide de leur intervalle étoit au grand, comme 9 est à 30, & au Corinthien, comme 9 est à 40; donc cet entrecolonnement laissoit une baye en parallélograme plus & moins allongé; or, selon moi, on doit moins consulter le raport des diametres des colonnes à l'espace horifontal, qu'elles laissent entr'elles, que celui de la largeur de cet intervalle à sa hauteur; car puisque ces vuides sont destinez au passage des hommes, lorsqu'elles posent à terre, ou à celui de la lumiere, lorsqu'elles sont au dessus d'un soubassement, ils doivent suivre les proportions des portes & des fenêtres, c'est-à-dire avoir au moins deux fois & un sixième autant de hauteur que de largeur, ou, ce qui est encore mieux, deux & un quart; proportions reconnues pour agréables par les Architectes, & qui ne me paroissent pas susceptibles de grandes variations.

La raison que j'en ai est, que cette beauté est fondée dans le sentiment naturel, par lequel nous raportons tout à notre taille & à nos besoins, même avant que la raison ait décidé de la convenance; or une baye, dont la largeur & la hauteur sont proportionnées à notre taille, & qui conserve dans le grand comme dans le petit, le même raport de hauteur & de largeur, doit avoir une beauté naturel en fait de logement ou de passage. Je ne doute pas, que si nous avions la taille d'un bœuf ou d'un mouton, une porte quarrée ne nous parût plus belle; parce qu'elle seroit proportionnée à notre figure, de même que la ronde doit être plus belles aux yeux de certains oyseaux, des fouris & autres animaux de pareille figure, & l'exagone à l'égard des abeilles, qui ont ainsi leurs cellules pour qu'elles soient un peu arondies, sans laisser d'intervale de figure inégale entr'elles. Mais parce que nous sommes environ trois fois plus haut que larges, les bras pendans, & au moins deux fois, lorsque nous avons les coudes écartez, pour

porter quelque chose à deux mains; il suit que nous devons trouver les bayes de pareilles proportions plus belles que les autres; d'où je conclus que les entrecolonnemens doivent être tels qu'ils reviennent à cette figure à peu près; or le Picnostile & l'Arcofile n'y reviennent point, le premier pour être trop ferré & trop étroit, le second pour être trop ouvert & trop large; donc ni l'un ni l'autre de ces entrecolonnemens n'est admissible, puisqu'il n'est pas conforme à la beauté de l'Architecture naturelle.

Des Arcades dans les Entrecolonnemens.

LA difficulté de trouver & de manier d'assez grandes pierres pour faire les Architraves d'une pièce à de grands entrecolonnemens, a quelquefois engagé les anciens Architectes à les soutenir par des Arcades, pour pouvoir les faire de plusieurs pièces; quoique ces exemples soient assez rares dans les Monumens antiques, on en voit cependant au Colisée, au Theatre de Marcellus, & en quelques autres endroits, où il auroit fallu des pierres de 26. & 28. pieds de long & en grand nombre.

LES Architectes modernes, autorisés par ces exemples de l'Antique, se sont tous jetés sans discernement dans ce genre de construction, qui leur a paru concilier la solidité, la facilité de l'exécution, & la beauté des ordres d'Architecture, de sorte que depuis environ 200. ans on a vu toutes les Eglises bâties dans ce goût. Il faut convenir que dans une masse énorme, comme à celle de S. Pierre de Rome, on ne pouvoit guères faire autrement, quoiqu'en ait dit M. le Prieur de Cordemoy. Mais hors de ces circonstances je croi avec lui & la plupart des gens de bon goût, que les colonnes appliquées sur des piédroits d'Arcades, sont une vicieuse ordonnance d'Architecture; parce que les Colonades & les Arcades sont deux especes de supports différens, qui ne doivent pas être tous les deux mis en œuvre pour soutenir le même fardeau.

Si les colonnes sont suffisantes pour porter les entablemens & une voûte, pourquoi les appuyer contre des piédroits d'Arcades? Si elles ne sont pas suffisantes, il faut en multiplier le nombre dans la longueur & dans l'épaisseur de l'édifice, en les ferrant & en les acouplant dans les endroits où il en est besoin. Si enfin ces augmentations de Colonnes causent quelques embarras par leur multiplicité, il faut prendre le parti des Arcades simples, sans y ajouter des colonnes, qui deviennent alors inutiles, aussi bien que les Architraves & les entablemens; ce mélange ne produit que de vicieux arcofiles, une

occasion de dépense superflue, & une preuve de peu du jugement de l'Architecte.

LES Goths ou plutôt les Maures, dont on croit que nous est venue l'Architecture nommée Gothique, quoique peu sentez dans l'Ordonnance de plusieurs parties de leurs ouvrages, ne sont pas tombez dans ce genre de défaut; ils ont fait de gros piliers pour supporter les Arcades, & des perches pour servir de base aux Nervures de leurs voutes; mais ils n'ont jamais fait d'Entablement, brochant sur le tout comme on en voit dans les Architectures modernes, qui jettent l'Architecte dans plusieurs inconveniens.

Le principal est, que faisant porter les Archivoltes des Arcades sur des corniches d'imposte, ces corniches se trouvent coupées par les colonnes ou pilastres, qui sont au-devant des piédroits des Arcades, où ils paroissent comme incrustées après coups, & où ils présentent une idée de la pénétration des corps d'autant plus ridicule, que les corniches des impostes sont saillantes à l'égard des pilastres ou colonnes, au travers desquelles elles passent. On remarque au Theatre de Marcellus, que leur saillie excède le demi diamètre des colonnes, & quelque chose de pis au palais Farnese, où peu s'en faut qu'elle ne coupe la colonne par devant. La règle que Barozzi de Vignole donne de fixer la saillie des corniches d'impostes à la moitié de la colonne, ne fait que diminuer la grossièreté de ce défaut sans la supprimer; il faudroit pour l'ôter radicalement, que la colonne fût totalement détachée du piédroit.

Nous voyons dans plusieurs Monumens de l'Antique, que lorsque les Architectes ont été obligez de faire de grands entrecolonnemens arcostiles adossés à des murs percez d'Arcades; ils ont eu soin d'écarter assez leurs piédroits des colonnes, pour pouvoir faire profiler les impostes au retour de la saillie du piédroit sous l'archivolte; c'est ainsi qu'en ont usé ceux des Mausolées Antiques de Terracine, auprès de Naples, & de S. Remy en Provence auprès de Tarascon. Nos Architectes modernes n'ont presque jamais imité la sagesse de ces exemples; ils ont tous affecté de faire regner les corniches des impostes, autant que celles des Entablemens, malgré les interruptions des colonnes & des Pilastres, qu'ils leur font pénétrer.

Je sçai que l'on objecte aux simples colonnades sans Arcades, le peu de solidité des platebandes, pour porter des entablemens, & la difficulté d'en faire de grandes d'une ou de plusieurs pieces; cependant l'expérience nous fait voir, qu'en se donnant un peu de soin, on vient à bout d'en faire de belles & de solides dans une largeur de 13. à 14. pieds; on en voit la preuve à la façade du vieux Louvre à Paris, du côté de S.

Germain l'Auxerrois. Il se présente rarement occasion de faire des entre-colonnemens d'un plus grand intervalle, & s'il s'en présentoit, l'expérience nous prouve encore, qu'on peut pousser la portée jusqu'à vingt-six pieds; puisque M. Gautier nous parle dans son *Traité des Ponts* d'une platebande de cette longueur, qui subsiste à Nîmes avec si peu de bombement, qu'on s'en aperçoit à peine. Je ne voudrois cependant pas en hasarder beaucoup de pareilles, l'exécution en est trop délicate pour s'exposer aux inconvéniens de cette construction; dans ce cas la solidité des Arcades est préférable à la foiblesse d'une architrave en platebande, qui se soutient à peine elle-même, la prudence veut qu'on s'assure de la durée au préjudice d'une plus agréable décoration.

Si l'on rejette le mélange des Arcades & des Colonnes, on trouvera bien des inutilitez dans les livres des Architectes modernes, qui semblent principalement occupez du soin de régler les entre-colonnemens, de manière que les Arcades s'accordent avec les mesures de l'ordre, qui est appliqué au-devant, comme en bas relief de Colonnes & de Pilastres, qui couvre une partie des piedroits des Arcades & coupe en travers les corniches de leurs impostes. Mais tous les desseins de Vignole, Scamozzi, &c. multipliez sur ce sujet, ne font que mieux apercevoir le mauvais effet d'une telle ordonnance, non seulement par l'inconvénient de cette interruption & pénétration des corniches des impostes, mais encore plus sensiblement par celui de la terminaison des corniches des Piedestaux & de leurs bases, qui viennent s'amortir contre les piedroits, avec lesquels ils ne font aucun accord ni suite; parce que ce sont des choses de hauteur, de largeur & de figure inégale: les Architectes qui ont senti ce défaut ont continué la base du piedestal, ou du moins ses parties les plus hautes pour en faire celle de l'Alette ou piedroit de l'Arcade; mais ils n'ont pû en faire autant à sa corniche, qui ne peut embrasser le piedroit sans y faire une saillie inutile, incommode & de peu de durée; parce que ses carnes étant fort exposées au choc dans le passage, y seroient bientôt écornées. C'est pourquoi il semble que lorsqu'on est obligé de faire des Arcades, il convient de n'y rien ajouter au devant.

DES ARCADES SIMPLES.

J'APELLE Arcades simples, celles qui ne sont point mêlées dans les ordres d'Architecture, comme celles dont nous venons de parler. Une suite d'Arcades, qui n'ont d'autres ornemens que leurs Archivoltes & quelques clefs saillantes, n'est pas d'une si grande aparence qu'un ordre d'Architecture; mais elle a sa beauté, comme on le voit en plusieurs grands Hôtels de Paris, où les piedroits sont quarrés, c'est-à-dire, Angulaires; parce que les naissances & les arêtes des cintres y portent de fond.

D'où il suit que l'on peut quelquefois substituer à de simples piedroits des pilastres, qui ont aussi la même propriété à l'égard des arêtes des cintres, mais non pas des colonnes, comme l'on voit en quelques édifices, par exemple, au Baptistère de Pise & à la Colonnade des Bosquets de Versailles. La raison en est fondée sur ce grand principe d'Architecture, qu'il faut non seulement éviter les porte-à-faux pour la solidité, mais aussi pour la beauté des édifices; or il est visible que la base commune de deux arcades à leur naissance, qui est portée par une colonne, est un carré, dont les 4. angles sont sans appui, & leur faillie au-delà du nud de la colonne est d'autant plus apparente & choquante à la vue, que le spectateur est près d'une des diagonales de ce carré, de sorte que s'il est dans la Diagonale, il aperçoit que ce porte-à-faux est de toute la différence de la demi-diagonale sur celle du rayon ou module de la colonne, comme le cercle inscrit au carré circonscrit. D'où je conclus contre le sentiment de M. de Cordemoy, que cette construction ne peut jamais être agréable à la vue; parce qu'elle lui présente toujours un défaut essentiel, qui est celui du porte-à-faux.

Les Architectes Gothiques, qui faisoient ordinairement porter leurs Arcades par des piliers cylindriques, pour éviter cette difformité abatoient en chanfrein les arêtes des Arcades; mais ils n'ôtoient pas encore par ce moyen toute l'imperfection, il y restoit toujours un porte-à-faux quoique moindre, dont la différence des faillies des angles sur le nud du pilier étoit celle de l'octogone circonscrit au cercle inscrit.

Ce défaut ne peut être levé qu'en arrondissant l'arête de l'Arcade en forme d'anneau; parce qu'alors la base de deux arcades à leur imposte commune devient un cercle; mais apparemment qu'un tel arrondissement est désagréable à la vue; car les Architectes, qui ont eu occasion de le faire ne l'ont jamais mis en œuvre.

DES ENTABLEMENS.

Les Entablemens sont appelés par Vitruve *Ornamenta*, les ornemens des Colonnes. Cette expression paroît fort impropre; parce que ce ne sont pas des accessoires qu'on puisse ôter & mettre indifféremment, ce sont au contraire les parties essentielles d'un édifice: il y a quelque apparence que ce nom avoit été introduit par l'ignorance des ouvriers de son tems, comme à Paris celui d'*Architecture*, pour dire moulure. Quoiqu'il en soit le nom d'Entablement comprend trois parties fort différentes entr'elles, qui sont l'Architrave, la Frise & la Corniche, lesquelles prises ensemble doivent faire la hauteur d'environ le quart de celle de la colonne. Je dis environ & non pas

toujours le quart , comme le veut Barozzi de Vignole ; mais selon les Ordres , tantôt le quart comme au Dorique , tantôt les deux neuvièmes , comme à l'Ionique , & quelquefois le cinquième , comme au Corinthien , ainsi que nous l'avons dit ci - devant , & chacune de ses parties doit aussi avoir des rapports constans avec les hauteurs des colonnes , comme nous devons en parler en particulier , nous observerons seulement en général , que les Entablemens doivent être continués dans leurs directions droites ou courbes horizontalement , sans aucune interruption de coupure , de ressaut dans leur hauteur , & le moins qu'il est possible dans leur saillie. D'où il suit que les fenêtres , coupées dans l'Architrave & dans la frise , comme on en voit au Palais des Tuilleries à Paris , & dans plusieurs de ceux d'Italie , sont de grandes difformitez ; puisque les Sommiers & les Entrevoux ne sont pas faits pour y percer des passages à la lumière du jour , comme le dit expressément Vitruve* ; la nécessité peut quelquefois rendre la chose excusable dans la Frise , où il y a du vuide ; mais rien ne peut rendre tolérable la coupure d'une Architrave ; parce qu'elle est directement contraire à l'idée de la solidité de la Charpente , d'où cette piece tire son origine , comme nous allons le prouver plus au long.

* *Quibus in locis omnino non pariantur res fenestras fieri.* liv. 4. C. 2.

SECONDEMENT , il faut observer que les entablemens ne souffrent aucun mélange de composition d'ordre ; Vitruve dit Ch. 2. l. 1. que c'est une grande faute de bienséance , que de mettre sur des Architraves Doriques des Corniches dentelées , & sur des Chapiteaux Ioniques des Triglyphes ; cependant il nous parle au Ch. 9. du 5. l. d'un mélange de Colonnes de differens ordres , de Doriques , Ioniques & Corinthiennes , qui étoient même d'inégale hauteur sur le même niveau de base* , où l'on mettoit quelquefois sur les Colonnes Corinthiennes des entablemens Doriques ou Ioniques , l'Ordre Corinthien n'en ayant point de particulier , voilà donc une contradiction dans Vitruve.

* Voyez Perraut dans sa note sur le Ch. 9. du 5. liv.

DES ARCHITRAVES.

PUISQUE les Architraves représentent des poitrails ou faumiers , elles doivent en conserver la figure & les proportions , & en suivant cette analogie , plus les espaces des entrecolonnes sont grands , plus elles devroient être grosses , cependant comme ces intervalles ont toujours un certain rapport avec la grosseur & hauteur des Colonnes , on pourroit établir pour règle de décoration , qu'elles doivent avoir à peu près autant de hauteur que de largeur , & parce que leur largeur doit être égale au diamètre supérieur du Fust des colonnes , il suit que leur hauteur devroit être égale à ce diamètre , c'est la mesure que Vitruve donne à son Antitrave Toscane , liv. 4. Ch. 7. & celle de l'Architrave que l'on

Pon voyoit, il n'y a pas long-tems, au Palais des Tuteles de Bordeaux, où il n'y avoit au dessus ni Frise, ni Corniche, mais une espece d'Attique.

Les Architectes leur en prescrivent un peu moins, quelquefois d'un fixième, mais ceux qui ne leur en donnent que la moitié, comme Vignole dans son Dorique, s'écartent des loix d'une sage imitation & des modeles de l'Antique; & ce qui paroît encore plus contraire au bon sens, c'est qu'il leur donne plus de hauteur dans les ordres les plus délicats que dans les solides, au lieu qu'ayant moins de fardeau à supporter, elles ont moins besoin de force. Vitruve par un raffinement qui me paroît assez mal concerté, veut qu'on augmente la hauteur des Architraves suivant une certaine proportion relative à la hauteur des colonnes, il auroit été bien plus naturel de la régler sur les intervalles des entrecolonnemens; puisque l'on doit renforcer les poutres suivant l'étendue de leur portée, la diminution des objets par leur éloignement devoit aussi bien influencer sur les frises & les corniches, que sur les Architraves; cette délicatesse pourroit être de quelque usage dans un ordre Colossal; mais s'il l'étoit, les Architraves deviendroient impossibles à l'exécution; parce qu'on ne pourroit les faire ni d'une pierre ni de plusieurs en platebande,

Pour varier un peu la trop grande uniformité d'une face de poutre, on l'a ornée au parement de petites faillies, qu'on appelle *Faces*, & de quelques renfoncemens dans le fofite. Le nombre des faces suit naturellement la gradation des ordres, considerez par leur simplicité ou richesse. Au Dorique une face couronnée d'un réglelet semble suffire, comme au Theatre de Marcellus, quoique dans d'autres Antiques on y en voit deux. A l'Ionique elle en a ordinairement trois & une moulure sous le réglelet, elle devoit n'en avoir que deux suivant la gradation des ordres. Enfin au Corinthien elle en a trois, quelquefois seulement deux, comme au Frontispice de Néron, & au Temple de Trévi dessiné par Palladio, avec une moulure à chaque division, & une grande sous le réglelet, qui la couronne par des ornemens taillez comme il convient au profil de chaque moulure & à sa situation, observant que les faces supérieures soient plus larges que les inférieures, quoique le contraire ne soit pas absolument sans exemple.

Tous les bons Architectes conviennent, qu'on ne doit pas interrompre l'alignement des Architraves en ligne droite, ni par des ressauts horisontaux, ni par des verticaux, ce sont des directions contraires à la solidité d'une poutre. Les fréquens exemples qu'on en voit particulièrement aux rétables de nos Eglises, sont des productions de Menuisiers

ou de Sculpteurs, qui croient donner de la légèreté & de la variété à leur ouvrage. On en voit de ceintrées verticalement dans nos portes-cocheres modernes, qui ne me paroissent guères plus raisonnables; car une poutre ainsi courbée demande à être chargée avec un parfait équilibre, pour qu'elle ne culbute ni en devant, ni en arrière;

** Quæ à veteribus ex veris rebus exempla sumebantur, nunc iniquis moribus improbanantur.*

Vitr. l. 7. c. 5.

* mais quand on la supposeroit sans inconvénient dans cette situation, il seroit toujours vrai qu'elle tendroit à se redresser, & feroit effort pour écarter les colonnes ou les pilastres, qu'elle dérangerait de leur à plomb; je sçai qu'on les butte si bien, que cet inconvénient n'est pas à craindre; mais nous devons contenter l'esprit, qui demande de la raison dans les imitations.

DES PHRISES.

ON appelle Phrise, l'intervalle qui est entre le Somier & le toit, considéré comme en charpente, c'est-à-dire, celui qu'occupent les bouts des poutrelles & leurs Entrevoux, par conséquent il doit être réglé par la hauteur convenable à leur solidité, qui exige qu'elles soient plus hautes que larges.

LES Mathématiciens ont trouvé que pour concilier la force avec l'assiette des bois posez de champ, la hauteur devoit être à leur épaisseur comme sept est à cinq. Les Architectes, guidez par la seule Géométrie naturelle, ne se sont pas beaucoup écartez de cette proportion; ils ont déterminé le rapport de la largeur du Trigliphe à sa hauteur comme 2 est à 3, & ont fait cette largeur égale au module, c'est-à-dire, au rayon de la colonne, de sorte que leur hauteur est de trois quart de son Diamètre dans son ordre dorique, ce qui a paru assez agréable à la vûe pour qu'on s'y soit conformé dans la plupart des meilleurs ouvrages de ce genre; mais les Architectes se sont fait une loix si sévère de la figure du vuide des Entrevoux, auquel ils ont donné le nom Grec de *Metope*, qu'ils veulent absolument, que l'intervalle de deux triglyphes soit un quarré parfait, ce qui a rendu l'exécution du Dorique, qui est le seul ordre où l'on fasse paroître l'image du bout des poutrelles, si genant & si difficile, qu'ils sont embarrassés aux moindres variations d'ordonnance; ils ne sçavent, par exemple, comment faire, lorsqu'il s'agit d'acoupler deux colonnes; parce que les Triglyphes, suivant les loix de la solidité, devant être situés précisément sur le milieu des colonnes, les Metopes se trouvent oblongs. Il s'en est trouvé, parmi le nombre de ceux qui ont eu la réputation d'être habiles, qui ont mieux aimé confondre les bases des colonnes en les faisant se pénétrer, comme Mansard aux Minimes de la place Royale à Paris, que d'alterer le quarré parfait des Metopes, ou d'élever un peu

la Phrise, ridicule des gens attachez à la minutie, même dans des choses aussi peu importantes que celle-là, comme si c'étoit une difformité insupportable d'espacer des poutrelles un peu plus près ou un peu plus loin les unes des autres; il faut être bien instruit de la convention de cette loy de simetrie, pour en sentir l'irrégularité; ce défaut n'a pas décrié le portail de S. Gervais & le Palais du Luxembourg, où l'on peut remarquer des Metopes plus larges que hauts.

L'ESPACE quarré des Metopes, renfoncé entre les triglyphes, sert ordinairement de champ à des bas reliefs, qui caractérisent la nature du bâtiment; ainsi aux Temples antiques on y représentoit des Maf-facres de bœuf ou de belier, pour désigner que c'étoit le lieu des Sacrifices. Dans nos Eglises modernes, comme aux Invalides de Paris & ailleurs, on y met des attributs des cérémonies d'Eglise, comme Encensoirs, Chandeliers, Banieres, &c. de tels ornemens y sont très-bien placez.

De ce que la Phrise est l'espace qu'occupent en hauteur les poutrelles portées par l'Architrave, il suit que la hauteur doit être moindre que celle de l'Architrave, comme l'a fort bien remarqué Daviler (Page 46.) parce que la poutre doit être plus grosse que les poutrelles, dont elle est chargée; c'est par cette raison, sans doute, que Vitruve lui donne un quart moins de hauteur qu'à l'Architrave, cependant aujourd'hui on la fait plus grande & même souvent plus haute que l'Architrave.

L'APARENCE des bouts des poutrelles, dont on fait parade dans l'ordre Dorique avec quelques ornemens de triglyphes, & de quelques imitations de gouttes d'eau, qui pendent à leur base sur l'architrave, est supprimée dans les autres Ordres, où ces bouts sont couverts, soit pour empêcher que les impressions de l'air ne nuisent à leur durée, ou pour une plus grande uniformité & propreté des dehors. C'est une raison si naturelle, qu'on remarque dans plusieurs pays, où l'on bâtit de *pans de bois*, comme en Alsace & dans le Palatinat, qu'aux maisons les plus communes, les bouts des poutrelles sont aparens au dehors, mais qu'à celles des gens aisez elles sont recouvertes d'un cours de planches, tantôt bombées, tantôt unies & couronnées de quelques moulures, sans qu'on puisse soupçonner les Charpentiers, qui en font les Architectes, d'avoir puisé ces inventions dans les Ecrits des Auteurs des Ordres d'Architecture; il est au contraire très-vraisemblable, que c'est de ces modeles de la simple Architecture, que l'on a tiré les idées des Phrises bombées, dont les Ecrivains ont donné des profils.

A la place des Triglyphes, qui sont des ornemens de peu d'appareil, mais suffisans pour la Phrise, un ordre où l'on n'affecte que de la solidité, on en a répandu d'autres plus composez, & plus délicats sur les Phrises de l'Ionique & du Corinthien; parce que cet intervalle entre l'Architrave & la Corniche est un des plus grands champs unis, & le plus aparent qu'il y ait dans toute l'ordonnance; c'est pourquoi on y mettoit quelquefois une inscription, mais plus souvent des bas reliefs de Rinceaux, c'est-à-dire, des ornemens d'enroulemens & de feuillage semblables à ceux qu'on employe à la broderie des habits & des meubles; & parce que *Phrigios* signifie broderie, on a donné le nom de Phrise, au lieu où on l'appliquoit, même lorsqu'il n'y en avoit point, comme si on eût supposé que la broderie devoit y être, & que le champ tout uni étoit destiné à recevoir ces ornemens.

LES Rinceaux que nous voyons dans quelques Antiques, comme aux Thermes de Diocletien, au Frontispice de Neron & ailleurs, étoient de ces fictions que Vitruve condamne au Chap. 5. de son 7. liv. où l'on voit des moitiés de corps d'animaux ou de figures humaines sortir des fleurs & des enroulemens des feuillages, fiction qui est imaginée contre toute sorte de vraisemblance & qui fait voir que les Antiques ne sont pas toujours la production des Architectes bien semez. Un habile dessinateur de nos jours, nommé Berin, a fait revivre toutes ces folles idées* que Vitruve blâmoit dans ceux de son tems; nos Architectes en ont adopté le goût, avec cette différence, qu'ils y ont un peu plus ajouté du goût Arabeſque, des Joncs coudez, &c. J'aime mieux voir une Phrise toute unie, que ces fortes d'ornemens, que la mode détruira comme elle les a établi; un bas relief historique, comme celui de l'arc de Titus, n'est point sujet à ces vicissitudes.

Ce que nous venons de dire des ornemens, qui conviennent & doivent être appliquez aux Phrises, servira à confirmer le mauvais effet des fenêtres, que plusieurs Architectes y ont percées pour des Entrefoles, puisqu'elles font une couverture d'entrevoux.

* *Pinguntur tectoriis monstra potius quam ex rebus finitis imagines certæ; pro columnis enim statuuntur calami, pro fastigiis harpaginetuli striati cum crispis foliis & volutis. Item candelabra ædicularum sustentia, figuras supra fastigia earum, surgentes ex radicibus cum volutis coliculi teneri, plures habentes in se sine ratione sedentia figilla, non minus etiam ex Coliculis flores dimidiata habentes ex se exeuntia figilla, alia humanis, alia bestiarum capitibus similia hæc autem nec sunt, nec fieri possunt, nec fuerunt. . . . Quemadmodum enim Calamus potest verè sustinere tectum, aut Candelabrum ædículas, & ornamenta fastigii, seu Coliculus tam tenuis & mollis sustinere sedens sigillum, aut de radicibus & coliculis ex parte flores, dimidiataque figilla procreari. . . . neque enim picturæ probari debent, quæ non sunt similes veritati, nec si factæ sunt elegantes ab arte, idem de his statim debent repemè judicari, nisi argumentationibus certas habuerint rationes sine offensionibus explicatas.*

DES CORNICHES.

LA Corniche , selon l'étimologie du mot Latin *Corona* ou du Grec *Coronis* , est le couronnement d'un édifice , par conséquent sa place naturelle est au sommet & non pas au milieu , au tiers , ou au quart de la hauteur d'un mur , & n'y doit point être répétée & multipliée , comme on le voit dans presque tous les plus somptueux bâtimens de l'Europe , dans lesquels il y en a au moins une à chaque division d'étage.

Si l'on veut remonter à leur origine , on reconnoîtra bien sensiblement que les corniches n'ont été imaginées que pour écarter des murs de face les eaux de pluie , & les gouttières des combles qui les mouilleroient , les saliroient & en altereroient la durée sans leur faillie. Cette institution est bien prouvée par Vitruve , qui dit , que les têtes de Lions qu'on met aux Cimaïses , sont des inventions ingénieuses pour orner les gargouilles nécessaires pour rassembler & jeter les eaux des égouts.

A examiner la destination des corniches , il suit que la partie qui leur est essentielle , est celle qui est faite de manière , qu'elle fournit un écoulement aux gouttières , sans que l'eau puisse se répandre sur la face du mur ; c'est celle qu'on appelle le *Larmier* , d'où elle découle comme en larmes. La figure qui convient le mieux à cet effet est une bande de surface verticale terminée en dessous par une autre inclinée à l'horison en angle aigu , où faisant un ressaut qu'on appelle *Mouchette pendante*.

La faillie de cette partie de Corniche ne pouvant être avancée au-dehors sans être supportée en l'air , on est obligé de la soutenir par des moulures ou par des corbeaux , comme on en voit au mur de clôture du Temple de Mars décrit par Palladio , afin qu'elle soit autant écartée du mur qu'il convient à la hauteur , & parce que le larmier est débordé au dessus par les bouts des tuiles ou des ardoises , depuis le dernier joint du Pareau , on y a ajouté une troisième partie plus saillante & plus mince , qui en fait la Cime , d'où lui est venu le nom de *Cimaïse* ; peut-être aussi parce qu'étant composée d'une moulure de contour ondé , que les Grecs appelloient *Cimation* , on lui a donné ce même nom ; c'est de cette étimologie que Vitruve le fait venir. Quoiqu'il en soit cette partie est le sommet & l'extrémité de tout l'ordre , où l'on pratiquoit un canal pour rassembler les eaux du comble , qu'on faisoit dégorger par des gargouilles en forme de musles de lions , telles qu'on en voit dans la plupart des Corniches Antiques.

UNE corniche n'est donc pas un simple ornement de fantaisie, c'est une saillie utile pour la conservation d'un édifice; ainsi les parties de la corniche, comme l'a fort bien dit Palladio*, doivent être faites à quelque usage, comme si l'ouvrage étoit de charpente, d'où il suit qu'elle doit être divisée en trois parties distinctes & à-peu-près d'égal hauteur, quoique variée par leur profil.

* *Essendo di bisogno che tutte le parti della Cornice a qualche effetto siano fatte, & siano come dimostratrici di quello che si vede rebbe, quando l'opera fosse di legname.*

La première est le support du larmier, composé d'une ou de deux moulures en saillie l'une sur l'autre, auxquelles on peut encore ajouter ces consoles, qu'on appelle Modillons, pour l'écarter encore davantage.

La seconde est le Larmier, qui doit être une surface verticale; parce que c'est la plus propre à faciliter l'écoulement de l'eau, d'où il suit qu'elle doit être unie & continuée sans ornemens de gravure ni de sculpture, afin que l'eau y ait moins de prise, & s'en détache plus facilement. Il est vrai qu'on en voit de sculptées dans quelques corniches antiques, comme à celles du Temple d'Antonin & de Faustine, & des Thermes de Diocletien; mais elles ne l'ont jamais été, que par des canelures verticales propres à faire égoûter les eaux. Au reste ces ornemens y sont superflus, & ne font que de la confusion, lorsque le reste des moulures de la corniche est sculpté, comme on le voit à ce dernier exemple des Thermes de Diocletien.

La troisième partie de la Corniche est la Cimaïse, qui consiste ordinairement en une moulure, qu'on appelle Domine & un talon ou baguette, quelquefois en Cavet, comme à la corniche Dorique. Chacune de ces parties peut être distinguée, & agréablement liée à celle qui l'avoi sine, par un filet, qui en fasse apercevoir la division.

APRÈS le détail des trois parties essentielles à une Corniche, nous devons faire remarquer ce qui doit la caractériser dans chaque ordre.

La Corniche Dorique est caractérisée par les Mutules, placées sous le plafond du Larmier, & ornée de gouttes, qui sont de petits cones tronquez, rangez par ordre & pendans à l'imitation des gouttes d'eau, qui en doivent découler; on pourroit, au lieu de cones tronquez, aprocher plus de la bonne imitation de vérité, en les faisant en forme de poires; mais toute imparfaite que soit cette ressemblance, il suffit qu'elle soit fondée dans la nature pour qu'elle soit agréable à la vûë.

QUANT aux Mutules elles représentent selon Vitruve, le bout des Arbaletiers dans le système de ces toits plats, usitez dans les pays chauds, où le tiran s'assemble dans l'arbaletier; mais parce que les

mutules sont trop près pour que chacun d'eux représente une position de ferme : il y a quelque apparence que la Charpente des Anciens étoit comme celle qu'on fait dans quelques Provinces, dont nous allons parler ci-après, où chaque chevron tient lieu d'arbaletier, & fait avec son collateral une petite ferme, dont le tiran est une des poutrelles du plancher, de sorte qu'il y a autant de fermes que de poutrelles, d'où il suit qu'il ne doit point y avoir de denticules ; puisqu'elles représentent des chevrons, selon Vitruve ; or les arbaletiers de cette construction sont des chevrons, comme nous venons de le dire. Je ne sçai où un Auteur moderne a lû, que *Vitruve veut des denticules à l'ordre Dorique* : j'y trouve le contraire dans ses Ecrits, comme je vais le prouver par une citation l. 4. ch. 2.

De même, dit-il, que les triglyphes & les Mutules sont le propre de l'ordre Dorique, les Denticules sont affectées à la Corniche de l'ordre Ionique, ce sont à-peu-près ses expressions ; mais en voici le texte. *Ubi ante in Doricis triglyphorum & mutulorum est inventa ratio, ita in Ionicis Denticulorum constitutio propriam in operibus habet rationem.*

LA Corniche Ionique est donc caractérisée par les denticules, qui représentent, selon le même Vitruve, les chevrons. Il faut cependant convenir que cette représentation est bien imparfaite ; car dans quel genre de charpente met-on des chevrons si près-à-près, qu'il y ait plus de plein que de vuide ? disons que c'est un ornement de fantaisie, & destiné à cet ordre par une convention presque unanime ; je ne trouve que Scamozzi qui ne s'y soit pas conformé, mais il ne donne aucune raison qui nous fasse connoître, pourquoi il n'a pas suivi la mode générale.

Quemadmodum mutuli Cantaberiorum projecturae fuerunt imaginem, sic in Ionicis denticuli ex projecturis asserum habent imitationem. Vitruv. l. 4. C. 2.

ENFIN la Corniche Corinthienne est caractérisée par les Modillons placés sous le plafond du larmier, dont les Methopes sont couverts de Rozons ou d'autres ornemens de sculpture. Vitruve dit que ces modillons représentent les bouts des Forces, ce qui embarrasse beaucoup son commentateur Perraut, qui ne conçoit pas comment ces especes de Consoles, qui sont espacées près-à-près peuvent représenter les bouts des Forces, lesquelles sont espacées considérablement plus loin dans notre Charpente ordinaire, avec laquelle on ne peut comparer cette disposition. Pour justifier le discours de Vitruve, il dit, (page 111. 2^e éd.) „ qu'il faut concevoir, que les Modillons, qui sont au droit des colonnes, sont les seuls qui représentent les bouts des forces, & que „ ceux qui sont entre deux y sont ajoutez pour la bienséance, de „ même que les Triglyphes. „ Ce discours nous montre sensiblement, que les Commentateurs trouvent souvent des difficultez dans des choses qui sont toutes simples ; lorsqu'en est bien informé des mœurs & des

modos des differens tems & Pays, Un voyage en Alsace, dans le Palatinat ou dans le Wirtemberg auroit tiré Perrault d'embarras, & lui auroit fait voir à chaque comble des maisons ordinaires, que les modillons représentent très-naturellement les bouts des pieces de bois, qui servent en même tems de Forces & de Chevrans, en ce qu'elles sont espacées environ à deux pieds de distance les uns des autres, & qu'elles montrent leurs bouts saillans, sous l'avant toit, qui représente la Corniche ou plutôt, qui en est l'origine, & comme l'arête inférieure de ces bouts rectangulaires est inutile on l'abat souvent par une coupure en chanfrain, comme une ébauche de Console ou de Modillon. Je crois même en avoir vû de façonnez à-peu-près de même; ainsi il n'est pas nécessaire de se donner la torture pour éclaircir le sens de Vitruve, il suffit de dire que de son tems la charpente des combles étoit disposée comme celles d'une grande partie des maisons d'Allemagne, où il y a autant de forces que de chevrons, qui sont comme autant de fermes assemblées *sans Faîste*, dont les arbaletiers ou forces montrent leurs bouts inférieurs; parce qu'ils ne sont pas assembles dans le tiran; au contraire le tiran est assemblé dans les arbaletiers, qui le débordent en dehors de deux ou trois pieds pour former un avant toit, dont la saillie met la face de l'édifice à couvert comme une corniche. Cette explication est d'autant mieux prouvée, que la mode de faire des toits peu élevez, comme en Italie, est trop favorable à cette construction, en ce que les arbaletiers poussent d'autant moins au vuide qu'ils sont plus inclinéz à l'horison dans le raport de leur longueur à la hauteur du poinçon.

Les sectateurs de Vignole, qui mettent des denticules à tous les ordres excepté au Toscan, ne sont point de scrupule d'en mettre au dessous des Modillons, & pour éluder le ridicule que Vitruve y trouve, ils disent que les modillons ne signifient rien, que ce ne sont que des Consoles de pure décoration. Je viens de montrer le contraire: ils seroient mieux fondez de parler ainsi des denticules, qui ont bien pû dans leur origine représenter les bouts des chevrons, comme le dit Vitruve; mais qui dans la disposition présente leur ressemblent très-peu ou point du tout par deux raisons.

La premiere, qu'elles sont trop près-à-près; puisqu'elles laissent entre elles moins de vuide que de plein; or il ne paroît guères naturel qu'on ait besoin d'arranger ainsi des chevrons; car ce seroit en multiplier le nombre sans nécessité, & les faire trop petits, même dans le système de la couverture des tuiles creuses, où ils servent de lattes.

La seconde raison paroît encore plus concluante, c'est celle de leur position au dessous du Larmier ; parce que les chevrons doivent être immédiatement sous la Cymaise, laquelle étoit dans son origine le Cheneau, qui recevoit l'égout des eaux du toit, & les rejettoit en dehors par des Gargouilles, dont la faillie & les ouvertures y sont encore aujourd'hui représentées par les mufles de Lions, dont on orne cette partie de la Corniche, comme nous l'avons dit.

La troisième raison, c'est que les chevrons étant inclinez, leurs bouts sciez quarrément devroient l'être aussi ; or les surfaces des denticules sont à plomb ; donc les denticules en aucun système de Charpente ne peuvent représenter les bouts des Chevrons, comme l'a prétendu Vitruve.

Ajoutons à ces raisons celle de la bienfiance, qui ne veut pas qu'on établisse de grosses consoles au dessus des petites denticules, dont elles ne sont séparées que par une moulure. Cependant Vitruve a beau décider contre cette ordonnance, l'antique en fournit des exemples, c'est assez pour autoriser ceux qui aiment à voir ces deux ornemens réunis dans une même Corniche. En fait d'ornement il semble que l'on ne s'embarasse plus de raisonner dès qu'on peut citer un modele dans les monumens de l'antique ; quoiqu'ils en fournissent souvent de fort mauvais, qui ne seroient point à suivre, si l'on se conformoit au goût de Vitruve ; puisqu'il condamnoit ces ouvrages de son tems, que nous prenons aujourd'hui pour modeles.

En effet, on y voit souvent des ornemens répandus sans discernement ni distinction caractéristique des ordres, comme lorsqu'on y en voit autant dans le Dorique que dans le Corinthien. Il étoit dans ce tems comme dans le notre des Architectes plus attentifs à surprendre les yeux qu'à satisfaire la raison.

Le Dorique des Thermes de Diocletien est plus enrichi de sculptures que l'Ionique du Theatre de Marcellus, l'Ionique de la Fortune Virile est plus enrichi des mêmes ornemens que le Corinthien de la Rotonde, & le Corinthien des Thermes de Diocletien est tellement surchargé de sculpture à chacune & à toutes ses moulures, qu'il en résulte une grande confusion, quoiqu'en disent les fades adulateurs de l'antique, qui se récrient sur la belle variété de ces ornemens.

On ne peut disconvenir de cette ingénieuse variété ; mais elle n'est pas suffisante pour empêcher le papillotage de tant de petits objets, où la vûe ne peut se fixer. Or il est impossible de donner une certaine grace générale à un grand nombre de petits ornemens, qui par-

tagent trop la vûë, il faut lui laisser du repos ; entre deux membres sculpez il en faut de tout unis pour leur servir de bornes, faute de quoi le spectateur ne sçait où fixer ses regards.

Observation sur l'usage des Corniches en général.

QUELQUES belles que soient les corniches, on ne doit pas les employer indifferemment par-tout sans discernement, ni leur ôter par des brisures ou des contours forcez, la simplicité de direction qui leur est naturelle.

PREMIEREMENT, nous avons prouvé par de bonnes raisons, qu'on ne doit pas en entasser plusieurs les unes sur les autres dans une même face.

SECONDEMENT, qu'on doit les faire moins saillantes dans l'intérieur que dans l'extérieur des édifices par deux raisons, l'une qui est commune à Vitruve* & à Palladio, est que lorsqu'elles ont trop de saillie, leur pesanteur peut en faire détacher quelques parties, qui peuvent écraser ceux qui sont dessous.

* L. 7. ch.
3. Cum cam-
neræ poli-
tæ fuerint
sub eas co-
ronæ sunt
subjiciendæ
cæquequam
maximè re-
vues & sub-
tiles oportet
fieri viden-
tur ;
cum enim
grandes
sunt pon-
dere dedu-
cuntur, nec
possunt se-
sultinere.
Etiamque
cavendæ
sunt in ca-
meris prisco-
rum dispo-
sitiones,
quod earum
planitie cor-
onam
gravi pon-
dere impen-
dentes sunt
periculosa.

L'AUTRE qui est particuliere à Palladio, est qu'elles paroissent resserer & angustier les lieux où elles sont enfermées, ce qu'on remarque dans la plupart des nouvelles Eglises d'Italie. L'Architecte de S. Pierre de Rome, qui avoit senti ce défaut, a tâché de diminuer la saillie de la Corniche du grand ordre Corinthien de la nef, en supprimant totalement la cimaise, & de crainte que la saillie de l'Architrave ne cachât une partie de la hauteur de la Frise, il en a couché les faces en talud.

LA seconde observation que nous avons à faire concerne la simplicité de leurs alignemens, que les mauvais Architectes affectent de rompre, & d'en alterer & varier la direction, s'imaginant qu'une corniche n'est belle que par la multiplicité de ses reflats horizontaux, qui en répètent plusieurs fois les profils, & par les contours variez de plusieurs parties, souvent détachées, tantôt cintrées, tantôt pliées en volutes, ou profilées sans rouleaux. On connoît souvent à ce défaut les desseins des sculpteurs & des menuisiers, qui alterent ainsi les seuls changemens de leur direction, qui sont nécessaires pour les égouts, où elles forment des frontons, ce que nous allons expliquer.

DES FRONTONS.

LES Corniches ne représentent que la saillie horizontale des toits par le bas, les frontons expriment celle des côtes suivant la pente des



égoûts , qui forment entr'eux une partie angulaire , qu'on appelle le *Pignon* , & en Architecture le *Fronton* ; parce qu'anciennement cette partie étoit au *Front* , c'est-à-dire , à la face d'entrée du bâtiment.

Puisque la Corniche rampante est une portion du comble , il est clair qu'elle ne peut déborder le nud du pignon que par la prolongation des Pannes & des Lattes ; donc les chevrons n'y peuvent être vûs par leurs bouts , non plus que les Forces ou Arbaletiers , mais par les côtes suivant leur longueur ; par conséquent une Corniche à denticules & à modillons n'y peut être tolérée avec quelque vraisemblance d'imitation de l'Architecture naturelle , comme l'a fort bien remarqué Vitruve. * Les Anciens , dit-il , n'ont jamais approuvé les Denticules ni les Mutules aux Corniches des Frontons ; parce que les Forces & les chevrons n'y peuvent paroître en saillie , étant arangez pour l'égoût suivant la longueur de cette partie , & ils ont jugé avec raison , qu'on ne devoit pas faire des représentations de choses , qui n'ont point de fondement dans la vérité.

Il ne faut pas dire avec Daviler , que les modillons y signifient les bouts des pannes. Quelle aparence qu'on les mette si près-à-près ? Mais si l'on pouvoit lui passer une excuse si mal fondée ; pourquoi les faire à plomb & non pas perpendiculaires à la pente du toit comme les pannes ? D'ailleurs comment veut-on que ce qui signifie une chose dans une corniche horisontale en signifie une autre sans aucun changement dans les inclinées à l'horison ? Quelle contradiction !

L'Architecte du Temple de Scifi , dessiné par Palladio , avoit si bien senti cette raison , que quoiqu'il eût mis des modillons dans la Corniche horisontale , il n'en avoit point mis dans l'inclinée du fronton , il leur a substitué un ornement de sculpture. Disons plus , que si nous devons imiter scrupuleusement la nature , il ne faudroit point de corniche horisontale sous un fronton , mais seulement une espece de cours de plinthe , qui exprimeroit le tirant de la ferme , lorsqu'il y a un portique sous le fronton ; s'il n'y en avoit point , cette partie ne seroit pas absolument nécessaire. J'en trouve un exemple dans l'antique chez Palladio au Temple du Soleil & de la Lune , & dans un bas relief trouvé dans les Dunes de Dombourg en Zélande , où la Deesse *Nehalennia* est sous un fronton , dont la Corniche horisontale est su-

* Etiamque Antiqui non probaverunt neque instituerunt in fastigiis mutulos aut denticulos fieri , sed puras Coronas , ideo quod nec Cantherii , nec asseres contra fastigiorum frontes distribuuntur , nec possunt prominere , sed ad stillicidia proclinati collocantur. Ita quod non potest in veritate fieri , id non putaverunt in imaginibus factu posse certam rationem habere, Vitruv. l. 4. c. 2.

primée. Si les Architectes ne font pas de cet avis, ils sentent du moins qu'elle ne doit pas être complete commel'inclinée, mais qu'elle doit être mutilée de sa cimaise, ce qu'ils observent ordinairement.

PUISQUE les frontons représentent clairement la faillie d'un toit, il est évident qu'on ne doit placer cet ornement qu'au sommet de l'édifice, à moins qu'un avant-corps considerable ne demande un toit particulier, tel est par exemple un portique, comme celui de la Rotonde, qui a son comble séparé, & d'une figure differente de celle du Temple auquel il est adhérent; cela doit s'entendre des frontons qui couvrent un ordre d'Architecture.

QUANT à ceux que l'on voit souvent au dessus des portes & des fenêtres, les sentimens sont partagez. Nos Architectes modernes blament les Italiens d'en mettre par-tout, & les condamnent dans plusieurs de nos grands édifices qui en sont couverts, comme au vieux Louvre & ailleurs; pour moi qui m'attache toujours à l'imitation de l'Architecture la plus naturelle, je trouve qu'ils n'y sont point hors de place; parce que leur figure angulaire ou bombée fait une bonne décharge aux Linteaux des Bayes des portes & des fenêtres: c'est une raison appuyée du sentiment de Scamozzi & de Vitruve*, & fondée sur un usage si général, qu'on ne se dispense jamais d'y en faire dans la construction, quoique ordinairement on les cache par l'enduit, mais non pas dans tous les pays; car dans la Hollande ces especes de frontons sont encore presque tous aparens dans les vieux édifices, dont ils faisoient une décoration, suivant la mode du dernier siecle.

CONSIDERONS - les encore comme des petits toits, lorsqu'ils ont des Corniches, nous en trouverons l'utilité pour mettre à couvert ceux qui se présentent aux portes & aux fenêtres, & garantir les jambages, qui ne sont pas de matiere à l'épreuve de la pluie, cela est si vrai, qu'on en fait dans les pays où la pierre de taille n'est pas bonne ou fort commune. Cependant il faut éviter la multiplicité de ces ornemens, qui devient à la fin désagréable.

SORT qu'il s'agisse de frontons en grand ou en petit, on ne peut disconvenir, que c'est pecher contre le bon sens, que d'en mettre immédiatement deux ou trois les uns sur les autres, particulièrement sur une même base de corniche horizontale, comme on en voit souvent en Italie à des riches bâtimens, par exemple au portail de la fameuse Eglise du Nom de Jesus à Rome.

* Vitruv. l. 6, ch. 11. *Subcuneati postes administrandum est, uti levant onus parietum fornicationes cuneorum divisionibus, & ad centrum respondentes earum conclusuræ, cum enim extra trabes liminum capita arcus cuneis erunt conclusi, primum non pandabit materia levata onere.* Il me semble que Perrault n'a pas bien traduit cet endroit.

A l'égard des brisures & des enroulemens des frontons, je n'ai rien à ajouter à ce qu'en on dit Palladio & Scamozzi, qui se font fort récriez contre ces abus; la raison que ce premier en donne est, que toutes les parties des corniches doivent être faites à quelque usage, & représenter ce que l'on verroit, si l'ouvrage étoit de charpente; or de quel usage peuvent être des coupures & des enroulemens, qui découvrent au lieu de couvrir? Je crois que ces folles licences ont été copiées de quelques-unes de ces idées antiques, que Vitruve apelloit *Arpaginetuli friati cum crispis foliis & volutis*, dont Philander avouë, qu'il ne sçauroit deviner la signification, ce qui me donne lieu de le conjecturer, c'est que Vitruve y parle des frontons *pro fastigiis*.

Quoiqu'il en soit nos dessinateurs de Rétables, ont trouvé ces idées si belles, qu'ils les ont souvent répétées plusieurs fois dans le même lieu; je ne parle pas de ce que l'on fait dans ces Provinces reculées, où ces ouvrages sont livrez au caprice d'un Sculpteur sans goût; mais à Rome dans les ouvrages les plus aparens, par exemple, à la Chapelle du Bienheureux Louis de Gonzague, au College Romain, où l'on voit le couronnement du premier entablement cintré, brisé & coupé par des ressauts avec des morceaux de frontons, simplement bombés & profilés à leur coupure; ensuite immédiatement au dessus il est surmonté d'un second couronnement en façon d'Attique, interrompu par des ressauts de differens niveaux & alignemens, rechargé de deux autres morceaux de frontons rouleés en volutes, qui accompagnent une fixième piece élevée sur un contour de Piedouche en adoucissement, lequel couronnement est encore interrompu au milieu à-peu-près comme le premier par une partie saillante de différente figure.

Ce sont cependant de ces ouvrages connus par la richesse de leur exécution, & par la place qu'ils occupent dans une ville, célèbre par la réputation de contenir les plus beaux morceaux d'Architecture, que naissent tous les jours ces bisarres desseins, que les gravures ont multipliés & répandus entre les mains des Artistes, qui y puisent les idées des ouvrages qu'ils ont à faire, & qui se croient par-là bien autorisés à y mettre des frontons brisés & rouleés, d'autant plus que de fameux Architectes, particulièrement Michel Ange Bona Rota, en ont fourni des modèles, vantés par les Ecrivains, par exemple, à la Porte *Pie* à Rome, à celle de la Vigne de *Sermonetti* & de *Grimani*, comme si la réputation de cet Architecte étoit venue de cette peu judicieuse invention; ce n'est pas la première licence de sa façon que l'on doit rejeter, les ouvrages en sont pleins, & malgré les éloges & les excuses de Daviler, on peut dire qu'il donnoit souvent des exemples d'une bisarre composition. Je crois en deviner la raison; c'est

qu'il étoit plus Sculpteur & Peintre qu'Architecte ; or le goût des grands Dessinateurs est d'introduire par-tout des ornemens & de la variété à quelque prix que ce soit ; l'Architecture simple leur déplait, ils se moquent de ceux qui n'y employent que la règle & le compas, comme d'une stérilité de génie, sans concevoir que les ordres d'Architecture ne sont pas de pures décorations de caprice, mais une sage & fidèle imitation de l'Architecture naturelle, comme nous l'avons prouvé ci-devant. La Sculpture & les ornemens trouvent place dans les intervalles de leurs parties, & en augmentent infiniment la grace ; mais ces parties ne sont pas susceptibles d'alteration.

Raisons historiques de la Réduction des Ordres au nombre de trois.

Nous avons tiré de la nature des choses les raisons qui réduisent les ordres au nombre de trois ; mais parce que les Architectes se conduisent plus par l'autorité des exemples de l'Antique, que par le seul raisonnement, il est à propos de faire voir que nous sommes fondez dans l'histoire, pour nous en tenir à ce nombre, & ne pas en admettre cinq.

PREMIEREMENT, il est constant que dans l'Antiquité Grecque on ne reconnoît que trois ordres. Cette vérité est prouvé par le témoignage de Vitruve. *E Columnarum formationibus TRIUM GENERUM factæ sunt nominationes.*

SECONDEMENT, il semble lui-même s'en tenir à ce nombre, & ne parler de la mode de Toscane, que comme d'une coutume de bâtir à laquelle il ne donne aucun rang ; en effet il fait la colonne Toscane plus délicate que la Dorique, par conséquent il auroit dû mêler cet ordre prétendu parmi ceux des Grecs ; mais il le met à part sans le compter pour un quatrième.

Nos Architectes modernes ont voulu le mettre au premier rang comme le plus massif ; mais en cela ils n'ont pour eux ni l'autorité de Vitruve, comme je viens de le dire, ni les modèles de l'Antique, dont il ne reste aucun monument de cet ordre ; car l'Arène de Verone, celle de Pole & son Theatre, ne sont qu'une manière de bâtiment rustique, qui ne leur sert de rien pour les proportions de l'ordre Toscan, & la colonne Trajane, qui est leur seule ressource décide contre eux ; puisqu'elle a la proportion de la Colonne Dorique, qui a pour hauteur huit fois son diamètre pris à sa base ; mais comment nous feroit-il resté des monumens de cette mode ? c'étoit la manière de bâtir des pau-

vres gens de Toscane, qui n'avoient pas de quoi faire des Architraves de pierre; car Vitruve dit, qu'on les faisoit de bois. J'aimerois autant qu'on me donnât pour un ordre les maisons des montagnes des Alpes.

Or si la colonne a la proportion de la Dorique, suivant le seul monument cité, & que l'entablement ait le quart de sa hauteur suivant le commun accord des Architectes, quelle difference y a-t-il entre l'ordre Toscan & le Dorique? Ce sont les triglyphes, dit-on: ô la belle difference! n'y a-t-il pas quelques pieces en saillie équivalentes dans le Toscan, suivant Vitruve, qui les appelle *Antepagmenta*, & après lui, suivant les desseins de Palladio & de Scamozzi, que leur manque-t-il? deux gravures & deux demi-gravures angulaires? y a-t-il là de quoi faire un genre à part? Disons donc que ce n'est qu'un abatardissement du Dorique retombé dans la grossiereté de son origine, puisqu'on a commencé à déterminer la hauteur de la colonne par la longueur de six de ses diamètres pris à la base, que cette proportion a déplu jusqu'à ce qu'elle ait été élevée à sept & demi, & que la Toscane n'en a que sept suivant nos modernes; telle est la proportion dorique chez Vitruve au Chap. 1. du livre IV.

A l'égard de l'Ordre *Composé*, il est certain qu'il étoit inconnu du tems de Vitruve & de Plin; car l'un & l'autre, qui parlent des autres ordres, ne disent rien de celui-ci, Perrault malgré ce silence voudroit sur de frivoles conjectures, prouver que le composé est antérieur à Vitruve; mais il ne dit rien qui mérite attention. Les autres Architectes plus sages disent qu'il est postérieur, & que par conséquent ces Auteurs n'en ont pas eu connoissance, prétendans, que l'Arc de Titus est le premier qui ait été fait dans ce genre; or quelle est la difference des proportions de cet Arc avec l'ordonnance Corinthienne? Elles sont si semblables, que nos Architectes modernes, comme Vignole, n'y ont pas trouvé des exemples qui les autorisent à les changer; il n'y en a que dans les profils qui ne décident de rien, & un peu dans le chapiteau, qui ne peut par la variété de sa sculpture donner un nouveau nom à tout l'ordre, qui consiste dans la proportion de ses parties & particulièrement de sa colonne, comme l'a fort bien dit Vitruve: * On met quelquefois, dit-il, de différentes especes de Chapiteaux sur les mêmes colonnes, & on leur donne différens noms; mais nous ne devons pas pour cela les regarder comme de nouveaux ordres; ce ne sont

* Sunt quæ iisdem Columnis imponuntur capitulorum genera variis vocabulis nominata, quorum nec proprietates simetiarum, nec Columnarum genus aliud nominare possumus, sed ipsorum vocabula traducta & commutata ex Corinthiis & Pulviniis & Doricis videmus, quorum simetriæ sunt in novarum sculpturarum translatae subtilitatem, L. 4. in præm.

que des nouveantez de sculptures , que l'on doit toujours rapporter aux ordres Corinthien, Ionique & Dorique ; donc le prétendu *Ordre Composite* n'est qu'une nouvelle subtilité ou raffinement de sculpture , appliqué à l'ordre Corinthien , & non pas un ordre différent.

ON pourroit répliquer à ce que j'avance , que suivant la maxime de Vitruve , & les proportions qu'il donne à la Colonne Ionique & à la Corinthienne qu'il fait égales , ces deux ordres n'en feroient plus qu'un , & l'on auroit raison ; mais personne n'adopte cette égalité de proportion , & son raisonnement peut faire soupçonner , qu'il s'est glissé quelque faute dans le texte de Vitruve , sans quoi l'on ne peut l'excuser de se contredire. Quoiqu'il en soit , il est clair qu'il a vû plusieurs especes de compositions en vogue parmi les ouvrages d'Architecture , & que cependant il n'a pas cru en devoir faire un ordre à part.

Ce cinquième ordre est évidemment de la création des Architectes du 15. siecle , qui ne se sont pas accordez sur le rang qu'ils devoient lui donner ; Scamozzi a cru avec raison , qu'il devoit tenir le milieu entre l'Ionique & le Corinthien ; parce que son Chapiteau est un composé des Volutes Ioniques & des feuilles Corinthiennes ; suivant son opinion le composite n'est qu'un Ionique un peu élevé ; parce que les parties dominantes du chapiteau sont les volutes , & comme les monumens de ces compositions sont plus fréquens à Rome qu'ailleurs , il lui donne le nom d'*ordre Romain* ; or si nous comptons le nombre des ordres par celui des modes de chaque ville sans égard au rang qu'elles tiennent en fait de la solidité ou de legereté de construction , il n'y a pas plus de raison de donner le nom d'ordre Romain à l'arc de Titus & à ses semblables , que celui de Veronois à l'ordonnance de l'arc des Lions de Veronne ; puisque cette dernière n'a rien d'égale à celle de l'arc de Titus ; mais seulement quelque ressemblance dans le chapiteau ; car l'Architrave & la Corniche sont totalement différentes.

D'AUTRES Architectes ont cru que ce nouvel ordre devoit être plus délicat que le Corinthien , & pour cela l'ont mis le dernier. Mais quelle délicatesse lui trouvent-ils de plus ? il n'y en a point dans la Corniche , & le Chapiteau est évidemment plus massif.

QUANT à la distinction que Perrault veut faire de composé à composite , elle ne vaut pas la peine d'être relevée.

CONVENONS avec Daviler sur l'ordre composite page 72. *qu'on n'a pû s'écarter des Ordres Grecs , sans tomber dans quelque défaut* , & concluons qu'il faut retrancher les compositions Toscanes & Romaines du nombre

bre des ordres d'Architecture; les principes naturels que j'ai établi de la constitution & énumération des ordres me paroissent indivisibles, je ne connois que les extrêmes & le milieu; les combinaisons que l'on peut faire du plus ou du moins de grosseur & du mélange des parties sont sans contredit infinies en nombre. Je laisse aux Architectes la liberté de s'y exercer, pourvu que dans leurs compositions ils observent judicieusement ce qui convient à chaque degré de solidité ou de legereté, & qu'ils ne sortent pas de l'imitation d'une Architecture simple, solide & naturelle. Nous avons autant de droit, a fort bien dit un Auteur moderne, de changer les pensées des Romains, que ceux-ci en ont eu d'alterer les ordres des Grecs; mais il ne faut pas les imiter dans une partie des changemens qu'ils ont faits, où l'on trouve du pire au lieu de la perfection.

On se récriera, sans doute, sur une maxime qui semble livrer les Ordres d'Architecture au caprice des Architectes. Ignorez-vous, me dira-t-on, que cet Art a ses règles, qu'elles sont en grand nombre & plus précises que vous ne dites?

Pour répondre à cette interrogation, je demanderai à mon tour, où sont ces règles? les trouvera-t-on chez Vitruve, qui est le Legislateur ou plutôt le premier Compilateur de ces loix? Il n'y a pas un Architecte de tous ceux qui ont écrit, & se sont érigés en maîtres, qui ne l'ait refuté & abandonné dans plusieurs choses, & l'on peut dire, que quoique toujours cité, comme s'il étoit le plus estimé, c'est un des moins imité. Il me paroît que ce n'est pas tout-à-fait sans raison; car on peut sans affecter de le critiquer convenir, qu'il ne donne pas une idée distincte de ce qui doit faire la différence des ordres, qu'il semble établir dans la proportion des colonnes, & cependant qu'il veut distinguer sans en changer les mesures, ce qui envelope une contradiction manifeste.

On peut en second lieu dire, qu'il n'étoit pas d'un goût excellent, ce que l'on voit clairement par la comparaison de ses mesures avec les beaux Monumens de l'Antique qu'on admire le plus, ce qui prouve, qu'il n'étoit pas du goût de son siècle, non plus que du notre en certaines circonstances; puisque les ouvrages faits par ses contemporains sont bien differens en proportions & en profil de ceux qu'il prescrit.

Au reste on ne peut lui refuser un grand fond de bon sens dans les choses essentielles à la construction, encore n'y est-il pas irrépréhensible; puisqu'il conseille des surplombs sur une fausse idée d'Optique. Je ne veux pas faire la critique de ce Pere de la bonne Architecture sur quelques fautes qu'on peut lui reprocher. Je respecte sa Mémoire

& ses Ecrits ; mais je ne conseille pas une aveugle déference pour les règles qu'il donne, & parmi plusieurs garans, que je pourrois trouver de la justice que je lui rends, je citerai ce que Scamozzi en a dit au Chap. 5. de son 6. Liv. Si l'on compare, dit-il, les proportions qu'il a donné à ses ordres avec celles de l'Antique, on conviendra qu'elles sont sans beauté ; c'est pourquoi la plupart n'ont été ni suivies, ni approuvées par les Architectes intelligens. *Si puo comprendere da gli ordini & d'elle altre parti che egli descrisse nella sua opera è pose in disegno le quali mancano di proportionone & di bellezza se con le Antique Sarano Paragonate, & per questo la maggior parte di esse non sono state ne laudate ne parimente in uso da gli Architecti intendenti.*

DISONS plus, que Vitruve lui-même n'a pas regardé les proportions des ordres, comme une règle constante ; puisque au Chap. 9. du 5. Liv. il change pour les Theatres les proportions des ordres, qu'il avoit donné pour les Temples.

DIRA-T-ON que ces règles des ordres d'Architecture se trouvent chez les dix grands Architectes, qui en ont écrit, sçavoir Palladio, Scamozzi, Serlio, Vignole, Barbaro, Cataneo, Alberti, Viola, Bullan & de l'Orme ; il n'y a qu'à ouvrir le parallele qu'en a fait le célèbre Chambray, on trouvera qu'ils different très-considérablement entre eux, non seulement dans la variété des profils, mais aussi dans le raport des diametres des Colonnes à leur hauteur, & à celles de leurs entablemens. Cependant malgré cette diversité chacun d'eux s'est acquis de la réputation pendant sa vie, & des partisans ou sectateurs après sa mort, qui ont traduit, commenté & mis en vogue leurs écrits. Palladio a été traduit à juste titre en plusieurs langues.

LA magnifique édition Françoisé qu'on en a fait à la Haye, il y a sept ou huit ans, est un témoignage du cas que l'on fait de cet Auteur deux cent ans après sa mort ; Scamozzi n'a été traduit en François qu'en partie, & Vignole a été rendu célèbre en France par le commentaire de Daviler, qui vaut cent fois mieux que le texte. Il est étonnant qu'un homme capable de donner de bons préceptes, ait épousé un des Architectes, qui a le moins raisonné ; enfin les autres ont eu aussi leurs traducteurs & leurs Panegyristes, quoique sur de très-différentes proportions.

QUEL est donc le véritable Legislatteur, qui a sçu fixer les justes mesures & rapports des parties des ordres ? Personne n'en reconnoît, que celui qui est le plus à son gré. Si cependant on nous demandoit, lequel est le plus généralement estimé des Architectes & bons Connaisseurs ? on peut s'en rapporter au jugement du célèbre Chambray,

qui étoit très-capable de prononcer dans une matière qu'il avoit discuté, étudié & combiné avec grand soin. Il donne la palme à Palladio, le second rang à Scamozzi, le troisiéme à Serlio & le quatriéme à Vignole, dit autrement Barozzi; je souscris à ce jugement sans m'attacher à personne, & sans vouloir pallier les fautes que chacun d'entre eux peut avoir fait contre les principes de la raison & de la bienfiance de l'imitation; parce qu'il est bien prouvé, qu'il n'en est point qui les ait toujours observé, comme on pourra le remarquer par ce que nous avons dit jusqu'ici.

Puisque les règles des ordres d'Architecture ne sont pas reçues sur l'autorité de Vitruve, ni recevables sur celle de plusieurs fameux Architectes, qui en ont écrit après lui, tant elles sont variées & peu constantes dans les mesures & proportions; il ne resteroit donc de lieu où l'on puisse les trouver, s'il y en avoit de parfaites, que dans les monumens Antiques; mais il n'est pas difficile de prouver qu'ils sont pleins de fautes, quelquefois même contre le bon sens, comme nous le remarquons suivant le jugement de Vitruve à l'égard des modillons & des denticules. Mais quand il n'y auroit rien à redire touchant l'ordre des choses, la différence des profils & des proportions, est souvent si considerable, qu'il est impossible d'y fixer des règles de beauté; car si elle consiste dans un certain raport & degré de combinaisons de parties, comme on le dit, il est évident, qu'elles ne peuvent se trouver dans des ouvrages différens, qu'on veut cependant être du même genre.

CERTAINEMENT si les exemples des monumens antiques autorisent les desseins d'Architecture, il n'est sorte de défaut qui ne se trouve autorisé.

VOULEZ-VOUS des colonnes ridiculement courtes? vous en trouverez dans ce Mausolée Antique que j'ai vu auprès de S. Remy en Provence, que les Connoisseurs * jugent cependant du siècle d'Auguste, qui fournit les modeles de la belle Architecture.

EST-IL besoin d'autoriser celles qui sont engagées en partie dans des murs? vous en trouverez au Temple de la Concorde, & à celui de Nîmes, appellé la Maison carrée.

VOULEZ-VOUS des Piedestaux d'une hauteur démesurée? l'Arc de Constantin vous en fournira un exemple. En voulez-vous d'Islolez? vous en trouverez au Temple de Scifi, dessiné par Palladio.

VOULEZ-VOUS des Chapiteaux composez de rinceaux bifarrement

h ij

Il a 51.
pieds 2.
pouces de
haut
Voyez l'Hi-
stoire de
l'Acad. des
inscriptions
an 1728.

arangez & melez d'animaux au milieu des volutes ? prenez pour modèle ceux du Temple de Vesta de Nimes, ou de celui de Jupiter, dans lequel vous trouverez des Aigles & des Foudres, ou bien de celui de Mars, où vous trouverez des Pegases* au lieu de volutes, & plusieurs autres semblables.

* Ces Pegases pourroient bien avoir été imitez des Chapiteaux du Temple de Persépolis, où l'on voit des doubles bustes ou demi-corps de Chevaux, & les jambages se plient sur l'Astragale.

Vous prendroit-il fantaisie de mettre des denticules à cru sur une Phrise, sans moulure au dessous ? appuyez-vous de l'exemple de l'Arc des Lions de Verone, & des frontons du Temple de Vesta de Nimes ; ou presque à cru & immédiatement sous les modillons ? appuyez-vous sur l'autorité de la Corniche du Temple de la Concorde.

Vos Modillons ne sont-ils pas à plomb sur le milieu des colonnes ? citez l'exemple de l'arc de Trajan, ou ce qui est encore pis, avez-vous un triglyphe hors du même à plomb du milieu de la colonne ? rappelez le Temple de la Pieté, où le triglyphe angulaire termine la Phrise à son extrémité, sur le côté de la colonne.

VOULEZ-vous excuser Vignole & Scamozzi d'avoir mis des Denticules à la Corniche Dorique contre l'exigence caractéristique de cet ordre ? citez les exemples du Theatre de Marcellus & des thermes de Diocletien.

VOULEZ-vous excuser le même Vignole d'avoir rassemblé des Denticules & des modillons dans une même corniche, contre le précepte de Vitruve & de la raison ? produisez celle de l'arc de Titus & quelques autres. Si l'on vous dit, qu'il n'y en a pas à la Rotonde, qui est considérée comme un meilleur modèle ? dites avec quelques Architectes, qu'on a oublié d'y tailler les denticules, que la place y est toute prête.

VOUDRIEZ-vous supprimer le larmier d'une Corniche ? justifiez votre dessein par l'exemple de celle de l'arc des Lions de Veronne, des Frontons du Temple de Vesta de Nimes, & du Temple de la Paix, qui sont mutiles de cette partie essentielle à une Corniche.

CERCHEZ-vous un modèle de frontons écrasez ? jetez les yeux sur celui du Temple d'Aurelien, & de l'arc de Trajan d'Ancone.

EN voulez-vous dans un lieu couvert, où cet ornement est déplacé ? vous en trouverez au Panthéon & au Temple de Vesta de Nimes.

AVEZ-vous fait un assemblage biffarre de moulures, comme de très-grosses Cimaifes sur un petit larmier & autres pareilles diffôrmités ? montrez le profil de la corniche du Temple de la Fortune Virile, cité :

par Daviler, Planche C. page XI. tirée d'un bâtiment qu'on met au rang des beaux morceaux de l'Antique, & celui de la maison quarrée de Nîmes.

En un mot, si l'Antique est un bon modele en tout, il faut convenir, qu'il n'y a point de mauvaise ordonnance d'Architecture dans tout ce qu'ont fait nos Architectes, & les plus ignorans Dessinateurs d'ordres; en voici la raison.

Il est certain qu'en tout tems il y a eu de bons & de mauvais Architectes, même suivant le goût de leur nation. Etoient-ils tous bons au siècle d'Auguste? Non sans doute, puisque Vitruve blâmoit plusieurs de leurs ouvrages en établissant ses règles. Il nous reste en France un monument de ce tems-là, dans lequel on ne trouve rien de bon goût. C'est cet édifice qui est au milieu du Pont de la Charente, où on lit encore..... O CÆSARI NEPOTI DIVI JULII PONTIFICI AUGURI, les Antiquaires suppléent *Divo Augusto*; ainsi le tems de sa construction en est connu; cependant on y voit des piedroits d'Arcades canelées & décorez sous un massif tout uni, qui soutient deux Arcades écrasées, dont les Archivoltes sont excessivement larges, les corniches des impostes trop petites, des colonnes angulaires ridiculement courtes, & sans aucun accompagnement d'un angle à l'autre; des corniches sans régularité de profil, & répétées trois fois les unes sur les autres à-peu-près d'égale grosseur; enfin où l'on ne reconnoît rien de ces Antiques du même tems, que nous prenons pour modeles.

D'où je conclus, qu'il est impossible de pouvoir statuer sur d'autres règles, que sur celle de l'imitation de cette Architecture naturelle, dont j'ai fait la description dans toute la simplicité de son origine, & sur celles de l'accompagnement convenable au genre de bâtir, qu'on se propose, comme fort, ou délicat, simple ou riche, selon que chacune des parties en est plus ou moins susceptible. Il est inutile de citer la composition Romaine ou la Toscane, & tous les changemens faits ou à faire par les Architectes, qui veulent inventer de nouveaux ordres, ce ne seront jamais que des noms differens, donnez aux mêmes ordres.

Il y auroit beaucoup d'autres choses à dire sur cette matiere, quoiqu'elle a été traitée & rebatuë par plusieurs Ecrivains; la plupart d'entr'eux ont touché les abus des changemens faits dans quelques parties des ordres d'Architecture; mais j'en trouve un plus grand, dont ils n'ont point parlé; c'est celui d'employer ces ordres par-tout où ils ne servent de rien, où ils n'ont rien à porter, & où ils sont réduits à de petits colifichets. Il n'est presque point de nos Eglises où l'on ne

trouve l'un & l'autre de ces abus. Le premier y est remarquable par la répétition de plusieurs ordres inégaux, en espece ou seulement en grandeur, dont les uns font du corps de l'édifice, les autres appliquez contre les surfaces des murs, sous des Arcades, ou dans l'ordonnance des Retables; & le second se voit dans presque tous les Tabernacles, où ils sont multipliez en petit, de sorte qu'on voit plusieurs édifices en imitation renfermez comme plusieurs bottes de différentes grandeurs, les uns dans les autres.

Nous devons l'introduction de ce fatras à l'ignorante devotion de quelques Communautéz Religieuses, qui ont cru orner leurs Eglises & leurs Autels par ces superflus & ineptes accompagnemens, faute d'avoir consulté les usages des premiers siècles de l'Eglise, où l'on ne faisoit les Autels que d'une simple table, qui a restée nuë jusque vers le dixième siècle, je veux dire sans Gradins, Niches, Retables, ni Tabernacles; il n'étoit même permis d'y mettre autre chose que le livre des Evangiles. Dans ce tems il n'y avoit qu'un Autel dans chaque Eglise, lequel n'étoit point plaqué contre un retable, mais isolé, de maniere qu'on pouvoit tourner tout au tour, comme l'exigent plusieurs cérémonies de l'Eglise. Mais soit qu'on ait cru bien faire pour décorer la maison du Seigneur, soit que les Communautéz ayent eu la foiblesse de vouloir se distinguer par des édifices, enrichis des plus brillans ouvrages des beaux arts, qui attirent les curieux & les yeux du peuple, & occasionnent une plus grande fréquentation des Eglises; les Religieux & Religieuses ont presque tous donnez dans la nouveauté des Retables depuis environ 150. ans, leur exemple a entraîné quelques-uns de ces Curez de Village, qui n'ont lû que leurs Cahiers de Scolastique, & a donné de l'émulation aux Architectes & aux Dessinateurs non lettrez, qui ont cru faire merveille en proposant beaucoup de fatras, qui ne signifient rien. L'ancienne simplicité & disposition des Autels ne s'est soutenuë que dans les Cathedrales, qui ont en recommandation la sainte Antiquité; comme à celle de Lyon, qui n'a admis aucune nouveauté depuis 800. ans. On n'y voit encore qu'une simple table, sans additions de Gradins ni de Tabernacles, pas même de chandeliers, qu'on n'y met que pendant la celebration de la Messe; mais il en est peu qui ayent si religieusement observé les anciens usages; presque tout le monde Catholique a donné dans le fagotage des ordres d'Architecture pour orner les Autels. Les Sculpteurs qui ont été le plus souvent les Architectes des Retables & des Tabernacles, n'ont pas manqué, suivant le goût de leur profession, de les surcharger de beaucoup de Sculptures & d'ornemens de toutes especes, même jusqu'à des masques & à des chimeres, & autres pareils réceptacles de la poussiere, propres à des nids d'araignées, & contraire à l'entretien de la propreté; ce qui est encore plus ridicule, ils

y mêlent des figures humaines, ordinairement si mal faites, ou si bizarrement peintes de couleurs naturelles, mêlées de dorures, qu'on ne peut les regarder sans répugnance ou sans distraction.

CEPENDANT on consomme la plus grande partie des fonds de la Fabrique des Eglises à ces fortes de désagréables superfluités, pour lesquelles on néglige la propreté des murs, des voutes, des Vitraux & des pavez, & l'on croit une Eglise bien parée, quand elle a un beau retable doré, avec deux ou trois ordres d'Architecture.

QUOIQUE j'estime fort la simplicité d'un Autel, je ne prétends pas cependant en exclure tout accompagnement d'Architecture, je sçai que depuis le cinquième siècle on les a souvent couverts d'une espèce de Dais, porté par quatre ou six colonnes, qu'on apelloit *Ciboire*, auquel ont succédé nos Baldaquins, qui leur ressemblent beaucoup, j'en ai décrit la figure & l'usage dans mes remarques sur l'Architecture de M. de Cordemoy, insérées dans les Mémoires de Trevoux, où je crois aussi avoir prouvé que les Ciboires n'étoient pas des Dômes, tels que sont les nôtres, comme il l'a cru sur un trait d'histoire, qui semble le prouver.

L'OCCASION que j'ai de parler ici de cette dispute, qui a été interrompue par mon voyage de la Mer du Sud, où j'ai été plus de deux ans & demi, & qui a fini par la mort de M. de Cordemoy, me fournit un moyen de relever une faute d'impression considérable, qu'on avoit fait dans ma réplique : On lit à la page 1577 des Mémoires de Trevoux de l'année 1711, *sept pieds* au lieu de CENT pieds ; quoique cette faute fut facile à deviner ; puisque je parlois de la hauteur de la voute de Ste. Sophie de Constantinople, sous laquelle il n'étoit pas extraordinaire qu'un Poète, comme Paul le Silencieux exaltât la hauteur du Ciboire par une expression hyperbolique, *Vastum in aërem* ; mon Adversaire n'a pas voulu l'appercevoir, pour en tirer matière à se divertir sur la disproportion de la petitesse d'une hauteur de sept pieds. Revenons à notre sujet.

DE tout ce que je viens de dire, je veux conclure contre l'abus de la multiplication des ordres d'Architecture, & insinuer qu'on ne doit point en mettre dans les endroits d'un bâtiment, où ils n'ont rien à supporter, & où ils ne sont employez que comme une décoration postiche ; sans relation avec les supports des voutes, ou des Galeries.

Je crois même que c'est une dépense mal entendue, que d'en décorer une Porte de Ville de Guerre ; cet ajustement ne leur convient point ; parce qu'il n'est pas censé, qu'elles doivent être faites en por-

* Terme
de l'Art, qui
signifie, sans
Fenêtre, du
Latin *Orbus*.

tiques, ce n'est pas là sa place, ni celle d'un fronton, qui doit couronner un bâtiment; or puisqu'il est de mauvais goût d'enclaver des colonnes dans les murs, & que les pilastres qu'on y peut mettre en saillie, sont toujours une espece de bas relief de Portique, qui seroit ridiculement placé au milieu d'un mur *Orbe**, tel qu'est celui d'un Rampart, on doit orner autrement & d'une manière plus convenable une porte de Ville; les ordres d'Architecture avec des frontons sont des ressources d'Ecoliers, qui n'ont qu'à copier un livre; les Maîtres ont d'autres décorations martiales & simples, comme on en peut voir aux Portes de S. Denis & de S. Martin, & en fait de Villes de Guerre on pourroit citer celles de Phalsbourg, si elles étoient mieux exécutées & mieux couronnées. Je sçai que les Partisans des ordres croient, que par le moyen des Bandes & de Boissages, qu'ils ajustent aux colonnes, ils rendent leurs desseins plus mâles & même terribles, disent-ils; mais ces additions sont, comme nous avons dit, une désagréable alteration de la belle Architecture, & retombent encore malgré ces changemens dans l'imitation des portiques. Or l'imitation d'une chose ridicule ne sçauroit devenir belle que dans le comique. Revenons à la fin des choses, nous reconnoissons que tout ordre d'Architecture, qui est hors de la place qui lui convient, qui ne supporte rien, ou qui ne doit être d'aucun usage, que de se montrer sans fonction, est un ouvrage & une dépense superflue, qui sera toujours réputée contraire au bon sens, quand même il seroit exécuté dans toute la perfection de l'art.

Je sçai que c'est en quelque façon se déclarer contre la mode & contre un goût presque général, que de trouver à redire à des inutilitez que l'on rencontre presque par-tout, & auxquelles nos yeux sont si acoutumés, qu'on y trouve une beauté de préjugé & d'habitude, sans examiner si les ordres sont placez à propos, & avec la convenance des lieux qu'on veut décorer. Cependant si l'esprit n'a rien à démêler dans ce genre de décoration, peut-on y trouver des beautés constantes au goût de tous les hommes? je doute que si on l'exposoit aux yeux d'un Chinois, il prît plus de plaisir à voir un assemblage confus de grandes & de petites colonnes, de corniches tournées en rouleaux, pliées, & comme chiffonnées par des ressauts, chargées de festons, de cartouches & autres choses, si communes dans les desseins des Architectes d'Espagne, d'Allemagne & d'Italie, particulièrement dans ceux du fameux Frere Pozzo, je doute, dis-je, qu'il y prît plus de plaisir que nous n'en prenons à voir les Dragons & les Chimères, qui passent pour des beautés à la Chine, où on les emploie à tout ce qu'on veut décorer.

MAIS

MAIS, me dira-t-on, comment faire pour orner une porte de ville? comment accompagner un Autel adossé contre un mur? y a-t-il rien de mieux à faire que d'y pratiquer un ordre d'Architecture, avec des colonnes de différentes façons, canelées & torfes, ou couvertes de quelques ornemens de sculpture, comme de Pampres de vignes, & de quelques petites Anges qui badinent avec les raisins, dans les creux de ses ondulations, ou si l'on veut être plus correct, un bel Ordre fait dans toutes les règles des meilleurs Architectes? Les gens délicats ont beau dire, qu'un ordre uni représente un Portail, & que lorsqu'il est couvert de sculpture, comme dans certaines Eglises, particulièrement d'Espagne, c'est un réservoir de poussière, on en revient toujours là. Il est vrai; & c'est en cela que paroît la stérilité des Architectes & des Dessinateurs; car il est des manières simples & ingénieuses de décorations, qui valent mieux que des ordres d'architecture. J'aimerois mieux celle d'un des Autels de Chapelle derrière le Chœur de Notre-Dame, où il n'y a ni Colonnes, ni Pilastre, que celle des deux Autels Collatéraux à son entrée dans la nef, où huit colonnes de marbre n'ont d'autre fonction, que celle de se montrer sous une Corniche Architravée. Et quant aux portes de ville, j'en ai nommé ci-devant qui sont décorées de bon goût sans ordre d'architecture.

REVENONS à la simplicité des premiers tems, plutôt que d'enrichir les lieux par des ornemens déplacez; n'abandonnons pas la maxime de ces Architectes de la Grece, dont parle Vitruve, *quine faisoient rien dont ils ne pussent rendre de bonnes raisons*. Regardons l'usage & la fin des choses, comme une règle invariable & universelle, qui est seule le principe de la vraie beauté, & qui doit nous conduire dans toutes nos actions, même dans celles où il ne s'agit que d'imiter la nature par le secours de l'art, comme dans la composition & la disposition des Ordres d'Architecture.

F I N.



FAUTES à corriger avant que de lire la Dissertation sur les Ordres d'Architecture.

<i>Pages.</i>	<i>Lignes.</i>	<i>Fautes.</i>	<i>Corrections.</i>
3	10	d'Architectures	d'Architecture
8	37	Chenards	Renards
10	7	ceux de	ceux que
<i>ibid.</i>	14 à la marge	stititutas	constitutas
11	1 & 33	d'Apaherius	d'Apaturius
<i>ibid.</i>	11 à la marge	ponunt	ponuntur
13	4 à la marge	steelto	Stretto
15	12	conjectu	conjecture
17	31	le	les
<i>ibid.</i>	pénul.	la mauvaïse	effacez la
<i>ibid.</i>	à la marge l. 15.	delicatoribus	delicatoribus
19	1	que ce	que le
20	4	le quart de	le quart du
21	23	Cornes	Carnes
23	22	mette	mettent
<i>ibid.</i>	25	Pon est	Pon n'est
24	7	antrainé	entraîné
<i>ibid.</i>	17	à pan	à pans
25	11	prétend	il prétend
<i>ibid.</i>	12	Picemacetti	Piumacetti
27	33	Canetez	Canelez
28	16	Cianes	Lianes
29	5	Bottes	Côtes
<i>ibid.</i>	12	Rudenture	Rudentures
<i>ibid.</i>	23	Bonavota	Bonarota
30	3	Gorgerin	Gorgerin
<i>ibid.</i>	12	au terme	aux Thermes
<i>ibid.</i>	39	Picemacetti	Piumacetti
31	16	attention	alteration
32	19	la baque	P'Abaque
35	32	naturel	naturelle
<i>ibid.</i>	36	belles	belle
36	4 & dernière.	Arcofile	Arcofile
37	25	arcofile	arcofile
39	34	accessoires	accessoires
40	23	dentelées	dentées
<i>ibid.</i>	31	faumiers	Sommiers
42	25	son ordre	l'Ordre
44	2	un ordre	d'un ordre
<i>ibid.</i>	31	une couverture	des ouvertures



<i>Pages.</i>	<i>Lignes.</i>	<i>Fautes.</i>	<i>Corrections.</i>
45	31	Pureau	Pureau
46	22	Domine	Doucine
<i>ibid.</i>	marge 11.	vede rebbe	vederebbe
48	22	trop	très-
50	18	resslerer	resserrer
51	pénul.	factu	factum
56	28	d'égale	d'égal
57	21	& se	& qui se
58	10	landatie	landate
60	1	au milieu	au lieu
61	16	en est connu	est bien connu
62	7	bottes	Boêtes
<i>ibid.</i>	13	a restée	est resté
64	13	& de	& des





Guichot 1219

UNIVERSIDAD DE SEVILLA



600983573

129489179



COUP
DES
PIERRES

TOM III

Got.

1219